INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Carla Sofia Costa Cruz

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Resolução e (re)formulação de problemas "não estruturados": Um desafio à Criatividade.

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Trabalho efetuado sob a orientação da
Doutora Lina Fonseca

março de 2013

AGRADECIMENTOS

Este relatório traduz-se no culminar de uma etapa da minha vida que envolveu grande dedicação durante vários meses, que alargou as minhas aprendizagens e que me tornou numa profissional mais reflexiva. Todo o trabalho não seria conseguido sem a participação ativa de vários elementos indispensáveis na minha vida. Por isso, em poucas palavras, quero aqui expressar o mais profundo agradecimento.

À Doutora Lina Fonseca, pelo apoio durante todo o meu percurso académico, de modo especial nesta reta final. Excelente orientadora, sempre procurou ajudar com as suas ideias fantásticas que me fizeram despertar para a ação. Agradeço as palavras de ânimo que sempre motivaram para trabalhar mais e melhor.

Aos meus pais, Emília e Isidro, por todo o amor, dedicação, bons conselhos, amizade, ajuda e pela educação que sempre me proporcionaram. A vós dedico todo o trabalho como minuciosa recompensa pelo que fizeram por mim.

Ao meu irmão Rui e à minha cunhada Vera, pelas boleias, alegrias, amizade e pelas críticas construtivas.

Ao Rui Pedro, por todo o amor, paciência, alegrias e, claro, pela ajuda nas traduções!

À Kiara, pela fiel companhia em todas as tardes de redação deste relatório.

À Professora Regina e a todos os "meus meninos", que abriram as suas portas tão amavelmente, por me terem feito crescer a nível profissional e pessoal e por todas as críticas que, gradualmente, se tornaram em elogios.

A todos os professores que me acompanharam na Prática de Ensino Supervisionada, pelas ajudas, críticas e elogios.

Aos meus primos André, Cristina, Susana e Miguel, pelas ajudas e críticas.

E aos meus amigos, pelos momentos de alegria que serviram para refrescar ideias e continuar o meu trabalho mais fluidamente.

RESUMO

O presente estudo foi desenvolvido no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada II em contexto do 1º Ciclo do Ensino Básico. Teve como principais objetivos contribuir para a alteração das conceções e das práticas dos alunos do 3º ano de escolaridade sobre o modo de interpretar e resolver problemas "não estruturados" - com informação a mais e a menos – bem como desenvolver a sua capacidade em (re)formular esses problemas, no âmbito da Matemática. Por isso foram definidas três questões que orientaram e conduziram o estudo:

1) Como é que os alunos interpretam os enunciados dos problemas? Como evoluem nessa interpretação?

2) Como resolvem problemas com dados a menos? E com dados a mais?

3) Que aspetos da criatividade é possível detetar nos problemas (re)formulados pelos alunos?

Estas questões ajudaram a perceber a evolução dos alunos, face aos objetivos formulados, durante a aplicação das sequências de tarefas que foram implementadas.

Com o intuito de melhorar as oportunidades práticas na resolução de problemas dos dezassete alunos que constituíam a turma, optou-se por um estudo de natureza qualitativa, que seguiu o design de Investigação-Ação. Como instrumentos de recolha de dados foram usadas observações, fotografia e vídeo, documentos escritos dos alunos, conversas informais, questionários e tarefas. O professor-investigador assumiu um comportamento ativo com os alunos, procurando, durante a ação, desafiá-los com tarefas que necessitavam reflexão e suscitavam a partilha de ideias, criando condições para a construção de um novo conhecimento, relacionado com os problemas "não estruturados". Foi um processo dinâmico e aberto aos necessários reajustes, necessidades que foram detetadas na reflexão durante e após a ação que acompanhou toda a intervenção.

O estudo permitiu concluir que os alunos, maioritariamente, evoluíram positivamente em relação à interpretação crítica dos problemas "não estruturados", bem como na criatividade que manifestaram na (re)formulação de problemas e, consequentemente, no alargamento das suas conceções face a este tema matemático. Todavia também se verificou que um número restrito de alunos não demonstrou capacidade em interpretar fluentemente os enunciados de forma crítica e em os (re)formular criativamente, razão pela qual seria necessário mais tempo para a ação.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Formulação de Problemas; Problemas "não estruturados"; Criatividade; Escola do 1º Ciclo do EB.

ABSTRACT

The following study was developed under the Supervised Teaching Practice II on the Primary School. The main goals were to contribute to change conceptions and practices of third grade students on how to interpret and solve “no structured” problems – with excess and lack information – as well as develop their capacity in (re)formulating those problems, on scope of Mathematics. So there were defined three questions that guided and conducted the study:

1) How students interpret the statements of problems? How do they evolve that interpretation?
2) How do they solve problems with lack of data? And with an excess of data?
3) With aspects of creativity is it possible to detect in (re)formulated problems by the students?

These questions help us to understand the evolution of students, comparatively to the objectives formulated during the application of task sequences that were implemented.

In order to improve the practical opportunities in solving problems of the seventeen students of the class, we choose a qualitative study, according to the design of Action- Research. For data collection were used observation, photography and video, written documents of students, informal conversations, questionnaires and task. The investigator-teacher engaged in an active action with students and during the action, propose them tasks that required reflection and challenge students to share ideas, creating conditions for construct new knowledge related with “no structured” problems. This was a dynamic process opened to the necessary adjustments and needs that were detected in reflections that occurred during and after the action that accompanied the entire intervention.

The study allowed us to concluded that students, evolved positively mostly in recording the interpretation of the critical “no structured” problems, as well as in the creativity they expressed in problems posing and consequently in the extension of their conceptions address of this mathematic theme. However it was also found that a small number of students showed little fluent capacity in critically interpreting utterances and problem posing, that´s why we would need more time to act.

Keywords: Problem solving; Problem posing; “No structured” problems; Creativity; Primary School.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ANEXOS

LISTA DE ABREVIATURAS

PES – Prática do Ensino Supervisionada

OCEPE – Orientações Curriculares para o Ensino do Pré-Escolar

PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico

CAPÍTULO I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II

Neste capítulo apresentam-se, de forma discriminada, aspetos sociais, culturais, económicos e geográficos envolvidos no contexto onde ocorreu a minha Prática de Ensino Supervisionada II (PES II).

Deste modo começo por descrever os vários fatores desta localidade, progredindo de uma caraterização macro (município) à caracterização micro (contexto escolar), evidenciando as condições que a população pode usufruir no seu quotidiano. Seguidamente caraterizo, detalhadamente, os alunos com quem contactei durante o estágio, mencionando os seus pontos fortes e fracos nas várias áreas curriculares em que a turma se encontra envolvida.

Caraterização do Contexto

Viana do Castelo, a linda cidade minhota que se situa na confluência do rio, mar e montanha, carateriza-se pelo seu ambiente saudável que visa oferecer aos seus cidadãos benévolas condições de vida.

Figura 1. Paisagem Vianense.

Torres (2010) refere que "cidade saudável é aquela que, de forma contínua, melhora o seu ambiente físico e social, assim como potencia os recursos comunitários que permitem à população realizar todas as funções da vida e auto desenvolver-se até ao seu máximo potencial, a partir de uma perspetiva de apoio mútuo" (p. 7).

As qualidades desta terra, envolta em dinamismo cultural, social e económico, foram reconhecidas pelo rei D. Afonso III, que lhe atribuiu, em 1258, a Carta de Foral. A vontade do rei em criar uma Póvoa no lugar do Átrio, na Foz do Rio Lima, lançou a base para o desenvolvimento da vila de Viana que mostrou beneficiar de competências para a prática do comércio marítimo.

Terra de pescadores, Viana foi elevada a cidade, em 1848, por D. Maria II, passando, nesta data, a ser denominada por Viana do Castelo[1].

Acolhendo, anualmente, milhares de turistas, Viana do Castelo oferece vários e diversificados cartazes culturais e de lazer. Entre as praias, museus, festas, romarias, igrejas,

[1] http://www.cidadesaudavel.cm-viana-castelo.pt/index.php?option=com_content&view=article&id=6:projecto-viana-do-castelo-cidade-saudavel&catid=7&Itemid=89

capelas, gastronomia e vistas deslumbrantes, nada fica por ver e desfrutar durante as visitas à bela Viana.

Foi num Centro Escolar de uma das 40 freguesias desta cidade onde desenvolvi a Prática de Ensino Supervisionada II e onde, consequentemente, desenvolvi o estudo que ao longo deste relatório será detalhadamente apresentado. Esta freguesia, habitada por cerca de 3660 habitantes, segundo dados municipais, também se destaca pelas boas infraestruturas de que dispõe e que visam contribuir para uma boa qualidade de vida dos cidadãos. Dispõe de Centro de Saúde, Jardins de Infância e Centro Escolar, servindo os habitantes da própria freguesia e outros de freguesias próximas.

Figura 2. Freguesias do Município.

Dotada de coletividades que levam longe o seu nome, a freguesia carateriza-se por ser um meio rural, onde todos são próximos uns dos outros. Segundo o sítio do Município na Internet, as atividades predominantes a nível do setor laboral nesta freguesia são a agricultura, pequeno comércio, oficinas de carpintaria e automóveis e fabrico de pão tradicional.

Este Centro Escolar, de ótimas instalações, faculta ao pessoal docente, não docente, alunos e encarregados de educação condições para uma educação de qualidade às crianças de hoje, adultos de amanhã.

O edifício subdivide-se em dois pisos – rés-do-chão e 1º andar – e está dotado de sete salas de aula, quatro das quais se encontram ocupadas com uma turma de cada um dos anos de escolaridade do 1º ciclo do ensino básico. Uma das salas vazias do piso inferior foi adaptada para *atelier* de artes plásticas. O edifício tem uma vasta área ampla em ambos os pisos, sendo que o ponto de ligação entre eles, interiormente, é estabelecido por uma escadaria. Também existe um elevador que permite a deslocação de pessoas com mobilidade reduzida. Numa parede do piso superior encontra-se um plasma suspenso para que, principalmente nos dias de chuva, os alunos encontrem alguma forma de diversão e lazer durante os intervalos. Além disso, pelos dois pisos estão distribuídos vários placares de cortiça, que servem para apresentar trabalhos da comunidade escolar relativos às efemérides que se festejam em cada época.

Dispõe também de uma biblioteca equipada com livros pertinentes para a formação dos alunos, televisão e leitores de DVD e VHS, computadores portáteis e impressoras. A cantina da escola serve refeições diárias aos oitenta e seis alunos que frequentam o Centro Escolar, bem como aos quatro professores, três auxiliares de ação educativa e três cozinheiras.

Está equipado com quatro casas de banho destinadas aos alunos (duas em cada piso), duas casas de banho para pessoas de mobilidade reduzida (uma em cada piso) e uma casa de banho para professores e funcionários no piso superior. A sala de professores é propícia para reuniões e dispõe de equipamentos tecnológicos para os mais variados fins. Existe também nesta escola um gabinete de primeiros socorros; despensa, onde são guardados produtos de limpeza e outros afins; e um pavilhão para a prática desportiva, dotado dos devidos equipamentos e respetivos balneários.

A sala de aula do 3º ano, onde decorreu o meu estágio, está equipada com um quadro branco e um quadro interativo, permitindo maior dinamismo durante as aulas. Dispõe também de um longo armário que se encontra subdividido por cacifos, para a professora e alunos. Conta ainda com um lavatório e outros compartimentos que servem para arrumar materiais ou trabalhos, que também poderão ser colocados noutros dois armários existentes na sala. Todos estes equipamentos encontram-se a uma altura acessível às crianças. A parede do fundo da sala encontra-se revestida por cortiça, o que permite afixar trabalhos ou outro tipo de informação para rápida consulta. De salientar que a parede do lado direito da sala é toda ela uma janela que ilumina a sala durante todo o dia, facultando a entrada de luz natural. Na sala de aula existe também um computador portátil que auxilia o trabalho da professora em vários momentos. As mesas dos alunos estão dispostas em U e, ao fundo da sala, está uma mesa redonda destinada ao projeto *"Cantinho da escrita criativa – como é bom escrever"*. A secretária da professora encontra-se disposta de frente para os alunos.

O espaço exterior que circunda a escola encontra-se limitado por muro e portões. Nele existem espaços verdes, como a horta, relva e árvores, mas também terra batida, onde os alunos podem realizar as mais variadas brincadeiras. Existe um campo de futebol e basquetebol, destinado quer às aulas de Educação Físico-Motora, como para jogos autónomos dos alunos. Para os dias de chuva o alpendre com cobertura serve para quem não quer ficar fechado durante o intervalo. Assim, neste local, os alunos podem arejar e soltar energias ao ar livre.

Trata-se, de facto, de um contexto que aponta como principal missão o bem-estar e a qualidade no ensino dos seus alunos. Tal como afirma Oliveira-Formosinho (2007), o meio escolar deve procurar responder às necessidades dos alunos, tendo em conta o conhecimento das crianças e da sua família, com um processo dinâmico de diálogo e confronto entre elas sobre as "crenças e saberes, entre saberes e práticas e entre práticas e crenças" (p. 15), interagindo estes polos com os contextos envolventes. Assim, é possível envolver as crianças num meio escolar análogo ao seu lar e, desta forma, permitir um trabalho harmonioso e mútuo entre a escola e a família, resultando numa melhor qualidade de educação e ensino-aprendizagem dos alunos.

Caraterização da Turma

A turma do 3º ano do Ensino Básico com quem desenvolvi a minha Prática de Ensino Supervisionada II é composta por dezassete alunos, nove meninas e oito meninos. Todos os elementos participaram no estudo, tendo-se envolvido com satisfação nas várias tarefas propostas.

Todos eles frequentam o 3º ano pela primeira vez, não tendo ocorrido nenhuma retenção neste ano de escolaridade. Realça-se como exceção um aluno que foi retido no 2º ano de escolaridade. Consequentemente, o aluno integrou esta turma no ano letivo 2011/2012, altura em que lhe foi preparado um plano educativo especial, na sequência da avaliação realizada no ano anterior pela equipa do Ensino Especial.

No presente ano letivo a turma recebeu dois alunos transferidos de outro Centro Escolar. Estes dois alunos distinguem-se bastante dos restantes por evidenciarem inúmeras dificuldades nas várias áreas disciplinares e um nível de trabalho mais vagaroso.

Trata-se de um grupo de alunos heterogéneo sob vários pontos de vista. Têm ritmos de trabalho e níveis de desempenho e responsabilidade diferenciados; uns são irrequietos; outros faladores e distraídos; e outros atentos e interessados. Dos dezassete alunos que constituem a turma, seis são merecedores de uma atenção especial, ou seja, carecem de um trabalho mais individualizado por parte da professora aquando da consolidação de conteúdos, devido às dificuldades que apresentam no processo de aprendizagem.

Os alunos da turma encontram-se na fase, denominada por Piaget, das "Operações Concretas". Nesta fase as crianças desenvolvem a sua própria forma de compreender os assuntos, de acordo com experiências específicas do seu quotidiano. As categorias que as crianças usam são o reflexo das operações concretas que aprendem a fazer todos os dias na escola (Sprinthall & Sprinthall, 1993). Deste modo torna-se essencial que o trabalho em sala de aula, por parte do professor, seja significativo e recheado de qualidade, para que, consequentemente, se formem bons cidadãos.

Na generalidade, os alunos não apresentam dificuldades económicas, pertencendo a um nível socioeconómico médio. De entre os encarregados de educação, três progenitores do género feminino encontram-se desempregados. Os restantes exercem profissões nos variados setores.

Durante a realização da observação dos alunos efetuou-se a seguinte avaliação diagnóstica nas diferentes áreas curriculares disciplinares.

Em Português, no que refere à Compreensão do Oral, a maioria dos alunos presta atenção ao que ouve, sendo capaz de responder a questões acerca daquilo que ouviu; é capaz de identificar informação essencial e acessória num texto; cumpre instruções e faz inferências. Relativamente à Expressão Oral**,** os alunos, na sua maioria, conseguem expressar-se com clareza, embora, por vezes, se verifique uma certa dificuldade na estruturação das ideias. A velocidade leitora na maioria dos alunos da turma é bastante satisfatória verificando-se fluência e expressividade. Praticamente todos lêem textos de diferentes tipos de extensão autonomamente, sabendo localizar a informação pretendida, identificar o tema central, responder a questões sobre o texto e alguns conseguem captar sentidos implícitos. Grande parte dos alunos escreve legivelmente, mas ainda evidenciam alguns problemas de ortografia que, segundo a professora cooperante, trata-se de um regressão que ocorreu durante as férias escolares, talvez devido à escassez de prática. Os alunos elaboram, por escrito, respostas a questionários, planificam e redigem diferentes textos, embora com algumas falhas no que concerne às convenções gráficas, ortográficas e de pontuação. As matérias estudadas relacionadas com o Conhecimento Explícito da Língua, de uma forma geral, estão interiorizadas. Estes parâmetros de avaliação diagnóstica basearam-se nas orientações explícitas no Programa de Português para o 1º Ciclo do Ensino Básico (ME, 2009).

Na área disciplinar da Matemática os alunos situam-se num nível satisfatório. Relativamente ao conteúdo Números e Operações, os alunos apresentam noções do número natural, mostrando capacidades em realizar contagens regressivas e progressivas; comparam e ordenam números em sequências; compreendem o valor posicional de cada algarismo de um número no sistema de numeração decimal; resolvem problemas envolvendo relações numéricas; realizam operações com números naturais; compreendem o valor de cada uma das quatro operações aritméticas, envolvendo-as durante a resolução de problemas; identificam os múltiplos e divisores de um número natural; evidenciam a prática de cálculo mental e escrito; e também demonstram capacidade na resolução de problemas que envolvam o raciocínio proporcional. Em relação ao tópico da Geometria, os alunos mostram adquirir orientação espacial e reconhecem as caraterísticas das diferentes figuras e sólidos geométricos. Nos conteúdos relativos à Organização e Tratamento de Dados constatou-se que os alunos são capazes de ler e interpretar informações apresentadas em gráficos ou tabelas, bem como detêm de capacidades para construí-los. Contudo, a turma apresenta ainda algumas lacunas ao nível das Capacidades Transversais, mais concretamente no que à resolução de problemas diz respeito. Foi possível concluir que os alunos ainda demonstram dificuldades em identificar o objetivo e informação relevante para a resolução de um dado problema, apresentando dificuldades em conceder uma estratégia de resolução de um problema. Na área da comunicação matemática, a maioria dos alunos apresenta dificuldades na expressão das suas ideias matemáticas. Estes parâmetros de avaliação basearam-se nas orientações explícitas no Programa de Matemática para o 1º Ciclo do Ensino Básico (ME, 2007).

No que refere à área de Estudo do Meio, os resultados desta observação permitiram concluir que os conteúdos abordados estão, de uma forma geral, bem interiorizados por todos os alunos.

Na área das Expressões os alunos da turma têm um rendimento bastante satisfatório, mostrando-se sempre predispostos a colaborar nas atividades sugeridas.

Em suma, as dificuldades mais relevantes que detetei na turma residem nos diferentes ritmos de trabalho e aprendizagem; nas dificuldades de atenção e concentração; no vocabulário restrito; na falta de correção ortográfica; e na dificuldade na resolução de problemas.

Realça-se como muito positivo que esta turma conta com o excelente empenho da professora cooperante que, no decorrer dos anos, põe em prática vários projetos que visam colmatar as lacunas que encontra nas várias áreas curriculares.

O Plano de Ação de Matemática consiste num projeto de desenvolvimento de atitudes positivas face à matemática. Através da implementação da atividade *"Desafio da Semana*" pretende-se privilegiar a comunicação matemática dos alunos ao descrever e explicar as estratégias e procedimentos matemáticos utilizados na resolução das tarefas propostas. Através da discussão oral na aula, os alunos confrontam as suas estratégias de resolução de problemas e identificam os raciocínios produzidos pelos seus colegas.

O projeto "*Ler + em família*" surgiu quando a professora detetou que a grande maioria dos alunos não tinha hábitos de leitura em família. Daí, no primeiro ano de escolaridade, ter lançado o desafio aos pais para que criassem um momento de leitura em família: "*À noite tenho um miminho, uma história com carinho".* O desafio foi bem aceite e tem tido continuidade ao longo dos anos. Enquadrado neste projeto surgiram os *"Encontros da turma"*. Duas vezes por período, à sexta-feira, pelas 21h na escola, inicia-se o encontro com uma reflexão entre a professora e os pais sobre as aprendizagens dos alunos, o seu comportamento e outros assuntos ou temas que considerem pertinente abordar. Segue-se a apresentação, por parte dos encarregados de educação e do seu educando, de uma história que tenha sido lida em família. Depois, as crianças têm também um "miminho" para os seus pais, presenteando-os com uma atividade trabalhada na sala de aula e que, este ano, está relacionada com os Valores Humanos. Enquanto Professora Estagiária, também estive envolvida neste projeto durante os e meses em que decorreu a minha Prática de Ensino Supervisionada II – de outubro de 2012 a janeiro de 2013. O projeto intitulado *"Educar Semeando Valores"* torna possível a criação de uma sociedade que aceita a diferença como algo de valioso e onde se partilha essa diferença com os outros - informação que consta na Pasta dos Valores. Este projeto pretende destacar o carácter da vivência dos valores a todos os níveis: na escola, na família e na sociedade. Em contexto escolar são trabalhados os vários valores e os produtos concretizados são arquivados na Pasta Viajante, que circula pelas casas de todos os alunos. Nela, cada aluno e respetiva família, fazem uma reflexão sobre o valor em questão, anexando-a à pasta. No final dessa viagem, os pais são convidados a estar presentes na escola (sextas-feiras) para assistirem a um pequeno momento cultural, apresentado pelos alunos, relacionado com o valor que esteve a ser abordado. Este momento termina com um pequeno convívio entre todos.

Também foi criado, em contexto de sala de aula, o "*Cantinho da escrita criativa - "Como é bom escrever".* Os alunos têm ao seu dispor três cadernos A4 onde podem escrever sobre o tema que quiserem e quando quiserem. Apenas terão de cumprir a seguinte regra: o aluno que utilizar o caderno tem de ler o que o colega anterior escreveu e, se houver erros, deverá alertar o colega para os corrigir. Se os erros não forem detetados, a professora, ao corrigir o que foi escrito, chamará a atenção dos dois alunos (o que escreveu e o que não detetou) para fazerem a correção.

Em suma, a Prática de Ensino Supervisionada II (PES II), neste contexto, permitiu-me concluir que estes alunos vivem num ambiente altamente propício a uma aprendizagem saudável e com qualidade. A professora cooperante preocupa-se bastante com o bom resultado dos seus alunos, mobilizando várias entidades para o conseguir. Como Professora Estagiária sinto-me bastante honrada por ter participado num projeto e por ter contribuído para esta caminhada de aprendizagem plena e harmoniosa dos alunos.

CAPÍTULO II – SELEÇÃO CRITERIOSA E JUSTIFICADA DE PLANIFICAÇÕES DESENVOLVIDAS

Este capítulo apresenta as planificações que orientaram para a recolha de dados deste estudo, realizado no âmbito da Unidade Curricular de Prática de Ensino Supervisionada II. As escolhas destas planificações encontram-se, de seguida, devidamente justificadas.

A minha PES II iniciou-se com um período de três semanas de observação em contexto escolar. Neste tempo consegui, juntamente com o meu par de estágio, evidenciar as dinâmicas a que a turma estava acostumada, as maiores dificuldades e potencialidades dos alunos nas várias áreas curriculares, os projetos em que estavam envolvidos, o ritmo de aprendizagem de cada um, entre outros aspetos.

Durante as observações realizadas nestas semanas, relativamente à área disciplinar curricular de Matemática, constatei que os alunos contactavam, frequentemente, com inúmeras propostas de resolução de problemas, recomendadas pela professora cooperante. Com as observações em sala de aula percebi que os problemas propostos eram, na sua maioria, problemas de um passo, de dois ou mais passos e problemas de processo (Charles e Lester, 1986). Eram problemas do manual escolar ou então eram formulados pela própria professora cooperante e que iam ao encontro da efeméride que se festejava nessa data. A maioria dos alunos evidenciava uma boa capacidade em resolver problemas, adequando a estratégia necessária para os resolver. Além destes momentos, os alunos também contactavam com problemas matemáticos através do projeto integrado no Plano de Ação da Matemática, intitulado “Desafio da Semana”. Este consistia na proposta de um problema por semana, para trabalho de casa. Num destes desafios foi proposto um problema caraterizado por ter excesso de dados, tal como faz referência o Programa de Matemática (ME, 2007). Este problema suscitou algumas dúvidas pelo que, no dia seguinte, um encarregado de educação dirigiu-se à escola com a finalidade de perceber o conteúdo daquele enunciado, pois em casa ninguém o percebeu. Perante esta situação, a professora cooperante selecionou, aleatoriamente, um aluno para resolver no quadro o dito problema. Neste momento conseguiu-se perceber que nenhum aluno resolveu corretamente o problema, uma vez que operaram com todos os dados do enunciado. Partindo deste episódio, em mim suscitou a vontade em querer alargar as conceções dos alunos face à resolução de problemas e, para isso, deduzi que trabalhar com problemas “não estruturados” - com dados a menos e dados a mais -seria um ótimo veículo para alcançar tal melhoria.

Deste modo, e dada a importância da resolução de problemas nos primeiros anos de escolaridade dos alunos, eu e o meu par de estágio também nos interessamos nessa dinâmica em propor situações problemáticas. Por isso, durante as nossas planificações e consecutivas implementações, ocorridas nas doze semanas após o período de observação, sempre planificamos momentos dedicados à prática da resolução de problemas. Como referem as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (DEB, 1997) planear de acordo com as necessidades dos alunos permite a criação de ambientes favoráveis à aprendizagem de cada um, bem como a uma igualdade de oportunidades para essa aprendizagem. Como exemplo a planificação I, que segue em Anexo A, apresenta propostas de resolução de problemas. Nestas primeiras semanas constatei o que já anteriormente tinha verificado: os alunos destacam os dados do problema e aplicam-lhes uma estratégia que lhes permita alcançar um resultado que, por sua vez, é a resposta ao problema.

Para alterar estas ações mecanizadas dos alunos apresento, na planificação II do mesmo anexo, uma sequência de tarefas envolvendo os problemas com dados a menos. Comecei com este tipo de problema pelo facto do problema com dados a mais ainda se encontrar na memória recente dos alunos. Como pretendia que todos os alunos, sem exceção, melhorassem as suas aprendizagens, estas tarefas foram de igual modo propostas aos dezassete alunos que constituíam a turma. Desde o primeiro contacto com este tipo de problemas, passando pela discussão das suas caraterísticas até à formulação e resolução de outros problemas com dados a menos, os alunos foram mostrando resultados que evidenciavam mudanças nas suas aprendizagens. Progressivamente tornaram-se mais críticos na interpretação de problemas e, por consequente, na apresentação de respostas corretas aos mesmos. Continuando nesta visão em alterar as conceções dos alunos face à resolução de problemas, a planificação III que segue em anexo apresenta a sequência de tarefas que foi pensada para trabalhar os problemas com dados a mais. Na sua implementação consegui evidenciar a evolução dos alunos, que começaram por operar com todos os dados apresentados e, depois, já selecionavam apenas os dados relevantes para responder ao problema.

A última semana, dedicada ao trabalho com problemas de dados a mais e a menos, planificação IV, foi pensada para consolidar as aprendizagens dos alunos até aí adquiridas, onde tiveram a oportunidade em demonstrar os seus novos conhecimentos nesta relevante capacidade transversal que o programa de matemática faz referência (ME, 2007).

Todas as planificações foram elaboradas segundo o critério da flexibilidade. Envolveram a reflexão constante sobre a minha experiência e a dos alunos, basearam-se nas observações dos alunos que constantemente eram realizadas, nas avaliações da minha prática e decisões acerca do que devia conservar ou alterar (Esteves, 2008). Os planos foram reajustados sempre que, no decorrer das ações, surgiram situações não planeadas, o que exigiu a reflexão constante durante toda a prática. Por isto, o trabalho desenvolvido constituiu-se num "processo dinâmico, interativo e aberto aos emergentes e necessários reajustes, provenientes da análise das circunstâncias e dos fenómenos em estudo" (Esteves, 2008, p. 82).

CAPÍTULO III – TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

No capítulo agora evidenciado apresento as orientações que conduziram o trabalho de investigação realizado com a turma do 3º ano de escolaridade.

Começando por mencionar o problema identificado em contexto, onde defino os objetivos do estudo e as respetivas questões que encaminharam a ação - Orientação para o Problema – apresento, de seguida, os vários conceitos que fundamentaram este estudo. Por isso, devidamente sustentado, descrevo o Enquadramento Teórico.

Depois clarifico a Metodologia envolvida no estudo, seguindo-se a Apresentação e Análise de Dados. O capítulo culmina com a apresentação das Conclusões obtidas com a implementação deste trabalho.

Orientação para o Problema

Desde há várias décadas que se defende que o processo de ensino-aprendizagem da matemática deve contemplar atividades que promovam e estimulem os níveis cognitivos superiores dos alunos. A resolução de problemas destaca-se como capacidade predileta para tal promoção, aparecendo em todos os níveis do ensino ligado às situações concretas (Serrazina, 2004).

Prova disso é a referência que os documentos curriculares atualmente em vigor fazem a esta importante capacidade que deve ser desenvolvida nas crianças: a resolução de problemas. As Orientações Curriculares para o Ensino do Pré-Escolar (OCEPE) (ME, 1997), no que concerne ao domínio da matemática, sugerem o fomento de oportunidades para as crianças desenvolverem o seu raciocínio e espírito crítico. Para tal, o confronto entre diferentes respostas e formas de solução de determinado problema permite, a cada uma, construir noções mais concretas sobre a realidade. É importante que o educador proponha o processo de resolução de problemas que leve as crianças a encontrar as suas próprias conclusões, confrontando-as com outras crianças, estimulando-lhe a explicitação do seu raciocínio.

O Programa de Matemática para o 1º Ciclo (PMEB) (ME, 2007) refere que a resolução de problemas, nos dias de hoje, é uma importante capacidade que deve ser desenvolvida nos alunos durante a escolaridade básica, em particular no 1º ciclo. Esta permite-lhes, de modo especial, desenvolver aptidões para usar a matemática eficazmente no seu quotidiano (Vale & Pimentel, 2004). Deste modo, devem-lhes ser apresentados diversos tipos de problemas e em contextos variados, dando pertinência às estratégias por eles usadas e à análise dos resultados obtidos. De modo a completar esta ideia e indo ao encontro do que refere Fonseca (1997), ao professor cabe a nobre missão de aproveitar as tarefas que propõe para introduzir conteúdos quotidianos, de modo que os alunos comecem a compreender a utilidade da matemática para a resolução das tarefas, aumentando, assim, os seus conhecimentos.

A resolução de problemas pode ser entendida de vários modos. Fonseca (1995) ilustra algumas definições, tais como: resolver problemas consiste na tentativa em resolver ou reformular questões não estruturadas, para as quais nenhuma técnica específica ocorre prontamente; é o conjunto de ações levadas a cabo para desempenhar uma tarefa. Segundo o estudo publicado por Inoue (2005), para resolver problemas são necessárias tentativas na aplicação de conhecimentos pessoais. Para Baroody (1993), um problema pode ser entendido como uma situação misteriosa, para o qual é necessário encontrar uma solução, requerendo uma análise cuidadosa e prolongada do enunciado. A resolução de problemas pode também ser considerada como a descoberta da via que leva de uma situação (inicial) a outra (final) e que envolve uma série de operações mentais (Fonseca, 1997). Para Brito (2008), este envolvimento inicia-se com uma "boa" leitura do enunciado proposto, onde o aluno deve descodificar, compreender, interpretar e reler a informação. De seguida, deve ser capaz de identificar e selecionar apenas a informação relevante, de acordo com o objetivo que o enunciado do problema propõe, como indica o PMEB (ME, 2007). Depois da resolução, o aluno também deve "olhar" para o resultado, de modo a verificar, antes de mais, a sua credibilidade tendo em conta o contexto do problema (Brito, 2008).

No seu estudo sobre o papel das palavras na interpretação de problemas, Inoue (2005) constatou que os alunos ignoravam os seus conhecimentos quotidianos durante a resolução de problemas, optando por aplicar automaticamente "cálculos formais" para a resolução. O autor considera que a inclusão de situações realistas nos problemas convidam o aluno a usar os seus conhecimentos e a sua imaginação, tornando a resolução de problemas numa atividade mais desafiadora que o mero "problema tradicional" de um ou dois passos (Diniz, 2001a), onde os "problemas aparecem sempre depois da apresentação de um conteúdo e é exatamente esse conteúdo que deve ser aplicado na resolução dos problemas" (p. 99). Assim, o aluno deve ter em consideração a sua experiência quotidiana para obter soluções com significados realistas.

O relatório publicado pelo Gabinete de Avaliação Educacional (GAVE, 2012), relativo à Prova de Aferição de Matemática no 4º ano de escolaridade básica, afirma que os alunos do 1º Ciclo devem usar os seus "conhecimentos e capacidades na resolução de problemas em contextos diversos e em situações que envolvam o raciocínio e a comunicação matemáticos” (p. 15). No referido relatório consta que os alunos revelaram, nesta prova, maiores dificuldades a nível da resolução de problemas e de comunicação matemática, capacidades transversais que devem ser aplicadas em todas as tarefas propostas.

Partindo das orientações estabelecidas no Programa de Matemática (ME, 2007), os problemas que o professor propõe aos seus alunos devem ter caraterísticas diversas: possibilitar a existência de mais do que uma solução, por exemplo se os problemas apresentarem dados insuficientes é necessário acrescentar mais dados de modo a obter uma resposta; devem conter excesso de dados, para permitir a seleção dos que são necessários à resolução; e problemas sem solução, levando os alunos a interpretar e responder criticamente à questão do problema. O contacto com estes problemas e a reflexão adequada sobre eles contribuem para a formação de alunos mais confiantes sobre o seu trabalho, capazes de procurar e selecionar apenas os dados pertinentes para a concretização da tarefa, de os interpretar de acordo com as condições dadas e de os relacionar entre si, procurando estar sempre de acordo com o que é pedido. A proposta em acrescentar dados aos problemas impossíveis, para que seja possível responder à pergunta, traduz-se na reformulação desse problema. E porque não desafiar os alunos a (re)formularem esses problemas de forma criativa? Leikin (2009) afirma que a criatividade matemática na escola está relacionada com a resolução e formulação de problemas. Krulik e Rudnick (1999) concluíram que o pensamento criativo é um pensamento original e reflexivo, que produz produtos complexos, incluindo a sintetização de ideias, a formulação de novas ideias e a determinação da sua eficácia. O Programa de Matemática (ME, 2007) complementa com a afirmação de que a atividade matemática na formulação de problemas criativos deve convocar recursos e capacidades cognitivas diversas dos alunos, como o raciocínio plausível, a imaginação e intuição, recursos tão necessários durante a produção de conhecimento matemático.

Todavia, o que se verifica com frequência nas nossas escolas é a escassez deste tipo de desafios aos nossos alunos, o que os conduzem a restritas conceções sobre a matemática. O exemplo “se o professor pergunta, então temos de responder!” é uma conceção tantas vezes manifestada em sala de aula. Perante problemas matemáticos, o aluno, automaticamente, reconhece no enunciado uma «forma» e logo se lança para a «resolução» (Costa, 1990). Tal como concluiu esta autora em relação às conceções dos alunos, os problemas que o professor propõe são sempre para resolver e encontra-se a solução fazendo contas com os dados que aparecem no enunciado. Todo o resto, palavras que constituem frases, é «feitio». Os alunos do 1º Ciclo apresentam o seu domínio cognitivo ainda pouco organizado, o que pode mobilizar conhecimentos desajustados à situação (Inácio, 1998). Assim, é crucial que comecem a contactar, desde cedo, com este género de desafios - resolução e (re)formulação de problemas com dados a menos, com dados a mais e abertos - para que se evite a formação de alunos "passivos" à realidade.

> Com vista à desmistificação de algumas ideias que os alunos transportam e que são limitadoras da sua criatividade e da procura de soluções onde o senso comum possa valer, é importante trabalhar problemas que admitam mais do que uma resposta possível, fazendo ver que isto não é incoerente nem tira rigor à Matemática. (…) Não há uma única resposta certa, mas várias admissíveis ao contexto. (Cruz, 2008, p.39).

Ora, esta foi uma lacuna que detetei no contexto onde estive a implementar a minha PES II. A professora cooperante recomendou, para trabalho de casa, a resolução de um problema com excesso de informação, que nenhum aluno foi capaz de o resolver corretamente. Este problema suscitou até "curiosidade" em casa, pois, no dia seguinte, um encarregado de educação dirigiu-se à escola com o intuito de perceber o "tal" enunciado. Perante isto senti a necessidade em desafiar a minha capacidade para me tornar numa profissional reflexiva, que permitisse um melhor desempenho nas minhas tarefas e no contexto real onde estas acontecessem, pretendendo também melhorar as oportunidades práticas dos alunos, tal como indica Esteves (2008).

Neste sentido, este estudo teve como principais objetivos contribuir para a alteração das conceções e das práticas dos alunos do 3º ano de escolaridade sobre o modo de interpretar e resolver problemas "não estruturados" - com informação a mais e a menos – bem como desenvolver a sua capacidade em (re)formular esses problemas. Partindo desta orientação, defini três questões que me conduziram na investigação em causa:

1) Como é que os alunos interpretam os enunciados dos problemas? Como evoluem nessa interpretação?

2) Como resolvem problemas com dados a menos? E com dados a mais?

3) Que aspetos da criatividade é possível detetar nos problemas (re)formulados pelos alunos?

Nesta investigação procurou-se proporcionar aos alunos momentos de resolução de problemas com dados a menos (problemas impossíveis de resolver devido à falta de lógica entre os dados apresentados e a pergunta formulada) e com dados a mais (problemas possíveis de resolver, que exigem uma escolha criteriosa dos dados, relacionando os conteúdos com experiências reais). Pretendia-se que os alunos começassem a "olhar" para o enunciado, compreendendo-o, interpretando-o e relacionando o que é dado com o que é desejado, fazendo o devido juízo. Além disso trabalhou-se com o intuito de alterar as estritas conceções dos alunos face à resolução de problemas em matemática, como exemplo: encontra-se a solução do problema fazendo umas contas com os dados que aparecem no enunciado (Costa, 1990).

Procurou-se também analisar as decisões e a criatividade que cada aluno, ou grupo de alunos, tomou face a uma destas situações. Ou seja, se conseguiu selecionar apenas os dados necessários para responder ao problema; se detetou a tipologia de problema e se foi capaz de dar a resposta adequada ao mesmo: "é impossível resolver" (no caso de problemas impossíveis), ou a resposta é "esta" se a informação em falta for "esta" (no caso de problemas com escassez de dados, onde o aluno pode acrescentar dados criativos ao problema, reformulando-o), ou a resposta é "esta" (em problemas com excesso de dados); e ainda se foi capaz de formular alíneas criativas para problemas com excesso de dados.

Em suma, considero que, como futura professora, devem ser propostos aos alunos problemas com informação a mais e a menos, pois estes são excelentes estímulos para focar a atenção dos alunos nos textos, enunciados dos problemas, apresentados e que visam a sua formação matematicamente mais competente (Cruz, 2008). Este género de problemas suscita o debate acerca de várias hipóteses de soluções que daí podem surgir "forçando" os alunos a desenvolver a sua capacidade para interpretar o seu pensamento e o dos outos, confrontando-se com diferentes representações do mesmo problema, o que contribui para o desenvolvimento do pensamento flexível (Cruz, 2008). Afinal, como defende Baroody (1993), o que precisamos são de pessoas que sejam capazes de analisar e pensar logicamente sobre novas situações, que desenvolvam processos de solução não especificados e que comuniquem as suas soluções e resoluções aos outros, com clareza e convicção.

Enquadramento Teórico

A Resolução de Problemas

A resolução de problemas é uma capacidade que desde há muito se procurava enfatizar no ensino da matemática. A "era da resolução de problemas" nasceu a partir da recomendação feita pelo National Council of Teachers Mathematics (NCTM), na década de 80, nos Estados Unidos da América (Vale & Pimentel, 2004). Esta recomendação referiu que o processo do ensino da Matemática deveria ter como "foco" a resolução de problemas. Em Portugal, a revista da Associação de Professores de Matemática (APM), nesta mesma década, também realçou a importância do problema e do processo de resolução como objetivos a privilegiar no ensino da matemática (Costa, 1990).

Atualmente podemos encontrar referências a esta importante capacidade nas várias orientações curriculares de que dispomos. As Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (DEB, 1997) sugerem a proposta de situações problemáticas que permitam às crianças encontrar as suas próprias soluções e que possam debatê-las com os outros, fomentando o desenvolvimento do raciocínio e espírito crítico. O educador deverá confrontar as crianças com questões que apelem à sua reflexão. No anterior Programa de Matemática para o 1º Ciclo (DEB, 2004) também se encontra evidenciada a importância da resolução de problemas, como sendo a atividade fundamental nesta área curricular. Este sustenta que as tarefas propostas devem envolver a aplicação de conhecimentos prévios dos alunos, de experiências vividas no quotidiano. As suas propostas de resolução podem ser conduzidas para momentos de interação e diálogo com toda a turma, para a partilha de estratégias de resolução. Atualmente vigora o novo Programa de Matemática (ME, 2007), que também apresenta referências a esta importante capacidade que deve ser trabalhada, em sala de aula, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática ao longo de toda a escolaridade básica. Tal como indica no documento, a resolução de problemas, bem como o raciocínio matemático e a comunicação matemática, são capacidades transversais que "devem merecer uma atenção permanente no ensino, apresentando-as de forma desenvolvida num espaço próprio" (p. 1). Vários conceitos associados à matemática, entre eles a resolução de problemas, permitem desenvolver no aluno a predisposição para "usar e apreciar a Matemática em contextos diversos" (p. 4). Os atos de "analisar, interpretar e criticar ou escolher" (Vale & Pimentel, 2004, p. 10) são importantes passos a cumprir no momento da resolução de um problema, tanto no contexto educativo como numa outra situação do dia-a-dia. Assim, e indo ao encontro do que orienta o PMEB (ME, 2007), no 1º ciclo os alunos devem desenvolver a capacidade de resolver problemas, de modo especial, aqueles que estão relacionados com as suas experiências, tornando-se resolvedores críticos e capazes de identificar a informação relevante para concretizar o objetivo do problema em questão. Inoue (2005) defende que ao invés de prevalecer, nas aulas de matemática, as "tradicionais" tarefas – problemas de um ou dois passos (Charles e Lester, 1986) - onde apenas se envolvem algoritmos, devem ser propostas aos alunos tarefas que envolvam ideias matemáticas relacionadas com a experiência quotidiana de cada um. O tipo de problemas "tradicionais" (executar cálculos mecanicamente) leva os alunos a encontrar uma resposta para todos os problemas que lhes são propostos. Para Inoue (2005), os enunciados devem descrever "situações reais" e, desta forma, o aluno aprende a dar sentido crítico ao problema que lhe é apresentado, em vez de executar mecanicamente um cálculo. Assim, torna-se capaz de avaliar a plausibilidade dos dados apresentados tendo em conta o contexto onde estão inseridos.

A grande finalidade da aprendizagem da Matemática deve basear-se na promoção de desenvolvimento de capacidades nos alunos que lhes permite usar a matemática eficazmente no seu dia-a-dia, onde a resolução de problemas se assume como principal "veículo" para mostrar esta relevância da matemática (ME, 2007). Os profissionais da educação devem promover problemas que envolvam os alunos, de modo que estes possam explorar conceitos matemáticos, reforçar a necessidade em compreender o problema, usar várias estratégias de resolução, bem como propriedades e resoluções matemáticas. Estes problemas, que poderão ser proporcionados em situações individuais ou em grupo, devem destacar-se por terem um carácter diversificador e motivador, para que seja possível desenvolver nos alunos o espírito crítico de pesquisa, a criatividade na resolução do problema, o gosto de aprender e a possibilidade de se tornar autónomo e com sentido de cooperação na tarefa onde está envolvido. Ou seja, a resolução de problemas resume-se a uma atividade complexa que põe em prática várias capacidades cognitivas de ordem superior do indivíduo, tais como "a organização da informação, o conhecimento de estratégias, as diferentes formas de representação, a tradução de linguagens, a aplicação de vários conhecimentos, a tomada de decisões, a interpretação de soluções" (Vale & Pimentel, 2004, p. 11), entre outras. O mesmo afirmam Krulik e Rudnick (1999) assegurando que as habilidades do pensamento, ao serem melhoradas, podem ajudar os alunos a tornarem-se em bons resolvedores de problemas e, desse modo, o professor deve promover enunciados que exijam o uso de pensamentos de ordem superior dos seus alunos.

Para Pólya (1973) ter um problema significa procurar conscienciosamente alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível onde, como refere Baroody (1993), é preciso encontrar uma solução, o que requer um trabalho prévio de análise cuidadosa e prolongada do enunciado. Assim, para resolver problemas, são necessárias tentativas de aplicação de conhecimentos pessoais (Inoue, 2005). Contudo, resolver problemas não implica apenas lembrar factos ou aplicar conhecimentos apreendidos pelos indivíduos, mas também a coordenação entre esses conhecimentos, o recurso a experiências prévias (no âmbito escolar ou vivenciadas no seu dia-a-dia), à intuição, a atitudes e conceções (Vale & Pimentel, 2004).

Conceções dos alunos sobre a Matemática e os Problemas

A dinâmica adotada pela maioria dos professores no trabalho no âmbito da matemática, mais concretamente com a resolução de problemas, apresenta-se como "a antítese do formato necessário para o desenvolvimento do pensamento matemático" (Fonseca, 1997, p. 44). Ou seja, a frequente aplicação de problemas tradicionais, de um ou dois passos, maioritariamente aduzidos nos manuais escolares, implicam apenas o mero exercício de utilização ou de fixação de técnicas ou regras previamente apreendidas (Diniz, 2001a), o que encaminha ao abandono da interpretação crítica dos alunos face aos enunciados que lhes são propostos. Normalmente, estes problemas aparecem sempre depois de um conteúdo e é esse conteúdo que tem de ser aplicado na resolução do problema.

Ora, estes problemas são resolvidos através da aplicação direta de uma ou mais operações básicas da aritmética. O único desafio dos alunos consiste em selecionar a(s) operação(ões) adequada(s) para encontrar a solução, levando-os a construírem conceções bastante restritas face à matemática e à resolução de problemas. Tal como comenta Diniz (2001a) é comum observarmos que, perante este tipo de problemas, os alunos perguntam insistentemente "Qual é a conta?" (p. 99).

Estas conceções, construídas com base na dinâmica criada na sala de aula através da rápida resolução de problemas e da sua aplicação repetitiva (Fonseca, 2004), têm efeitos bastantes prejudiciais no desempenho dos alunos, pois levam-nos a encarar a resolução de um problema como a obtenção de uma resposta numérica que tem de ser dada.

Nos dias de hoje são visíveis as demais conceções estritas que prevalecem e influenciam o trabalho dos alunos durante a resolução dos problemas que lhes são propostos. Segundo Fonseca (2004), algumas conceções sobre a matemática que se encontram bastante difundidas, quer entre os alunos, quer entre as comunidades onde estão inseridos são, por exemplo: (a) apenas os génios têm capacidades para "descobrir, criar ou compreender a matemática" (p. 127), contribuindo para uma visão passiva dos alunos face a esta área disciplinar. O aluno assume um papel mecanizado, reproduzindo fielmente as orientações do professor em sala de aula, sem perceber o seu sentido ou aplicabilidade; (b) a partir do momento em que o aluno percebe o assunto do problema, o mesmo terá de ser resolvido rapidamente. Caso esta ação não se concretize num tempo tido como "normal", o aluno assume o trabalho como perdido, começando a ficar ansioso pela falta de êxito; (c) não é necessário compreender o enunciado, basta encontrar e aplicar "aquela" estratégia que tantas vezes foi empregue em sala de aula. Ora, esta ação contribui para que os alunos admitam o pensamento matemático como "memorização rotineira de factos e procedimentos" (p. 127). Inoue (2005) constatou que os alunos ignoravam os seus conhecimentos quotidianos durante a resolução de problemas, optando por aplicar automaticamente "cálculos formais" para a resolução.

Além destas conceções, Stancanelli (2001) apresenta outras que também foram geradas pelos alunos nos bancos da escola através do contacto com as propostas comuns de "problemas tradicionais": (a) os problemas matemáticos têm sempre uma solução e esta é única, do mesmo modo que afirma Baroody (1993); (b) os problemas devem ser resolvidos em poucos minutos; (c) todos os dados do enunciado devem ser manipulados para encontrar a solução do problema; (d) existe apenas um caminho ou uma estratégia correta para obter a resposta ao problema. Costa (1990) refere a conceção de que "os problemas que o professor propõe são sempre para resolver e encontra-se a solução fazendo umas contas com os dados que aparecem no enunciado" (p. 32).

Neste sentido, Stancanelli (2001) garante que a aplicação de diferentes tipos de problemas permite ao professor identificar e evitar dificuldades ou conceções estritas entre os seus alunos durante o trabalho com a resolução de problemas. Os vários tipos de problemas devem ser propostos durante todos os anos escolares de forma diversificada e pertinente.

> A cada proposta de resolução, os alunos devem ser encorajados a refletir e analisar detalhadamente o texto, estabelecendo relações entre os dados numéricos e outros elementos que o constituem e também com a resposta obtida, percebendo se esta é ou não coerente com a pergunta e com o próprio texto (Stancanelli, 2001, p. 120).

Tipos de Problemas

Segundo Diniz (2001b), os problemas que aparecem nos livros classificam-se por "tradicionais", visto que se caraterizam pela simples aplicação de técnicas ou regras. Normalmente aparecem após a apresentação de um conteúdo e é esse conteúdo que se deve utilizar na resolução do problema. Maioritariamente, estes problemas são resolvidos a partir da aplicação direta de um ou mais algoritmos. Esta tarefa básica a que a autora se refere - identificar no enunciado uma operação apropriada para chegar a uma solução que é, frequentemente, a única solução do problema - é bastante destrutiva para o aluno do ponto de vista da aprendizagem, do desenvolvimento da criatividade e do espírito crítico. Com a prática única deste tipo de problemas, os tradicionais, os alunos limitam-se a encontrar no enunciado palavras-chave que lhes possam indicar “qual a conta” a executar e, por vezes, não compreendem o texto apresentado.

Ora, o trabalho desenvolvido em sala de aula, no âmbito da matemática, pode ser deveras diversificado (Vale & Pimentel, 2004). Segundo as autoras, as recomendações internacionais valorizam a aplicação de tarefas que envolvam processos matemáticos complexos e que exijam criatividade por parte dos alunos. Deste modo, defendem que os professores devem apresentar aos seus alunos tarefas de carácter exploratório e de investigação, desafiando-os a colocar hipóteses e testar conjeturas. Ambas as tarefas – exploração e investigação - são abertas, sendo que a única diferença entre elas reside no grau de complexidade de cada uma (Ponte, 2005). A exploração é uma tarefa aberta de desafio reduzido, enquanto a investigação é uma tarefa aberta de complexidade elevada. O contacto com estas tarefas, segundo Boavida e colaboradores (2008), desafia os alunos a realizar explorações para descobrir regularidades e formular conjeturas, levando-os a encontrar mais que um caminho para chegar à solução e a mais que uma resposta correta. Deste modo torna-se possível o desenvolvimento do raciocínio, espírito crítico e capacidade de reflexão dos alunos. Ainda a salientar, Ponte (2005) apresenta o exercício e o problema como tarefas fechadas, sendo que a segunda se destaca por uma maior complexidade em relação à primeira.

Neste sentido, vários são os investigadores que procuram categorizar enunciados de problemas que visam a finalidade acima indicada – envolver processos matemáticos complexos e que exijam criatividade por parte dos alunos. Charles e Lester (1986) são dois investigadores que apresentam uma tipologia de problemas com cinco tipos diferentes, adequada ao 1º ciclo do Ensino Básico. Para os autores, o professor pode aplicar, em sala de aula, problemas de um passo, que podem ser resolvidos a partir da aplicação direta de uma das quatro operações aritméticas. De um tipo mais complexo aparecem os problemas de dois ou mais passos, que poderão ser resolvidos partindo da aplicação direta de duas ou mais operações das quatro operações básicas da matemática. Obedecendo a um nível de exigência mais elevado aparecem os problemas de aplicação, caraterizados por requererem uma recolha de dados acerca da vida real (do quotidiano e cultura geral) para fundamentar a tomada de decisões. Neste tipo de problema poderá ser precisa a aplicação de uma ou mais operações aritméticas, ou de uma ou mais estratégias de resolução. Também apresentam os problemas de processo, que envolvem a aplicação de uma ou mais estratégias de resolução, e problemas tipo puzzle, que necessitam de um "flash", suscitando o interesse e habituando o aluno a olhar para os problemas sobre vários pontos de vista.

Partindo dos problemas ditos "tradicionais", de um ou dois passos, trabalhados nos primeiros anos de aprendizagem, é essencial que, ao longo do tempo, o professor seja capaz de os "transformar", de forma a complementar as conceções estritas dos alunos relativas à resolução de problemas.

Pegando, por exemplo, num enunciado que, pela sua leitura inicial, seja possível prever que se irá tratar de um problema de um passo, porque não alterar a pergunta de modo a não coincidir com os dados que são apresentados? Stancanelli (2001) realça, além de outros tipos de problemas, os problemas sem solução. Dar aos alunos a oportunidade em contactar com este trabalho ajuda, por um lado, a romper com a conceção de que os dados que o enunciado apresenta devem ser manipulados para encontrar a solução do problema e, por outro, que os problemas têm sempre solução. Este tipo de problema "não estruturado", em que os dados apresentados não são coerentes com a pergunta formulada, obriga o resolvedor a elaborar uma interpretação crítica do enunciado, de modo a identificar a sua falta de lógica e concluir que, com aqueles dados, não é possível dar uma resposta correta ao problema.

Consideremos o seguinte problema: "Um rebanho tem 35 carneiros e doze cabras. Que idade tem o pastor?" (Costa, 1990, p. 7). Normalmente, os alunos tendem a utilizar todos os dados para fazer uma "conta" e arranjar, de alguma forma, uma resposta para o problema. Foi o que constatou a autora. De todos os participantes envolvidos na sua experiência, alunos do 3º e 4º ano do ensino básico, 80% «resolveu» o problema. Em forma de conclusão, a autora referiu que estes alunos manifestaram dois tipos de reações perante os problemas deste tipo que foram propostos: ou o consideraram "disparatado" e, apesar disso, resolveram-no; ou então não deram qualquer importância à falta de lógica entre o enunciado e a questão colocada, resolvendo-o: reconhecem no enunciado uma "certa «forma» e lançam-se na «resolução»" (p.32). Isto acontece porque os alunos estão habituados a resolver problemas "tradicionais", em que o único desafio que enfrentam é encontrar um algoritmo para solucionar o problema, usando apenas os números que encontram no texto, sem analisá-los com a devida atenção e reflexão (Stancanelli, 2001).

Indo ao encontro do referido, os professores podem formular problemas sem solução, problemas "não estruturados", partindo dos enunciados tradicionais apresentados nos manuais, efetuando as devidas alterações. Estas poderão passar por alterar a pergunta, de tal forma que impeça o aluno, ou aquele que resolve o problema, de responder credivelmente à questão. Poderá também alterar o contexto que o problema apresenta, ou até retirar alguns dados evidenciados, tornando-o um problema com dados insuficientes para se poder responder à pergunta formulada, e incluir outras condições que tornem a situação impossível de ser resolvida. De acordo com o PMEB (ME, 2007), estas tarefas incentivam o aluno a avaliar a lógica do texto apresentado e a plausibilidade dos resultados obtidos, revendo procedimentos e cálculos efetuados durante a resolução do problema.

A aplicação destas propostas de problemas "não estruturados" em sala de aula permite-nos chegar à concretização de mais um tipo de problemas: problemas abertos, com mais que uma solução. Como dizia Way (2005), referido por Fonseca (2009), "a melhor fonte de tarefas abertas são as tarefas fechadas". Ou seja, partindo de enunciados "tradicionais" - problemas "fechados" de resposta e estratégia de resolução únicas - e retirando alguns dos dados apresentados, os alunos poderão recorrer à sua criatividade e acrescentar mais dados ao enunciado, de forma a poder dar uma resposta plausível ao problema. Assim, e como refere Stancanelli (2001), a apresentação aos alunos de problemas com mais que uma solução rompe com a conceção de que o problema tem apenas uma única resposta possível, ou então que há apenas um único caminho, uma única estratégia correta para obter essa resposta. Com o desafio individual de acrescentar mais dados ao enunciado, cada aluno utilizará a sua estratégia, de modo a responder corretamente à pergunta apresentada inicialmente. O período de discussão e partilha é essencial para que os alunos contactem, apreciem e reflitam sobre diferentes propostas. Perante as várias apresentações será possível constatar que, partindo do mesmo enunciado, várias respostas distintas e plausíveis podem ser apresentadas.

Como afirma Baroody (1993), a resolução destes problemas em sala de aula é relevante, pois os alunos apercebem-se da existência de problemas que podem ser resolvidos segundo estratégias diferentes, ajudando-os a apreciar problemas do mundo real aplicando, do mesmo modo, vários métodos de resolução nesses problemas quotidianos. Além de poderem ser resolvidos a partir de diferentes estratégias, os problemas abertos também permitem a apresentação de mais que uma resposta. Como conclui o autor, tarefas que permitam respostas diferentes podem ajudar a alterar a conceção que os problemas têm apenas uma única solução, desafiando o aluno a tornar-se numa pessoa atenta e criteriosa durante a resolução de problemas.

Ainda nesta perspetiva de melhorar a atenção do aluno na resolução de problemas aparecem os problemas com excesso de dados, ou com informação irrelevante, como designa o PMEB (ME, 2007). Neste tipo de problemas nem todas as informações disponíveis no enunciado são usadas para a sua resolução. Trabalhar com estes problemas rompe com a conceção de que todos os dados que aparecem no enunciado são necessários para a sua resolução (Stancanelli, 2001). Estas experiências permitem que o aluno conclua, autonomamente, a importância em ler e interpretar corretamente os dados que aparecem no enunciado, de modo a ser capaz de selecionar apenas os relevantes para responder à questão. O Programa de Matemática (ME, 2007) sugere que, ao aluno, seja estimulada a prática em identificar no problema a informação relevante e o seu objetivo. O problema com excesso de dados carateriza-se por ser "confuso", devido à informação supérflua apresentada, que deve ser identificada e descartada pelo próprio aluno durante a resolução do problema.

Para a apresentação deste tipo de problemas em sala de aula o professor pode, de igual forma que anteriormente foi sugerida, utilizar enunciados dos problemas "tradicionais" que aparecem nos manuais escolares e, ao seu enunciado, acrescentar mais informação, ou mais dados numéricos, de forma a motivar o aluno a explorar, de outra forma, este novo enunciado. Tomemos em consideração as sugestões apresentadas por Stancanelli (2001):

- Problema inicial: Caio tinha 2 dúzias de berlindes. No final do jogo com Júnior, Caio perdeu um quarto dos seus berlindes e Júnior ficou com o triplo de berlindes de Caio. Quantos berlindes tinha o Júnior no início do jogo?

- Problema com dados a mais: Caio é um menino de 6 anos e gosta muito de brincar com berlindes. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o pequeno-almoço e corre para casa do seu amigo Júnior para brincar. Certo dia, Caio levou para a casa do Júnior 2 dúzias de berlindes para jogar. No final do jogo, reparou que tinha perdido um quarto dos seus berlindes. O Júnior estava muito contente, pois agora tinha o triplo de berlindes de Caio. Quantos berlindes tinha o Júnior antes de iniciar o jogo?

Deste modo, e como afirma a autora, o problema inicial e o reformulado têm a mesma estrutura matemática, ou seja, o resultado é o mesmo. A única distinção passa pela análise criteriosa dos dados apresentados, onde o aluno terá de ser seletivo e extremamente crítico, ao ponto de descartar a informação que não é necessária para responder à pergunta do problema. Este trabalho de reformulação de problemas poderá passar por aplicar uma "história" com a descrição de um ambiente, ou das personagens ao problema inicial. Uma outra maneira de propor problemas com excesso de dados consiste em apresentar enunciados cujas respostas passarão pela análise criteriosa de tabelas, artigos de jornais ou revistas, anúncios, entre outras fontes de informação (Stancanelli, 2001), e onde os alunos terão de selecionar a informação relevante para responder ao problema.

Com a proposta destes tipos de problemas "não estruturados" - com dados a menos, abertos e com dados a mais - os alunos conseguem adquirir maior experiência e confiança na procura dos dados necessários e na consequente interpretação crítica do enunciado (ME, 2007).

Baroody (1993) também realçou a importância da aplicação de problemas com dados em excesso, com poucos dados e com dados incorretos, pois são problemas que requerem uma análise cuidadosa dos dados, por parte dos alunos, para determinarem que informação é necessária, não necessária ou que precisa ser reformulada.

Assim, às ações às quais está habituado a utilizar na resolução de problemas "tradicionais" (propor situações-problemas e resolver as situações-problemas), o aluno passa a incluir mais duas ações: questionar as respostas obtidas e questionar a própria situação inicial (Diniz, 2001a), desenvolvendo a capacidade de autoavaliar o trabalho que desenvolveu.

A aplicação desta diversidade de problemas permite a alteração das conceções dos alunos diante da resolução de problemas. Deste modo, o aluno encontra oportunidades para desenvolver o seu pensamento crítico e a sua autonomia na resolução de problemas, tornando-se capaz de "enfrentar, observar (…) e discutir" (p. 120) desafios e encontrar caminhos para possíveis soluções (Stancanelli, 2001).

> O professor que proporciona aos alunos tarefas desafiantes e apropriadas ao seu conhecimento está a proporcionar o estabelecimento de conexões entre vários tópicos dentro e fora da Matemática e a estimular a argumentação e a comunicação recorrendo a diferentes representações. Em suma, está a contribuir para o desenvolvimento do pensamento independente e crítico, tão essencial a várias facetas da vida. (Boavida e colaboradores, 2008, p. 33).

Modelo de Resolução de Problemas

Segundo Diniz (2001a), desde as indicações curriculares dos anos 80 mostrava-se crucial que os alunos aprendessem a resolver problemas. Para isso, o professor deve ser altamente criterioso na escolha de modelos de resolução e respetivos problemas a serem usados na sala de aula. Nesta perspetiva é essencial abordar com os alunos os diversos tipos de problemas e os métodos de resolução, para que possam apreender a matemática.

Não existe um único método para resolver nem ensinar a resolver problemas. Para Pólya (1973), um professor que pretenda melhorar a capacidade dos seus alunos na resolução de problemas deve basear-se em palavras-chave que correspondem às operações mentais usadas durante essa resolução. Para este autor existem quatro fases que estão ligadas à resolução de problemas.

Numa primeira fase, Pólya (1973) apresenta a palavra-chave compreensão, como etapa importante para o alcance da solução do problema. Assim, é necessário identificar no enunciado aquilo que é conhecido, o que sabemos (dados); o que é desconhecido, o que queremos saber (o objetivo, pergunta); e as condições que são apresentadas. Torna-se essencial, nesta fase, relacionar os dados apresentados com a pergunta colocada e verificar se ambos coincidem e se com eles é possível responder corretamente à pergunta. Deste modo, Baroody (1993) propõe que o resolvedor coloque e responda a algumas perguntas, tais como: “O que preciso saber?”, “Que informação é dada?”, “Tenho informação suficiente para responder ao problema?”, “Que informação adicional vou precisar?”, “Que informação não vou precisar para resolver o problema?”. De seguida, o resolvedor do problema deverá delinear um plano que lhe permita chegar à solução. Nesta fase, é essencial reportar-se a experiências e situações (escolares ou do quotidiano) vividas anteriormente, de modo a relacionar o problema com outros que já pudesse ter sido resolvido noutras ocasiões, ou então fazendo as devidas conjeturas (colocar hipóteses) e testá-las. A terceira fase na resolução de problemas é definida por Pólya (1973) como momento para executar o plano que foi anteriormente delineado, até chegar à solução. Caso o resolvedor se confronte com algum impasse deverá reformular o plano que tinha delineado. Por último, o criador do modelo define que a quarta fase pela qual o resolvedor terá de passar consiste em verificar a solução obtida, relacionando-a com os dados e as condições que o problema apresenta. Segundo Baroody (1993) é essencial que o professor incentive o aluno a avaliar as suas próprias respostas, pedindo-lhe que as justifique e reflita sobre outras respostas diferentes.

Outros autores, como Fernandes e colaboradores (1998), também apresentam um modelo de resolução de problemas. Estes autores orientam que no momento de resolução de problemas deve obedecer-se às fases: ler e compreender o problema, fazer e executar um plano e, por fim, verificar a resposta. Estas fases encontram-se, de certo modo, relacionadas com as apresentadas por Pólya (1973), onde a única diferença reside na fusão entre a segunda e a terceira fase do modelo apresentado pelo autor.

Fernandes e colaboradores (1998) realçam a importância da análise e discussão de todas as palavras, expressões e condições que os enunciados apresentam, para que seja possível identificar a informação relevante. Através desta leitura e compreensão, o resolvedor poderá colocar questões sobre o problema, de modo a entender aquilo que se pretende e detetar as condições de que dispõe para responder ao problema: se tem dados suficientes, se os dados pertencem ao mesmo contexto da pergunta, se há coerência entre a informação apresentada e se esta é plausível. Tal como refere Baroody (1993), o primeiro passo para resolver um problema obriga a entender aquilo que está a ser pedido (pergunta).

A dificuldade na interpretação de problemas, além da influência pelas estritas conceções, também poderá residir na falta de leitura fluente de textos de língua materna (Smole & Diniz, 2001), leitura com compreensão do texto. Segundo estas autoras, além da aplicação deste hábito no quotidiano dos alunos, é essencial que eles aprendam, progressivamente, a usar a leitura como fonte de informação para aprender. "Ler é uma atividade dinâmica, que abre ao leitor amplas possibilidades de relação com o mundo e compreensão da realidade que o rodeia, que lhe permite inserir-se no mundo cultural da sociedade em que vive." (p. 70). Deve-se formar o leitor partindo da interpretação de várias fontes de informação relacionadas com as várias áreas curriculares.

A prática deste trabalho torna-se crucial, na medida em que evidencia no aluno a importância de ler de forma reflexiva e consciente, permitindo-lhe aprender a selecionar os dados relevantes para a resolução de um determinado problema (Stancanelli, 2001).

Criatividade na (Re)formulação de Problemas

Krulik e Rudnick (1999) afirmam que o objetivo do professor nas aulas de matemática é claro: ajudar os seus alunos a desenvolver habilidades de pensamento crítico e criativo na resolução de problemas. O ensino é uma profissão de pensadores e os professores são, por isso, pessoas criativas.

Relativamente à formação de futuros professores de matemática, Vale (1997) defende que aquilo que se pretende com um ensino de resolução de problemas é desenvolver os conhecimentos do professor, o seu gosto e a sua confiança em tornar-se resolvedor criativo e independente de problemas, capaz de aplicar a sua criatividade durante a organização e planificação das diversas tarefas que propõe na sala de aula.

Geralmente os estudantes apenas contactam com os problemas matemáticos propostos pelo professor de matemática ou então pelos livros dessa mesma disciplina (Lavy & Bershadsky, 2002). Contudo, em número bastante reduzido, alguns alunos são desafiados pelo professor a resolver problemas matemáticos formulados por eles próprios.

Segundo Vale e colaboradores (2012) existem investigações que afirmam que a resolução e a formulação de problemas matemáticos encontram-se relacionadas com uma capacidade muito importante que deve ser estimulada nos estudantes: a criatividade. Deste modo, a criação de momentos de aprendizagem através da implementação de atividades de resolução ou de formulação de problemas devem ser propostas em sala de aula, pelo professor, para que também se torne favorável o desenvolvimento da criatividade de cada aluno. Assim, e como defendem as autoras, um dos maiores objetivos do professor deverá residir na vontade em querer desenvolver nos alunos a capacidade matemática e permitindo-lhes, simultaneamente, resolver e (re)formular diferentes tipos de problemas com criatividade, nas várias situações do quotidiano. Consequentemente à criatividade advém a curiosidade, o que possibilita envolver os alunos na "exploração e experimentação" (p. 171) de tarefas, onde possam aplicar a sua imaginação e originalidade.

A criatividade nas aulas de matemática, que normalmente se encontra associada à resolução ou formulação de problemas, resulta das soluções originais que o aluno apresenta para um determinado problema, das abordagens que elabora e da aplicação de algo novo nesse problema, de acordo com Leikin (2009). Esta autora apresenta uma definição para "criatividade matemática" (referindo Kwon, Park e Park, 2006), como sendo a criação de novos conhecimentos a partir da capacidade flexível em resolver problemas.

O desenvolvimento do raciocínio criativo nos alunos é um fenómeno complexo (Vale e colaboradores, 2012). Numa pesquisa realizada em busca de uma definição concisa sobre a criatividade matemática, as autoras descobriram que não existe uma definição concreta, visto que prevalecem inúmeras maneiras de expressá-la. Contudo concluem que existem alguns traços comuns nas várias tentativas de definição de "criatividade". Apresentam que a criatividade envolve tanto o pensamento convergente como o pensamento divergente do resolvedor. O primeiro, o pensamento convergente, é o pensamento orientado para obter uma única resposta para uma situação única, e o segundo, o pensamento divergente, é o pensamento aberto a novas possibilidades, alcançando a melhor solução para o problema. Consideram que a criatividade é composta por três dimensões: a fluência, a flexibilidade e a originalidade, ou novidade e, por fim, que está relacionada com a resolução e formulação de problemas, tal como anteriormente já foi referido.

Vale e colaboradores (2012) afirmam que o tipo de pensamento envolvido durante a aplicação da criatividade na formulação de problemas é o pensamento divergente, que permite olhar para o enunciado e perspetivar soluções não óbvias, visa alcançar a melhor solução para o problema. O utilizador deste tipo de pensamento é mais criativo e mantém a "mente" recetiva a qualquer possibilidade apresentada, contrariamente ao utilizador do pensamento convergente.

Em relação às três dimensões que compõem a criatividade – fluência, flexibilidade e originalidade - as autoras apresentam a fluência como sendo a capacidade em criar um maior número de ideias para o mesmo problema, dando-lhes continuidade, partindo de várias associações entre elas. Leikin (2009) acrescenta que se pode detetar a fluência nas várias soluções que o resolvedor apresenta para o mesmo problema, de forma espontânea. Seguidamente, as autoras apresentam a flexibilidade como sendo a capacidade em produzir diferentes categorias, perceções ou ideias acerca do mesmo problema e reflete-se quando o resolvedor mostra capacidade em alterar as suas ideias entre soluções. Por fim, a originalidade é a componente caraterizada por apresentar a capacidade de criar ideias únicas, novas, incomuns, diferentes. No que concerne às aulas de matemática, a originalidade pode ser manifestada durante a análise de várias soluções ou métodos que o estudante faz perante um problema, voltando a descobrir outras soluções. A criatividade é visível durante a apresentação de soluções originais e flexíveis em problemas (Leikin, 2009).

Para Vale e colaboradores (2012), as tarefas que podem promover estas três dimensões caraterizam-se por serem "abertas" ou "não estruturadas" (como problemas com dados a menos e dados a mais), exigindo o envolvimento de explorações e investigações matemáticas. Em vez dos habituais problemas fechados, com uma única solução, os professores devem proporcionar aos seus alunos o contacto com estes problemas abertos. Assim, os estudantes aplicam a sua criatividade, ao acrescentar mais informação ao enunciado, permitindo, consoante a informação acrescentada, enveredar por várias estratégias de resolução e com várias soluções possíveis. Neste sentido, a formulação de problemas pode ser uma poderosa estratégia de desenvolvimento de capacidades de resolução de problemas e da criatividade. As autoras defendem que o caminho para a criatividade, que passa pela resolução ou formulação de problemas, deverá ser aberto para que sejam aplicadas as dimensões fluência, flexibilidade e originalidade, para assim se originarem resultados criativos.

Consequentemente, para formular problemas matemáticos significativos, é necessário que existam bons resolvedores de problemas. Estudantes que promovam formulações de problemas significativos tornam-se, segundo Lavy e Bershadsky (2002), em pessoas mais empreendedoras, criativas e ativas. As autoras ressaltam a importância do desenvolvimento da capacidade de resolução ou formulação de problemas significativos, citando as palavras de Einstein e Infeld: a proposta de formulação de problemas torna-se mais importante que a procura de uma solução para determinado problema. Esse trabalho envolve capacidades experimentais que conduzem a novas questões, a novas possibilidades; requerem imaginação e criatividade, o que se traduz num "avanço real para a ciência" (p. 282). Os professores devem, por isso, interpretar o currículo e selecionar bons materiais e estratégias para usar nas aulas (Vale e colaboradores, 2012). Para tal devem propor aos seus alunos tarefas que envolvam a criatividade associada à componente matemática. Se o que os estudantes aprendem está relacionado com o tipo de tarefas que lhes são propostas e o modo como são exploradas em sala de aula (Fonseca, 2004; ME, 2007; Vale e colaboradores, 2012), então o professor deverá apresentar boas e criativas tarefas matemáticas, capazes de desafiar os alunos, melhorando as suas capacidades de aprendizagem, aumentando as várias ideias matemáticas, permitindo a flexibilidade do pensamento e originalidade nas suas propostas e respostas. Deste modo, os professores devem encorajar os alunos a (re)formular e resolver os próprios problemas, criando assim um ambiente de aprendizagem desafiador e que contribua para o desenvolvimento de capacidades para a resolução de problemas (Vale e colaboradores, 2012).

O pensamento criativo é empregue durante a sugestão, modificação ou formulação de tarefas (Hershkovnz, Peled e Littler, 2009). Dando continuidade a esta ideia, Chica (2001) apresenta uma série de propostas que visam a promoção de formulação de problemas. O professor poderá incentivar o aluno a criar uma nova pergunta (alínea), partindo de um dado problema ou figura, que poderá ser respondida através da informação expressa nesses enunciados, sugestão que poderá ser aplicada em problemas com dados a mais. Sugere também que poderá ser solicitado ao aluno que, partindo de um enunciado de um problema, possa dar-lhe continuidade, acrescentando mais informações, sugestão que poderá ser aplicada em problemas com dados a menos. Também propõe que o aluno formule um problema parecido com um que tenha trabalhado anteriormente, sugestão que poderá aplicar-se aos problemas de dados a mais ou a menos. Além disso, o aluno também poderá formular um problema partindo de uma pergunta, de uma palavra, de uma resposta dada, de uma operação de um número, ou de um tema.

Baroody (1993) sugere que os alunos sejam incentivados a escrever os seus próprios problemas pelas suas palavras e, posteriormente, partilhá-los com os outros, para serem resolvidos e discutidos.

Em súmula é importante que (futuros) professores se tornem pensadores críticos, capazes de pensar, analisar, relacionar e avaliar situações; e criativos, isto é com capacidade em pensar de modo original e reflexivo, conscientes de que devem agir da mesma forma com os seus alunos. Por sua vez, estes devem reconhecer que tanto a flexibilidade, como a originalidade e a fluência encorajam o pensamento divergente e crítico, que promovem o mais alto nível do nosso pensamento (Vale e colaboradores, 2012).

Metodologia

Nesta secção do relatório encontram-se evidenciados os seguintes aspetos: as Opções Metodológicas selecionadas para a concretização do estudo, os Participantes envolvidos, a descrição dos Procedimentos da Intervenção, os instrumentos qualitativos utilizados para a Recolha de Dados, as categorias de Análise de Dados utilizadas e, por fim, a Calendarização cumprida ao longo do estudo.

Opções Metodológicas

Detetado e identificado o problema em contexto escolar, que residia nas conceções estritas que os alunos tinham acerca dos problemas matemáticos, comecei por formular questões que pretendia ver respondidas no final do estudo. Esta ação teve como objetivo focar tópicos e antever um conjunto de decisões relativas aos caminhos a percorrer durante o estudo (Esteves, 2008).

Na ânsia de melhorar a atuação dos alunos durante a resolução de problemas resolvi optar pela investigação qualitativa, mais concretamente, pela investigação-ação. Como durante o período de identificação do problema em contexto detetei o predomínio de estritas conceções nos alunos, deduzi que estas talvez prevalecessem devido à falta de contacto com outros tipos de problemas. Assim, no decorrer da minha Prática de Ensino Supervisionada II, optei por promover momentos de trabalho com outros tipos de problemas que permitissem aos alunos refletir e enriquecer as suas conceções. Procurando melhorar o ensino oferecido neste contexto considero que a opção mais indicada para concretizar o estudo seja a investigação-ação porque permitirá, no final, constatar se a mudança da minha prática de ensino surtiu, ou não, efeito nas aprendizagens dos alunos.

Como afirma Sousa Santos (1989), durante a investigação-ação, o professor também assume o papel de participante. Ele passa de objeto da investigação dos alunos a sujeito da sua própria investigação. Como o professor deve assumir no estudo em causa um comportamento ativo com os alunos, que também influencia os resultados da intervenção, procurei, durante as sessões com maior incidência na área da matemática, orientar o trabalho e o discurso dos alunos, criando condições para a construção de um novo conhecimento na área da resolução de problemas.

A formação de professores, segundo Esteves (2008), começou a enveredar para o conhecimento prático. Como o conhecimento profissional prático é evolutivo, então está aberto à mudança e é neste sentido que surge a necessidade de se efetuar investigação-ação, onde o profissional avalia a sua capacidade em tornar-se num profissional reflexivo que visa melhorar as oportunidades práticas dos seus alunos. Quando um profissional desenvolve esta necessidade em refletir sobre a sua própria prática, é porque sente necessidade de investigar o seu próprio trabalho, de modo a melhorar o ensino oferecido, inovando e construindo conhecimento.

A vontade em oferecer aos alunos um conhecimento mais inovador comprova a pertinência da aplicação desta metodologia no estudo que apresento. As tarefas planificadas e implementadas em contexto miravam, sobretudo, a melhoria da prática dos alunos durante a resolução de problemas, através do uso de interpretações críticas e reflexivas aos problemas apresentados, e na (re)formulação criativa de novos enunciados, levando-os a alargar as suas conceções relativas a esta capacidade matemática.

Os principais objetivos deste tipo de investigação consistiram em agir e investigar a minha própria ação, para transformá-la e reconstruir conhecimento no contexto onde foi inserida. Assim, a investigação-ação pretende (a) formar, produzindo mudança em problemas concretos e construindo conhecimento sobre ela; (b) transformar, sustentando a produção de mudança através da participação vivida; e (c) informar o participante, produzindo conhecimento sobre a realidade em transformação. A finalidade da investigação-ação prende-se com a melhoria do desempenho do professor nas suas tarefas e no seu ambiente profissional em que estas ocorrem (Esteves, 2008). Assim, considerei que a abordagem de problemas com excesso de dados e com dados insuficientes (tipos de problemas desconhecidos pela maioria dos alunos) pudesse contribuir para a melhoria do seu desempenho no âmbito da resolução de problemas.

Existem estudos que analisam o efeito que a investigação tem sobre aquele que a pratica. Os benefícios para o professor que se envolve na investigação da sua própria prática demonstram-se na existência de pensamentos positivos face ao ensino e ao ser-se professor, no sentimento da importância social do trabalho nas escolas, na crença nas suas capacidades intelectuais, na importância do seu desenvolvimento para melhorar o desempenho profissional, no reforço das relações afetivas entre colegas. Também o maior impacto na aceitação da inovação é exemplo desses benefícios (Esteves, 2008).

A prática de investigação-ação, segundo o autor anteriormente mencionado, é o veículo que os professores usam para melhorar a sua dimensão pessoal, a sua prática de ensino. Apontando para a minha "melhoria do desempenho" pretendia que, consequentemente, as práticas dos alunos no estudo em causa também melhorassem. Ou seja, através do contacto com as tarefas que planifiquei pretendia que os alunos pudessem mudar as suas conceções prévias, aumentar e desenvolver os seus conhecimentos intelectuais e a sua criatividade.

Assim, os professores atribuem à investigação-ação o valor de estratégia de desenvolvimento profissional. Bogdan e Biklen (1994) referem que quando os investigadores recolhem dados em benefício de determinada causa, fazem-no para modificar as práticas que vigoram e que não estão a ter maior sucesso no contexto. Para tal, existe uma variedade de formas de recolha de dados, referidas por Burnaford (2001), que permitem ao professor responder com criatividade às questões que vão surgindo. Optam por recorrer a observações, notas de campo, registos, planos de aula detalhados, recolha e análise de dados dos estudantes, conversas informais com alunos e pais e registo vídeo das suas práticas. Esteves (2008) refere que "estudos observacionais ajudam a compreender o mundo dos alunos do ponto de vista deles próprios" (p. 77). As observações, que permitem recolher e analisar fenómenos em contexto real, as conversas e o registo-transcrição são exemplos de instrumentos e técnicas a usar na recolha de dados em investigação qualitativa.

Investigadores qualitativos defenderam que este modo de investigação é o mais apropriado para a "compreensão da vida na escola" (Esteves, 2008, p. 78). Para tal compreensão sugerem que o investigador cumpra o seguimento de ciclos em espiral. Nestes, o investigador começa por identificar e analisar o problema em contexto, seguindo-se a planificação e a implementação de ações que visam a melhoria desse problema. Depois, o investigador deverá observar e refletir sobre os efeitos dessas ações. Partindo destas reflexões, determinará a necessidade, ou falta dela, em repetir este ciclo, para que possa melhorar as ações anteriormente implementadas. A par destas estratégias de ação desenvolvidas em ciclos em espiral estão articuladas a reflexão e avaliação, onde o investigador está constantemente a avaliar e a refletir sobre a sua prática, conseguindo a sua melhoria.

A rota da investigação-ação deve assumir, tal como a investigação qualitativa, um processo dinâmico, interativo e aberto aos emergentes e necessários reajustes, provenientes da análise das circunstâncias e dos fenómenos em estudo. Este processo desenrola-se ao longo de todo o estudo e inclui as seguintes etapas: (a) planear com flexibilidade, o que implica a reflexão do professor-investigador acerca da sua experiência e a dos alunos; (b) agir, o que engloba uma pesquisa no terreno para as questões começarem a ficar mais claras; (c) refletir, o que sujeita a uma análise crítica das observações; (d) avaliar/validar, onde à medida que se avaliam as decisões sucessivamente tomadas e se observam os efeitos que delas decorrem é possível aperfeiçoar a descrição e análise dos dados; e (e) dialogar com colegas ou eventuais amigos críticos acerca das suas interpretações, para assim chegar a uma "versão final do relatório escrito" (Esteves, 2008, p. 82). Tal como conclui Oliveira-Formosinho (2007), a investigação-ação assume um papel relevante na formação de profissionais docentes reflexivos e críticos, devido à planificação e reflexão de todo o trabalho antes, durante e após a ação, que visa a melhoria da formação dos alunos.

Durante a investigação procurei aplicar os ciclos em espiral apresentados por Esteves (2008), bem como o cumprimento das etapas por ele enumeradas. Apresentar um conjunto de estratégias de ação que visassem o alargamento das conceções dos alunos perante a resolução de problemas foi uma preocupação constante durante todo o estudo. Simultaneamente às intervenções tentei refletir sobre a ação e, em várias ocasiões, senti a necessidade em refletir durante a ação. Ambas as reflexões permitiram-me repensar sobre as práticas futuras, com a finalidade de melhorar as próximas implementações. Desta forma se demonstra este papel ativo, dinâmico e reflexivo que tentei assumir durante o estudo.

Participantes

Depois de detetado o problema no contexto, o meu objetivo de estudo incidiu-se sobre a planificação de um trabalho que apontasse para a melhoria do desempenho dos alunos na resolução de futuros problemas matemáticos.

Para melhorar as suas oportunidades práticas, os dezassete alunos participaram no estudo: nove eram do sexo feminino e oito do sexo masculino. Envolver todos os alunos da turma no estudo permitiu que todos tivessem a mesma oportunidade de melhorar a sua experiência e conhecimentos matemáticos. Por isso, com este grupo, foram realizadas sequências de tarefas matemáticas que tinham como principal objetivo a melhoria da interpretação de enunciados, da apresentação de respostas críticas aos problemas, da criatividade na (re)formulação de problemas e das suas conceções sobre os problemas matemáticos.

Eu assumi o papel de professor-investigador que, ao mesmo tempo que "ensinava", também orientava a ação para o objetivo do estudo e, simultaneamente, recolhia dados para futura análise.

Na área disciplinar da Matemática, os alunos situavam-se num nível satisfatório de desempenho, tal como já foi anteriormente indicado.

De acordo com o Programa de Matemática (ME, 2007), a regularidade de resolução de problemas que permitam diferentes abordagens, incluindo problemas com mais que uma solução, problemas com excesso de dados e problemas sem solução, levam os alunos a adquirir maior experiência e confiança na procura dos dados necessários, relacionando-os entre si e com o que é pedido.

Durante as observações no contexto escolar apercebi-me que a maioria dos problemas trabalhados com os alunos eram problemas de um ou dois passos, ou problemas de processo. A maior parte dos alunos mostrou capacidade em identificar os dados no enunciado e determinar a estratégia mais adequada para dar a resposta correta ao problema. Cerca de cinco alunos evidenciavam, frequentemente, mais dificuldade na escolha da estratégia de resolução a adotar durante a resolução de problemas. Contudo, no dia em que lhes foi proposto pela professora cooperante um problema com dados a mais, nenhum aluno foi capaz de selecionar a informação relevante para responder corretamente ao problema. Pelo contrário, os alunos manipularam todos os dados apresentados no enunciado, aplicando-lhes uma estratégia que permitisse obter uma resposta à questão apresentada. Ora, com esta observação, constatei que os alunos estão um pouco mecanizados no que concerne à resolução de problemas: reconhecem no enunciado uma «forma» e logo se lançam para a «resolução» (Costa, 1990). A interpretação crítica dos enunciados matemáticos não fora, de facto, suficientemente trabalhada com estes alunos.

No decorrer do estudo, no intervalo de tempo entre a resolução de tarefas e a respetiva discussão, estabeleci conversas informais com quatro alunos da turma. O objetivo destas conversas consistiu na recolha de informação relativa ao modo de interpretação de problemas elaborada por estes alunos para, assim, poder antecipar conteúdos e preparar a orientação do discurso que deveria estabelecer durante a posterior discussão com toda a turma. Os critérios de seleção dos quatro alunos basearam-se na boa capacidade de comunicação por eles evidenciada. A explicitação pormenorizada dos seus raciocínios na interpretação de problemas permitiu-me perceber exatamente o modo como aqueles alunos agiram e, além disso, prever as várias respostas que poderiam ser dadas pelos restantes alunos da turma.

Do mesmo modo, na fase final da recolha de dados, voltei a conversar, individualmente, com cada um destes alunos. Estas conversas informais com alunos do 3º ano são importantes porque, oralmente, conseguem exprimir sentimentos e opiniões que por escrito não revelam e, assim, consegui recolher evidências mais pormenorizadas, compreendendo melhor o trabalho e a evolução dos alunos durante o estudo.

Procedimentos da Intervenção

Com base no problema detetado durante as semanas de observação no contexto escolar - que residia na dificuldade em interpretar criticamente e compreender enunciados matemáticos com dados a mais - e com a vontade em intervir sobre esse problema, decidi planificar três sequências de tarefas para abordar, especialmente, dois tipos de problemas "não estruturados": problemas com dados a menos e problemas com dados a mais. A implementação destas tarefas, além de pretender inverter a situação anteriormente apresentada, tinha como finalidade alargar as estritas conceções apresentadas pelos alunos face à resolução de problemas.

Os Procedimentos da Intervenção, organizados por sequências de tarefas e que visam a melhoria da prática dos alunos durante a resolução de problemas, resumem-se aos seguintes tópicos:

Datas	Lista dos Procedimentos da Intervenção
19/11/2012	**Questionário** Inicial.
10/12/2012 11/12/2012 12/12/2012	Trabalho com **problemas de dados a menos** (impossíveis de resolver): . Resolução de dois problemas impossíveis. . Conversas informais com quatro alunos acerca da interpretação dos problemas resolvidos. . Apresentação e discussão dos resultados obtidos na resolução dos problemas. . Conclusões acerca dos problemas impossíveis de resolver. **Reformulação** dos Problemas Impossíveis: . Adição de dados (criativos) ao enunciado anterior, de forma a tornar possível responder à questão do problema. . Apresentação e discussão das reformulações. . Elaboração das "Cortinas Problematicamente Possíveis". . Mais propostas de reformulação de problemas impossíveis de resolver para trabalho de casa. **Conclusões** sobre os problemas com dados a menos: . Apresentação das reformulações efetuadas em casa. . Acrescentar essas reformulações às "Cortinas Problematicamente Possíveis". . Interpretação de uma imagem conclusiva onde se evidenciam as caraterísticas dos problemas impossíveis.
14/01/2013 15/01/2013	Trabalho com **problemas de dados a mais** (possíveis de resolver): . Resolução de um problema com dados a mais. . Conversas informais com quatro alunos acerca da interpretação do problema resolvido. . Apresentação e discussão dos resultados obtidos. . Conclusões acerca dos problemas com dados a mais. . Formulação de alíneas (criativas) para os problemas. . Mais propostas de resolução de problemas com dados a mais e formulação de alíneas criativas para trabalho de casa. **Conclusões** sobre os problemas com dados a mais: . Revisão de conteúdos relacionados com problemas com dados a mais. . Apresentação e discussão das respostas e alíneas dos problemas resolvidos em casa. . Interpretação de uma imagem conclusiva onde se evidenciam as caraterísticas dos problemas com dados a mais.
16/01/2013	**Ficha de Problemas**: . Problemas de um e dois passos, possíveis de resolver. . Problemas com dados a menos, impossíveis de resolver. . Problemas com dados a mais, possíveis de resolver.
28/01/2013 29/01/2013	**Resolução** de problemas com dados a mais ou dados a menos: . Trabalho em grupo: resolução de problemas com dados a mais ou dados a menos. . Apresentação e discussão de resultados. **Formulação** de problemas com dados a mais ou a menos: . Trabalho em grupo: formulação de enunciados de problemas com dados a mais ou

	a menos. . Apresentação e discussão dos resultados.
30/01/2013 31/01/2013	**Questionário** final. **Conversas informais** com quatro alunos acerca da importância do trabalho desenvolvido no âmbito da resolução de problemas.

Quadro 1 – *Lista dos Procedimentos da Intervenção.*

Questionário Inicial

Partindo para a ação decidi, inicialmente, recolher informação através de um Questionário (Anexo B) sobre as opiniões dos alunos no que concerne à resolução de problemas. Todos os participantes responderam ao questionário.

Depois de conhecidas as várias opiniões e os respetivos conhecimentos dos alunos relacionados com o tema a trabalhar resolvi começar o meu estudo com a abordagem de problemas impossíveis de resolver: problemas com dados insuficientes para responder à questão que enuncia o problema. Seguidamente foram abordados os problemas com excesso de dados. Para tal, planifiquei uma sequência de tarefas destinadas a cada tipo de problema, o que me permitiu encontrar lacunas nas aprendizagens dos alunos durante a interpretação e compreensão de enunciados, bem como promover a sua reflexão crítica em futuras resoluções.

Trabalho com problemas de dados a menos

Na sala de aula, os alunos estavam organizados por pares. Cada par reunia-se numa mesa, sendo que estas estavam predispostas em forma de U.

Na segunda-feira, nos últimos 30 minutos do trabalho com a Língua Portuguesa (por volta das 10.00h) deu-se início à atividade de investigação que proponho. Para isso foi entregue, a cada aluno, um problema de uma das seguintes tiras (adaptados de Costa, 1990).

Primeiras tiras:

A Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2 € o kg. Que idade tem a Capuchino Vermelho?	Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. Que idade tem o pastor?	A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15 euros o metro. Que idade tem a mãe do João Ratão?

As personagens escolhidas para estes problemas participam na história "Ninguém dá prendas ao Pai Natal", de Ana Saldanha. Esta história foi abordada durante o momento com maior incidência na área de Língua Portuguesa. Esta conexão entre as áreas disciplinares de Português e Matemática permitiu-me promover e usufruir das potencialidades da interdisciplinaridade, mostrando aos alunos várias valências de abordagem do mesmo conteúdo.

Escolhi este momento para introduzir a atividade de resolução do problema, para que, nos intervalos seguintes (intervalos da manhã e do almoço), pudesse conversar com dois alunos por intervalo (dos quatro que selecionei), para começar a antecipar conteúdos relativos à discussão coletiva que se seguia na parte da tarde. Deste modo, cada aluno, individualmente, explicou o seu raciocínio sobre o modo como interpretou e resolveu o problema, sem que o seu discurso fosse influenciado por qualquer discussão. Assim foi possível obter respostas realistas de cada aluno.

Cada tira foi impressa seis vezes, para que vários alunos analisassem a mesma questão. Os problemas foram distribuídos de modo que cada aluno tivesse um problema diferente dos colegas que estavam a seu lado. Esta distribuição teve por objetivo evitar que tivessem oportunidade de consultar o trabalho do colega do lado. Pretendia-se a ausência de interferências entre colegas no trabalho dos alunos. Assim, delineei que entre dois problemas iguais (problemas A) existiam dois problemas diferentes (problemas B e C), assegurando a minha intenção: não criar oportunidades para "contaminação" e permitir que cada aluno resolva o problema de per si. Se solicitasse a minha ajuda, o aluno teria de fazê-lo de forma discreta e usando um tom baixo de voz, para que a sua questão não influenciasse o raciocínio dos restantes colegas.

Sempre que um aluno referiu que já tinha resolvido o problema, entregava-lhe uma nova tira com outro problema do mesmo tipo. Estas segundas tiras foram distribuídas seguindo a mesma lógica de distribuição das anteriores.

O tempo máximo recomendado para a resolução de cada problema foi de 5 minutos.

Segundas tiras:

A Gata Borralheira tem 10 pinhões na mão direita e 3 nozes na mão esquerda. Qual é a idade da Gata Borralheira?	No jardim do Pai Natal havia uma laranjeira com 350 laranjas. O vento deitou ao chão um quarteirão. Quantos metros tem de altura a laranjeira?	No campo da Bruxa colheram-se 900 kg de batatas e 200 kg de feijão. Quantos litros de vinho colheu a Bruxa?

Depois de terminada a resolução dos dois problemas, os alunos seguiram para o intervalo da manhã (10.30h-11.00h), com a exceção dos alunos A1 e A5, alunos com quem conversei neste horário.

No intervalo do almoço (12.00h-13.30h) conversei com o A8 e A15.

As questões orientadoras para a conversa foram: Como chegaste a este resultado? Explica-me o teu raciocínio.; Que informação do enunciado utilizaste para resolver o teu problema?; Porque é que selecionaste essa informação e porque é que usaste essa operação aritmética? (em casos aplicáveis).

Da parte da tarde, durante o trabalho com a Matemática apresentei, em cartaz, os problemas presentes nas tiras que foram entregues na parte da manhã. Apresento, em seguida, um esboço do cartaz com três dos seis problemas:

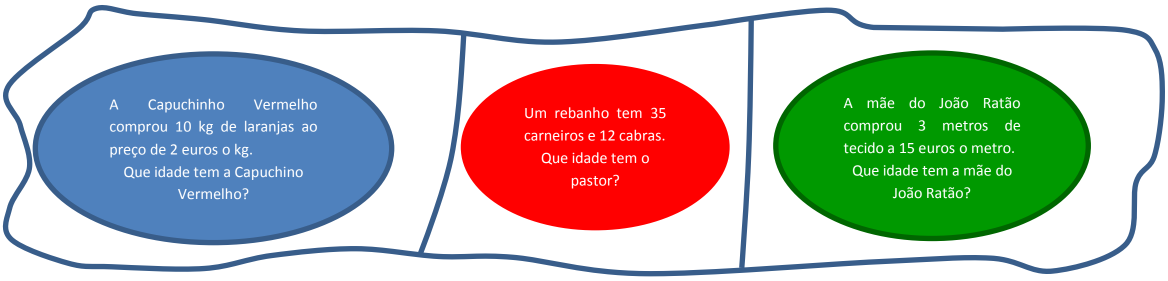


Figura 3. Esboço do cartaz de problemas impossíveis.

Tendo os seis problemas expostos comecei por perguntar "quem resolveu o problema do Capuchinho Vermelho?"; "Digam-me, um de cada vez, que resultados obtiveram". Registei os resultados à volta do respetivo problema. O mesmo processo repetiu-se para os outros enunciados. Depois de apresentados e escritos os vários resultados para cada problema, dei início à discussão dos mesmos. Durante a discussão procurei relacionar os resultados obtidos com o conteúdo do enunciado do problema (dados e pergunta). Para tal, primeiramente, selecionei e centrei-me num só enunciado (escolha aleatória: problema vermelho: rebanho).

Consoante os resultados que foram registados à volta deste problema efetuei algumas questões, tais como: Como é que obtiveram estes valores?; Porque é que utilizaram esses dados para resolver o problema?; O número de animais de um rebanho permite saber a idade do pastor? Porquê?; Por exemplo, eu tenho dois gatos e um cão. Com estes dados conseguem descobrir a minha idade?; O que é que podemos concluir sobre este enunciado?; É possível resolver este problema? Porquê?

Depois desta primeira análise, a mesma discussão foi alargada aos outros problemas, recorrendo a comparações do quotidiano para ilustrar cada situação. Por exemplo: se eu comprar 3kg de maçãs a 1€ o quilograma é possível descobrir a minha idade?

Depois de discutido cada problema, a verdadeira resposta à questão foi escrita de cor diferente no cartaz, ao lado do respetivo problema. Ou seja, foi escrito “problema impossível”, com a justificação de “não há informação suficiente no enunciado para podermos responder à questão”.

Reformulação dos Problemas Impossíveis

Na terça-feira prosseguiu-se com este trabalho. Foi questionado aos alunos “de que forma podemos tornar os problemas vistos (problemas com dados a menos) em problemas possíveis de resolver?”.

Depois de ouvidas as várias propostas e de se concluir que, para tal, é necessário acrescentar informação ao enunciado, foi pedido aos alunos que reformulassem o enunciado da primeira tira que receberam na manhã de segunda-feira. Para tal, cada aluno deveria acrescentar informação ao seu enunciado, de modo a poder responder à questão que ele apresenta.

Acrescentados os dados aos enunciados (reformulação dos problemas) cada aluno, alternadamente, apresentou à turma a sua proposta e a respetiva resolução, verbalizando o seu raciocínio.

No final da apresentação e discussão destes problemas reformulados, foram elaboradas as “Cortinas Problematicamente Possíveis”. Estas consistiram numa sucessão de folhas de papel, que começavam com o enunciado escrito de um dos problemas iniciais (problemas impossíveis das tiras). Depois foram escritas, em cada folha da cor do respetivo problema, as várias propostas de enunciados reformulados pelos alunos, para tornar o problema inicial num problema possível de resolver. Essas reformulações foram ligadas ao respetivo problema inicial. Foram construídas seis cortinas, uma por problema.

Para trabalho de casa, os alunos voltaram a reformular o enunciado da primeira tira, de modo a torná-lo num problema possível de resolver, diferente daquele que propuseram na sala de aula. Além deste problema, também reformularam o enunciado da segunda tira que lhes foi entregue.

Conclusões sobre os problemas com dados a menos

Para finalizar o trabalho desta semana, relacionado com os problemas impossíveis de resolver, no dia seguinte as novas reformulações dos enunciados (elaborados em casa) e os respetivos resultados foram apresentados e discutidos em grande grupo. No final de cada discussão, as mesmas foram transcritas para as folhas coloridas e anexadas às respetivas “Cortinas Problematicamente Possíveis”.

Para conclusão foi apresentada, interpretada e afixada a seguinte imagem[2]:

Figura 4. Imagem conclusiva de problemas impossíveis.

Trabalho com problemas de dados a mais

Concretizada a intenção de trabalhar com os alunos alguns exemplos de problemas impossíveis, também planifiquei, para este estudo, uma sequência de tarefas onde o trabalho relacionado com problemas com dados a mais fosse explorado. Tal como os problemas que anteriormente foram apresentados, também estes exigiram uma boa interpretação e compreensão do enunciado do problema, pretendendo que se selecionasse apenas a informação relevante para responder à questão do mesmo. Neste sentido, apresentei enunciados que envolvessem a interpretação crítica e seletiva dos dados.

Na segunda-feira, antes de iniciar a exploração da área da Língua Portuguesa, li a seguinte adivinha:

"Sob tampo,
Papéis;
Sobre papéis,
Letras;
Por descobrir:
Soluções."
(adaptado de *citador.com)*

[2] Imagem montada a partir de: http://elaine-sandrini.blogspot.pt/2010/10/desenho-de-perspectiva-da-cozinha.html; http://www.patinhofeio.com/2009/08/o-capuchinho-vermelho.html; http://graciosasprincesasdisney.blogspot.pt/2011/12/cinderela-gata-borralheira.html; http://magiadaescola.blogspot.pt/2009/12/carochinha-e-joao-ratao.html

Com esta leitura, os alunos tiveram de adivinhar o local onde se encontravam os problemas. Debaixo do tampo da mesa de cada aluno estava colado um cartão com um problema. (Adaptados de Stancanelli, 2001)

A) Num palácio habitam um rei, uma rainha, uma princesa, três cozinheiras, nove criadas, dois mordomos e dois jardineiros. Quantas pessoas se sentam à mesa real?	B) O rei tinha uma coleção de 23 coroas. Certo dia, acordou às 8 horas e pegou em 5 coroas. Levou-as para a praça e vendeu 2 coroas. Durante a tarde vendeu mais 3 coroas. Quantas coroas tinha o rei?	C) A Princesa, que acordou às 8 horas, pegou nas suas 98 pulseiras e foi brincar com a sua prima de 5 anos. Durante os jogos que realizaram, a princesa perdeu 3 pulseiras. Quantas pulseiras tinha a princesa?

São três problemas diferentes e cada um foi impresso seis vezes, para que vários alunos analisassem a mesma questão. A distribuição dos problemas procedeu-se do mesmo modo que os anteriores: cada aluno tem um problema diferente dos seus colegas do lado.

Os alunos resolveram o problema presente no seu cartão e, durante a resolução, não lhes foi autorizada a troca de qualquer tipo de informação com os colegas. Caso solicitasse a minha ajuda deveriam fazê-lo de forma discreta e usando um tom baixo de voz, para que a sua questão não influenciasse o raciocínio dos restantes colegas.

O tempo máximo recomendado para a resolução do problema foi de 7 minutos.

Após a conclusão da tarefa foi iniciada a exploração da história "A princesa que bocejava a toda a hora", de Carmen Gil. Nesta história participam os elementos apresentados nos problemas: palácio, rei e princesa.

Depois de terminada esta exploração no âmbito da Língua Portuguesa, os alunos foram para o intervalo da manhã (10.30h-11.00h), com a exceção dos alunos A1 e A5, com quem conversei neste horário. No intervalo do almoço (12.00h-13.30h) conversei com os outros dois alunos, A8 e A15, com o objetivo de perceber pormenorizadamente o raciocínio desenvolvido por cada um durante a resolução do problema e também com a finalidade de antecipar respostas dos restantes alunos.

As questões orientadoras para estas conversas foram: Como chegaste a este resultado? Explica-me o teu raciocínio.; Que informação ou dados do enunciado utilizaste para resolver o teu problema?; Porque é que selecionaste essa informação e porque é que usaste essa operação aritmética? (Em casos aplicáveis.)

Da parte da tarde, durante o trabalho com a Matemática, apresentei aos alunos uma maquete de um palácio amarelo, construído por mim, e as personagens de um rei e uma princesa. Numa parede do palácio estava afixado o problema com ele relacionado (problema A). Ao lado do rei estava o problema que o referia (problema B). Junto da princesa estava apresentado o terceiro problema (problema C).

Cada aluno teve de identificar o problema que resolveu e relacioná-lo com um elemento (palácio, rei ou princesa). De seguida perguntei aos alunos "quem resolveu cada um dos problemas?" Em pequenos cartões circulares escrevi o resultado que cada aluno obteve e colei esses resultados junto dos respetivos problemas. Seguidamente, cada aluno apresentou à turma o seu raciocínio e justificou o seu ponto de vista.

Escutadas as argumentações deu-se início à discussão dos resultados. Durante a discussão procurou-se relacionar os resultados obtidos com o conteúdo dos problemas (dados e pergunta).

Para tal, primeiramente, selecionei e centrei-me num só enunciado (escolha aleatória, por exemplo o problema do palácio). Consoante os resultados que estavam registados à volta do problema foram efetuadas algumas questões, tais como: Que dados é que selecionaram para responder à questão do problema?; O que é que queremos saber ou descobrir neste problema?; Porque é que utilizaram esses dados para resolver o problema?; Como é que obtiveram estes valores? Que operação(ões) aritmética(s) usaram? Porquê? (Em casos aplicáveis).

Aos alunos que evidenciaram ter usado todos os dados do enunciado foi-lhes ainda questionado: Vamos recapitular: o que é que queremos saber ou descobrir?; E, para isso, quais os dados presentes no enunciado que estão direcionados para aquilo que queremos saber?

Concluindo que o enunciado apresenta dados desnecessários para a resolução do problema perguntei: O que é que podemos concluir sobre este enunciado?; É possível resolver este problema? Porquê?

Depois desta discussão e de se descobrir o verdadeiro resultado do problema, a discussão foi alargada aos outros dois enunciados, de forma a obter-se a mesma conclusão.

Durante esta discussão deu-se grande ênfase à importância da leitura e compreensão do problema, de modo a detetar a informação relevante do enunciado para responder à questão nele formulado.

Perante os problemas iniciais perguntei aos alunos "O que podemos fazer ao enunciado de cada problema de modo a podermos usar todos os dados que ele apresenta?" Escutadas as várias propostas concluiu-se que podíamos formular alíneas (criativas) que, com a utilização e manipulação dos dados que estavam "a mais", podiam ser encontradas soluções diferentes para o mesmo enunciado. Assim, cada aluno formulou, individualmente, a sua alínea e efetuou a respetiva resolução. Depois apresentou a sua proposta a toda a turma. Coletivamente foi averiguada a credibilidade das várias formulações e respetivas respostas.

Após este momento li aos alunos a seguinte adivinha:

"Qual é a coisa, qual é ela: que tem pernas e costas e não é gente?" (adaptado de *citador.com)*

Concluindo que a resposta é "cadeira", um aluno foi selecionado para procurar dentro do palácio uma cadeira e, debaixo dela, descobrir um "tesouro". Nesse tesouro estavam guardados novos problemas (com dados a mais), que foram propostos para trabalho de casa. Além da resolução do problema, cada aluno teve de formular alíneas, de modo a utilizar todos os dados do problema.

Problemas:

- Num autocarro seguiam 17 passageiros. A dado momento saíram 3 passageiros e entraram 2. Mais à frente, saíram 8 passageiros e entraram 10. Depois, saíram 4 passageiros e entraram 7. Antes da última paragem, saíram 5 passageiros e entrou 1.

Quantas paragens fez o autocarro? (Adaptado de Boavida e colaboradores, 2008.)

- João é um menino de 9 anos e gosta muito de brincar com berlindes. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o pequeno-almoço e vai a correr para casa do amigo André. João levou consigo 2 dúzias de berlindes para jogar com o André. No final do jogo notou que perdeu um quarto dos seus berlindes e o André estava muito contente, pois agora tinha o dobro de berlindes do João.

Quantos berlindes tinha o João? (Adaptado de Stancanelli, 2001).

Conclusões sobre os problemas com dados a mais

Na terça-feira, o trabalho com problemas com dados a mais no âmbito da exploração da Matemática prosseguiu. Para iniciar falou-se dos assuntos abordados no dia anterior.

Seguidamente foram apresentados e corrigidos os problemas resolvidos em casa. Cada aluno apresentou o seu raciocínio na interpretação e seleção de dados do enunciado e o modo como respondeu à questão, bem como as alíneas que acrescentou.

Depois foi mostrada e interpretada a seguinte imagem[3]:

Figura 5. Imagem conclusiva de problemas com dados a mais.

Ficha de Problemas

No dia seguinte promovi um momento de avaliação dos alunos relativamente à resolução de problemas. Criei uma ficha (Anexo E) com problemas de um ou dois passos, com dados a menos e com dados a mais. Desta forma, recolhi um *feedback* sobre os aspetos que o estudo tinha vindo a desenvolver.

Resolução de problemas com dados a menos ou com dados a mais

De modo a fortalecer esta ação, que visa a melhoria do desempenho dos alunos na resolução de problemas, promovi mais uma semana de trabalho com vista à consolidação dessa aprendizagem. Assim apresentei outra sequência de tarefas que permitiu por em prática o espírito crítico dos alunos na resolução de problemas.

Na segunda-feira, em horário destinado ao trabalho de conteúdos matemáticos, comecei por entregar um crachá com um número a cada aluno. Os números que constaram nos crachás foram os seguintes:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	20	86

[3] Imagem montada a partir de: http://beijo-de-mulata.blogspot.pt/2012_11_01_archive.html; http://www.ogatodasbotas.com/contos-infantis/a-princesa-que-bocejava-a-toda-a-hora.

Depois de entregar os crachás expliquei aos alunos que iria ler enunciados de cinco problemas diferentes (Anexo F) e, sempre que cada aluno ouvisse pronunciar o número que constasse no seu crachá, deveria, em silêncio, levantar o braço e permanecê-lo desse modo até ao final da leitura. (Exemplo: se lesse o problema do *Centro Escolar* (problema descrito em anexo) os alunos com os crachás 86, 10 e 11 deveriam levantar o braço). No final de cada leitura, entreguei o cartão com o enunciado lido ao grupo que se formou – alunos cujos crachás têm os números referidos no enunciado.

Depois de atribuídos os problemas aos respetivos grupos, cada um reuniu-se para o resolver. Em grupo, os alunos leram, interpretaram e selecionaram a informação relevante do enunciado, refletindo durante a sua resolução.

Concluídas as resoluções, um grupo de cada vez apresentou à turma o seu problema, evidenciando os dados que nele estavam apresentados, a interpretação que fizeram, os dados que utilizaram e a que conclusão chegaram, explicando e justificando o seu raciocínio e a sua resposta.

Formulação de problemas com dados a menos ou com dados a mais

Na aula de terça-feira comecei por colar no quadro todos os crachás usados no dia anterior. Depois organizei a turma em seis grupos (cinco de três elementos e um grupo de dois elementos). Seguidamente selecionei 3 grupos que tinham de formular problemas com dados a menos e os outros 3 grupos tinham de formular problemas com dados a mais.

Para esta atividade foi dito aos grupos que só podiam apresentar como dados do seu enunciado apenas os números dos crachás que estavam afixados no quadro. Poderiam selecionar os que quisessem, desde que fizessem sentido e estivessem relacionados com o propósito do seu problema. Durante a formulação dos problemas circulei pelos grupos, para responder a possíveis dúvidas dos alunos. Neste momento foram gravadas, para futura análise, as questões colocadas e as respetivas respostas que os alunos apresentaram.

Depois de formulados e resolvidos, os problemas foram apresentados à turma. Nesse momento mostrei aos alunos um saco opaco e anunciei que no seu interior existiam cartões com os números de cada grupo (G1, G2, G3, G4, G5 e G6). “Sorteei” o cartão G1. Assim, o grupo 1 teve de apresentar o seu enunciado à turma. Depois de apresentado, todos os grupos resolveram-no. Depois de resolvido “sorteei” o cartão G5, que significa que o grupo 5 tinha de apresentar a resolução do problema. Cabia ao grupo 1 corrigir ou felicitar o grupo 5 pelo raciocínio desenvolvido. Seguidamente foi a vez do grupo 5 apresentar o seu enunciado. Todos os grupos resolveram o problema e, no final, “sorteei” o cartão G2, para que este grupo apresentasse a sua resolução. Esta lógica foi seguida sucessivamente com a seguinte ordem: G1-G5-G2-G4-G3-G6-G1.

Questionário final

No dia seguinte, último dia da Prática de Ensino Supervisionada II, os alunos responderam ao questionário final (Anexo C). Nas suas respostas tiveram de evidenciar as aprendizagens adquiridas durante as últimas semanas de trabalho, bem como os contributos que as tarefas desenvolvidas proporcionaram à sua aprendizagem e aumento de capacidade para resolver e (re)formular problemas crítica e criativamente.

Conversas informais

De forma a recolher as opiniões dos alunos que não foram evidenciadas nas respostas que escreveram no questionário, decidi voltar à escola na quinta-feira para estabelecer uma conversa informal com cada um dos quatro participantes com quem, durante o estudo, estabeleci algumas destas conversas. As questões orientadoras foram: Que tipos de problemas estivemos a trabalhar nestas últimas semanas?; O que aprendeste com esses problemas?; Gostaste de os resolver?

Recolha de Dados

Tal como indicam Bogdan e Biklen (1994), em estudos de natureza qualitativa, a fonte direta de dados é o próprio ambiente natural onde eles ocorrem, sendo o investigador-professor o instrumento principal na recolha desses dados. Ele despende grandes quantidades do seu tempo e envolve-se diretamente no próprio contexto (sala de aula), tentando esclarecer questões educativas definidas.

Burnaford (2001) indica alguns instrumentos que podem auxiliar o professor durante a recolha e posterior análise dos dados no âmbito da investigação-ação. De todos os disponíveis, existem instrumentos que melhor se adequam às condições alegadas pelo professor-investigador. A sua escolha dependerá das questões que enunciou (Esteves, 2008). Neste sentido, durante esta investigação-ação, os dados foram recolhidos a partir dos instrumentos seguidamente apresentados: observações, fotografia e vídeo, documentos escritos dos alunos, conversas informais, questionários e tarefas. De acordo com Esteves (2008), estes são os instrumentos que mais se adequam para a recolha de dados, tendo em conta as questões do estudo.

De salientar que, para esta recolha de dados, foi solicitada uma autorização (Anexo D) aos encarregados de educação para efetuar o registo audiovisual dos seus educandos.

Observações

Segundo Esteves (2008), as observações ajudam a compreender melhor o contexto, as pessoas que nele se movimentam e as interações que estabelecem entre si. Para o professor-investigador a regra de ouro, que visa evitar a dispersão do estudo, consiste em centrar a sua atenção nas questões formuladas antecedentemente. Por isso, durante o meu estudo, procurei planificar uma sequência de tarefas que me permitisse uma concentração constante no objetivo principal em estudo. Nos momentos de ação pretendia observar os comportamentos dos alunos durante a resolução dessas tarefas, bem como as respostas que cada um proferia, acompanhadas pela devida justificação.

Definido o objetivo e os participantes a observar estipulei que o registo das observações seria elaborado em formato de notas de campo que, tal como complementa Esteves (2008), é um instrumento metodológico utilizado pela maioria dos professores para registar dados de observação.

As notas de campo, neste caso, materializaram-se sob a forma audiovisual. Segundo Esteves (2008) utiliza-se esta técnica durante a observação de ocorrências ou conversações que, posteriormente, serão transpostas para registo escrito, sob a forma de transcrição integral. Deste modo, todas as intervenções foram filmadas e, mais tarde, transcritas em texto escrito corrente, relatando descrições detalhadas e pormenorizadas de todos os acontecimentos ocorridos no contexto. Como afirma Esteves (2008), as notas de campo são anotações extensas, detalhadas e reflexivas, elaboradas depois da aula. Este autor define que também se pode recorrer ao suporte de fotografia quando se pretende registar produtos realizados pelos alunos. Assim, elaborei alguns registos fotográficos do trabalho dos alunos realizado no caderno diário, visto que não poderia mantê-lo na minha posse para futura análise de dados.

Bogdan e Biklen (1994) afirmam que depois de voltar de uma observação ou entrevista, o investigador deve escrever aquilo que aconteceu. Em estudos de observação participante, todos os dados recolhidos são considerados notas de campo, incluindo as transcrições de entrevistas, documentos oficiais, imagens e outros materiais.

Depois de materializadas em transcrições detalhadas, nas notas de campo permitiram, além do registo de reflexões, a análise do trabalho desenvolvido pelos alunos, segundo as categorias de análise definidas.

Fotografia e Vídeo

Estes dois instrumentos foram utilizados durante as observações em contexto de sala de aula. Com estes registos foi mais fácil transcrever na íntegra todos os detalhes da ação. São instrumentos que me auxiliaram bastante, pois ao invés de estar preocupada em registar todas as observações de forma escrita e momentânea, consegui direcionar a minha concentração para o trabalho dos alunos. Assim, a minha atenção residiu na escolha das perguntas mais indicadas consoante as respostas dos alunos durante as discussões. Esteves (2008) afirma que os professores registam com regularidade as observações com recurso à imagem. São documentos que contêm informação visual disponível para mais tarde ser analisada e reanalisada. Os produtos fotográficos têm como finalidade ilustrar, demonstrar e exibir o que aconteceu nas aulas. Durante as recolhas o professor deve focar o lugar privilegiado, de onde obterá a informação mais importante, de acordo com as questões de estudo (Esteves, 2008). Seguindo a sugestão apresentada coloquei a máquina de filmar num local estratégico na sala de aula, onde me fosse possível obter uma imagem do comportamento de todos os participantes neste estudo. Quando solicitei trabalhos de grupo considerei pertinente que, alternadamente, levasse a máquina a "passear" pelos vários grupos, a fim de se registarem algumas partes do raciocínio que estavam a elaborar, para perceber, na análise, de que forma funcionou o grupo e que tipos de discussão mantiveram durante o trabalho. Em relação à máquina fotográfica, esta esteve sempre "no bolso" para registos momentâneos.

Documentos Escritos dos Alunos

Este instrumento torna-se indispensável quando o foco da investigação se centra na aprendizagem dos alunos (Esteves, 2008). Assim, durante o estudo, um dos instrumentos que serviu para recolha e posterior análise foram os produtos elaborados por cada aluno. Durante a ação foram propostas várias atividades individuais, onde cada participante escreveu, numa folha à parte, todo o trabalho desenvolvido, tal como lhes fora solicitado. Além disso, nalgumas tarefas de grupo, também foi pedido o registo escrito do trabalho, com essa mesma finalidade. Estes registos são bases de dados que permitem compreender as transformações dos alunos ao longo do tempo da investigação. Neste caso concreto permitem compreender o modo como resolveram, inicialmente, problemas matemáticos e como processaram a informação que posteriormente foi discutida (Esteves, 2008). Tal competência foi verificada durante a resolução e formulação de novos problemas, idênticos aos que inicialmente foram trabalhados, verificando, assim, a evolução ocorrida em cada participante. “É uma prática do quotidiano que torna visível o invisível” (Esteves, 2008, p. 92).

Conversas Informais

Para Bogdan e Biklen (1994) as conversas, na investigação qualitativa, podem ser utilizadas como estratégia de recolha de dados descritivos na linguagem do próprio participante, permitindo ao investigador desenvolver uma ideia sobre a maneira como cada sujeito interpreta determinado tema ou conteúdo.

A conversa informal consiste num ato de conversação intencional e orientada (Esteves, 2008). Esta aproxima-se da conversação do quotidiano, distinguindo-se pela sua intencionalidade. São usadas para obter informação que complete os dados recolhidos nas observações.

Durante a recolha de dados promovi alguns momentos de “conversas informais” com quatro dos participantes. Estas conversas serviram para registar o raciocínio integral envolvido na resolução de problemas propostos aos alunos. Estas foram realizadas antes da verificação de credibilidade das respostas com todos os alunos da turma. Deste modo, consegui obter opiniões genuínas, não influenciadas pela abordagem que, posteriormente, foi realizada coletivamente em sala de aula. Também utilizei este registo no final do estudo. Falei com os mesmos quatro alunos com a finalidade de perceber qual a importância, no seu ponto de vista, da abordagem dos problemas com dados a mais e a menos nas sessões com maior incidência na área da Matemática. Nestes momentos resultaram sempre conversas muito ricas e autênticas.

No final de cada conversa, estas foram transcritas em registo escrito, onde se procurou mencionar também alguns comportamentos dos alunos durante o diálogo, como momentos de silêncio, de dúvida, de hesitação.

Questionários

Após a identificação do problema no contexto decidi organizar um questionário (Anexo B) baseado em aspetos suscitados por Costa (1990) durante uma experiência realizada em várias escolas do 1º Ciclo do Ensino Básico. Com ele pretendia recolher opiniões, conceções e conhecimentos dos alunos relativamente à resolução de problemas. Este questionado foi validado pela professora cooperante, pela professora orientadora e pelo meu par de estágio.

Deste modo, o referido questionário permitiu-me recolher informações acerca dos conhecimentos de todos os alunos no âmbito da resolução de problemas, mais concretamente de problemas com dados a mais e com dados a menos.

Para Almeida e colaboradores (1994) o questionário é uma técnica de observação não participante e que se apoia numa sequência de interrogações que visam a recolha de opiniões dos participantes do estudo acerca de determinado conteúdo. Os autores apontam como potencialidades deste instrumento o facto de permitir comparações entre as respostas dos participantes e a consequente generalização dessas respostas.

Deste modo, após a conclusão do questionário e da sua análise, verificou-se se as respostas e conhecimentos dos alunos acerca do conteúdo em causa eram unânimes. Partindo das opiniões recolhidas foi possível planificar uma sequência de tarefas que alargassem as estritas conceções que os participantes evidenciaram relativamente à resolução de problemas.

Na fase final da recolha de dados, o questionário foi novamente aplicado aos alunos (Anexo C). Esta decisão permitiu analisar as diferenças entre as primeiras e as últimas respostas dos participantes, verificando, assim, a evolução das suas aprendizagens.

Tarefas

Todos os instrumentos até agora mencionados foram utilizados para recolher dados durante a resolução das tarefas implementadas em contexto.

Depois de ter analisado as respostas dos participantes ao questionário inicial comecei por planificar um conjunto de tarefas que foram apresentadas nos Procedimentos da Intervenção.

As tarefas selecionadas foram adaptadas de Costa (1990), Stancanelli (2001) e Boavida e colaboradores (2008). Optei por adaptar as propostas apresentadas por estas autoras, pois assim apliquei tarefas ajustadas ao contexto, estando também relacionadas com os conteúdos abordados em outras áreas disciplinares. De acordo com o que refere Pacheco (2001), o professor deve promover a interdisciplinaridade nas tarefas que sugere aos alunos, pois assim consegue romper as fronteiras sólidas entre as várias disciplinas, encontrando um ponto comum entre elas.

Análise de Dados

A análise de dados consiste na organização sistemática de todos os dados recolhidos durante a investigação para que, desse modo, seja possível apresentar aos outros aquilo que encontramos e o que concluímos no contexto de investigação (Bogdan & Biklen, 1994). Os autores afirmam que à medida que o investigador vai lendo os dados que recolheu vai-se apercebendo de algumas repetições de "palavras, frases, padrões de comportamento, formas dos sujeitos pensarem e acontecimentos" (p. 221). Estas palavras ou frases são as categorias de codificação, que são um meio de classificação dos dados recolhidos. Deste modo, os autores rematam dizendo que durante a análise de dados é crucial a elaboração de uma lista de categorias de codificação para depois se preparar para os organizar.

Com base no enquadramento teórico e nos dados recolhidos defini as seguintes categorias de análise:

- Conceções dos alunos sobre problemas matemáticos (gosto pela resolução de problemas; os problemas têm informação a mais ou a menos; os problemas resolvem-se sempre ou nem sempre).

- Interpretação dos enunciados (acriticamente ou criticamente).

- Respondem ao problema (sim: corretamente ou incorretamente; não).

- Aspetos da criatividade nos problemas formulados: fluência, flexibilidade e originalidade (Vale e colaboradores, 2012).

Calendarização do Estudo

Descrição \ Datas	Out. 2012	Nov. 2012	Dez. 2012	Jan. 2013	Fev. 2013	Mar. 2013
Observação e caraterização do contexto.						
Análise diagnóstica dos participantes.						
Orientação para o problema; problema; questões.						
Opções Metodológicas.						
Pedido de autorização aos Encarregados de Educação.						
Seleção das tarefas a usar em contexto.						
Enquadramento Teórico.						
Recolha de dados: implementação das tarefas.						
Análise dos dados recolhidos.						
Estruturação final do Relatório.						

Quadro 2 – *Calendarização do Estudo*

De outubro de 2012 a março de 2013 a investigação foi progredindo, desde a sua planificação, passando pela respetiva intervenção e, por fim, à análise dos resultados obtidos e à escrita do relatório.

Na fase de planificação da investigação, decorrida entre os meses de outubro e dezembro, foi possível conhecer o contexto onde iria implementar a minha Prática de Ensino Supervisionada II e, consequentemente, onde iria desenvolver este estudo. Nestes primeiros dias comecei a conhecer os participantes, analisando as suas potencialidades, dificuldades e gostos, nomeadamente no âmbito da matemática. Durante este processo foi possível identificar o problema sobre o qual se foca o estudo. Depois de identificado foram definidas as questões de investigação e as opções metodológicas, selecionando a investigação-ação como a metodologia mais adequada ao objetivo do estudo.

Seguiu-se a fase da implementação. Comecei por selecionar tarefas que pretendiam alargar algumas conceções que os alunos evidenciaram no questionário respondido no início do estudo, relativamente à resolução de problemas. Ao mesmo tempo comecei a revisão da literatura que me permitiu recolher alguns exemplos de problemas e adaptá-los à minha intervenção, que acompanhou todo o trabalho. Simultaneamente à implementação das tarefas planificadas, e depois de uma análise reflexiva, realizei algumas alterações às planificações das tarefas posteriores, por ter verificado, com a prática, que talvez determinado conteúdo fosse mais bem desenvolvido e interiorizado segundo estratégias diferentes. Assim, foi possível vivenciar, com a colaboração da minha colega de estágio, professora cooperante e professora orientadora, um processo cíclico e interativo entre as várias fases, onde se conseguiu refletir, repensar e reformular os conteúdos planificados.

Por fim, procedeu-se à análise dos dados, onde foram examinados os dados recolhidos durante a ação, bem como as descrições de toda a intervenção. Depois seguiram-se as conclusões relativas ao trabalho desenvolvido neste estudo.

Apresentação e Análise de Dados

Esta secção do capítulo apresenta todo o trabalho desenvolvido com a resolução e (re)formulação de problemas em contexto de sala de aula. As sequências de tarefas planificadas são relatadas pormenorizadamente, bem como a reflexão que acompanhou o estudo durante e após a ação.

De modo a resultar numa melhor apresentação intitulei cada momento segundo os Procedimentos da Intervenção evidenciados na secção da metodologia: Questionário Inicial; Trabalho com Problemas de dados a menos; Reformulação de Problemas Impossíveis; Conclusões sobre os Problemas de dados a menos; Trabalho com Problemas de dados a mais; Conclusões sobre os Problemas de dados a mais; Ficha de Problemas; Resolução de Problemas de dados a mais ou dados a menos; Formulação de Problemas de dados a mais ou a menos; Questionário Final; Conversas Informais. A maioria da informação recolhida encontra-se organizada em quadros, para facilitar a sua leitura.

Questionário Inicial (19/11/2012)

A primeira tarefa implementada para iniciar este estudo consistiu na apresentação de um Questionário (Anexo B) aos alunos.

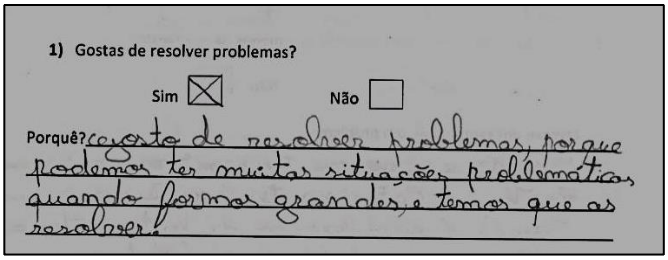
Este foi apresentado numa segunda-feira, logo pela manhã, para que outros conteúdos não influenciassem as respostas dos alunos. Da sua análise resultou a seguinte síntese.

Aluno / Questão	A 1	A 2	A 3	A 4	A 5	A 6	A 7	A 8	A 9	A 10	A 11	A 12	A 13	A 14	A 15	A 16	A 17	Totais
Q1	S	S	S	S	S	S	N	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	16S 1N
Q2	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	N	S	16S 1N
Q3	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	17S 0N
Q4	N	S	S	S	S	S	N	S	S	S	S	S	S	N	S	S	S	14S 3N
Q5	S	N	S	N	N	N	S	N	S	N	N	S	N	N	N	N	S	6S 11N

Quadro 3 - *Síntese de respostas ao Questionário Inicial.*

Q1) Todos os alunos, exceto um, afirmaram gostar de resolver problemas. A maioria dos alunos justificou a sua resposta dizendo que gostam de Matemática e que esta é importante para o futuro, pois "quando formos grandes" é possível que nos deparemos com várias situações problemáticas e "temos de saber resolvê-las" (A5). Além disso, também referiram que resolver problemas permite que se tornem em pessoas mais "espertas e atentas" para os "conhecimentos matemáticos", pois os problemas "põem a cabeça a trabalhar" e isso "faz bem ao cérebro", pois obriga a "pensar" (A12).

O único participante que afirmou não gostar de resolver problemas justificou a sua resposta argumentando que há problemas que, por vezes, são "mais difíceis" de resolver que outros.


1) Gostas de resolver problemas?

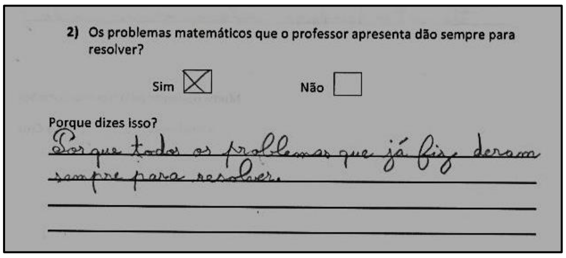
Sim ☒ Não ☐

Porquê? Gosto de resolver problemas, porque podemos ter muitas situações problemáticas quando formos grandes, e temos que as resolver.

Figura 6. Resposta do A5 à primeira questão do questionário inicial.

Q2) Todos os alunos, exceto um, responderam que os problemas que o professor apresenta dão sempre para resolver, que "há sempre meninos que os conseguem resolver" (A5), ou então que se o professor "nos dá um problema, nós temos de responder", porque se não era só "brincadeira" (A12). Além disso, um aluno respondeu que "todos os problemas que realizaram até hoje deram sempre para resolver" (A15) e que os "professores apresentam sempre problemas com resolução" (A4), pois "temos sempre que fazer contas" (A17).

O A16 respondeu negativamente, justificando que "os problemas matemáticos nem sempre estão bem introduzidos". Não é claro o que pretende dizer.

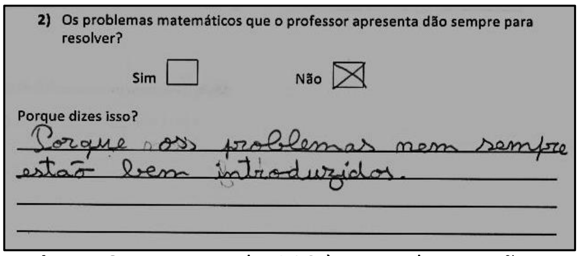

2) Os problemas matemáticos que o professor apresenta dão sempre para resolver?

Sim ☒ Não ☐

Porque dizes isso?

Porque todos os problemas que já fiz deram sempre para resolver.

Figura 7. Resposta do A15 à segunda questão do questionário inicial.


2) Os problemas matemáticos que o professor apresenta dão sempre para resolver?

Sim ☐ Não ☒

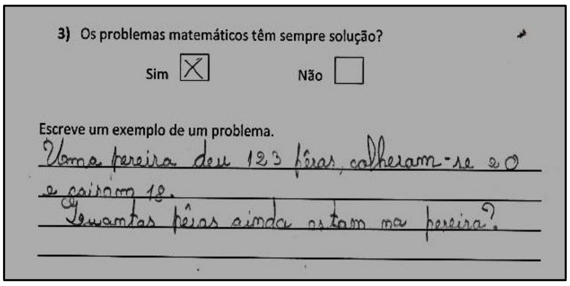
Porque dizes isso?

Porque os problemas nem sempre estão bem introduzidos.

Figura 8. Resposta do A16 à segunda questão do questionário inicial.

Q3) Todos os participantes responderam positivamente, o que permite verificar que houve uma contradição de um participante relativamente à questão anterior. Se na questão antecedente o aluno referiu que os problemas matemáticos nem sempre dão para resolver, agora disse que estes têm sempre solução.

Os exemplos de problemas apresentados pelos alunos classificam-se por, na sua generalidade, apresentar dois a três dados e uma pergunta. São, na maioria, problemas de um passo, havendo a existência de três exemplos de problemas de dois passos (Charles e Lester, 1986).

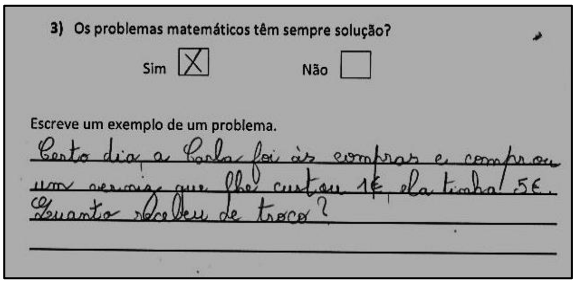

3) Os problemas matemáticos têm sempre solução?

Sim [X] Não [ ]

Escreve um exemplo de um problema.

Uma pereira deu 123 pêras, colheram-se 20 e cairam 18.
Quantas pêras ainda estam na pereira?

Figura 9. Resposta do A4 à terceira questão do questionário inicial.


3) Os problemas matemáticos têm sempre solução?

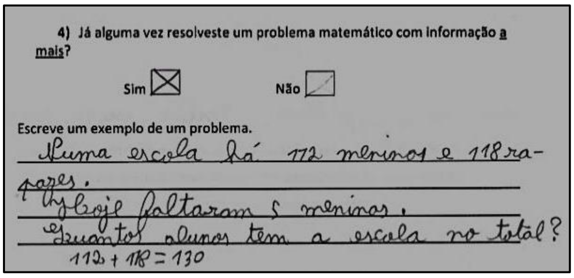
Sim [X] Não [ ]

Escreve um exemplo de um problema.

Certo dia a Carla foi às compras e comprou um verniz que lhe custou 1€, ela tinha 5€.
Quanto recebeu de troco?

Figura 10. Resposta do A6 à terceira questão do questionário inicial.

Q4) Uma larga maioria de alunos, catorze em dezassete, afirmou já ter resolvido um problema com dados a mais. Contudo, apenas quatro desses catorze alunos apresentaram, corretamente, um problema caraterizado por ter "dados a mais", pois, no seu enunciado, houve dados que não foram utilizados para responder à questão formulada.


4) Já alguma vez resolveste um problema matemático com informação a mais?

Sim [X] Não [ ]

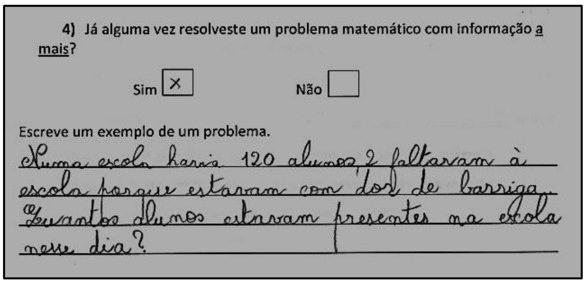
Escreve um exemplo de um problema.

Numa escola há 112 meninos e 118 rapazes.
Hoje faltaram 5 meninas.
Quantos alunos tem a escola no total?
112 + 118 = 130

Figura 11. Resposta do A8 à terceira questão do questionário inicial.

Os restantes alunos apresentaram exemplos de problemas em que, para responder à questão formulada, foi preciso recorrer a todos os dados apresentados no enunciado.

Pela análise efetuada também concluí que alguns alunos assumiram a expressão "dados a mais" como a obrigatoriedade de aplicar as palavras "a mais" no enunciado do problema formulado. No entanto, a formulação das questões apresentadas tinha parecido adequadas aos alunos.

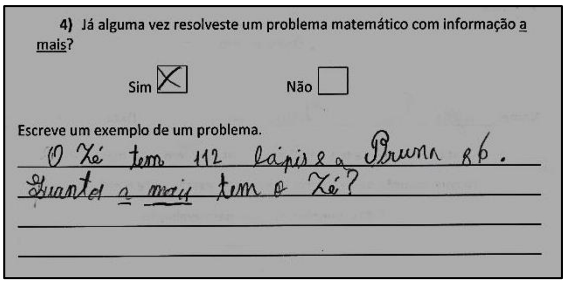

4) Já alguma vez resolveste um problema matemático com informação a mais?

Sim [X] Não [ ]

Escreve um exemplo de um problema.

Numa escola havia 120 alunos, 2 faltaram à escola porque estavam com dor de barriga.
Quantos alunos estavam presentes na escola nesse dia?

Figura 12. Resposta do A6 à quarta questão do questionário inicial.


4) Já alguma vez resolveste um problema matemático com informação a mais?

Sim [X] Não [ ]

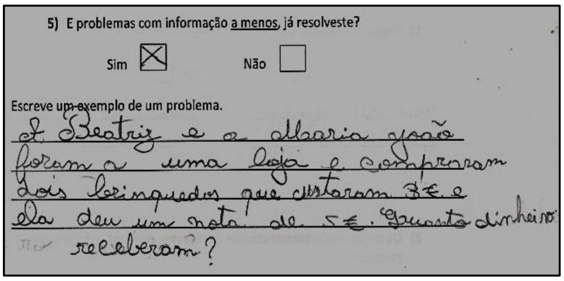
Escreve um exemplo de um problema.

O Zé tem 112 lápis e a Bruna 86.
Quantos a mais tem o Zé?

Figura 13. Resposta do A12 à quarta questão do questionário inicial.

Q5) Uma minoria de alunos, seis alunos, afirmou já ter resolvido um problema desse tipo. No entanto, o exemplo que escreveram para justificar a sua resposta não foi credível. Os alunos deram exemplos de problemas com, maioritariamente, dois dados e uma pergunta que poderia ser respondida através da manipulação desses dados. Trata-se de exemplos de problemas de um passo e possíveis de resolver (Charles e Lester, 1986).

Tal como se pode concluir na questão anterior foi possível verificar que alguns alunos assumiram a expressão "dados a menos" como a obrigatoriedade de aplicar as palavras "a menos" no enunciado do problema formulado.

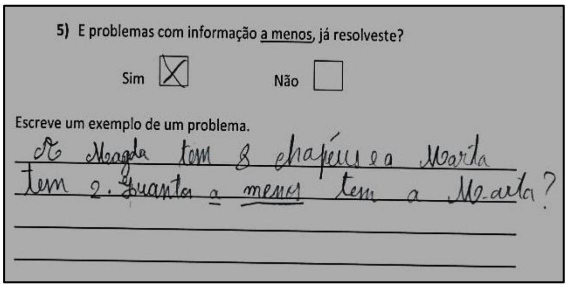

5) E problemas com informação a menos, já resolveste?

Sim ☒ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

A Beatriz e a Maria João foram a uma loja e compraram dois brinquedos que custaram 3€ e ela deu uma nota de 5€. Quanto dinheiro receberam?

Figura 14. Resposta do A3 à quinta questão do questionário inicial.


5) E problemas com informação a menos, já resolveste?

Sim ☒ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

A Magda tem 8 chapéus e a Marta tem 2. Quanto a menos tem a Marta?

Figura 15. Resposta do A12 à quinta questão do questionário inicial.

Em síntese, é possível concluir que a maioria dos alunos gosta de resolver problemas e atribui-lhes importância. Têm conceções restritas no que à resolução de problemas diz respeito, prevalecendo a conceção que os problemas matemáticos têm sempre de ser resolvidos e que têm sempre uma solução e resposta únicas. A aplicação de "contas" costuma resolver o problema. Apesar de uma larga maioria dizer que já tinha resolvido problemas com informação a mais, os exemplos apresentados não evidenciam essas situações. O mesmo se passou com os problemas de dados a menos, identificados por uma minoria de alunos. Estas conceções foram geradas pelos alunos com base nas suas experiências prévias.

Espera-se que o trabalho com problemas "não estruturados" possa permitir tornar os alunos mais críticos durante a resolução de problemas, abandonando a mecanização na sua resolução e passando a olhar criticamente para a situação apresentada, verificando se detêm das condições necessárias para responder ao solicitado.

Trabalho com problemas de dados a menos (10/12/2012)

O trabalho iniciou-se com a resolução de problemas "com dados a menos" que integravam personagens da história "Ninguém dá prendas ao Pai Natal".

Cada aluno recebeu o enunciado de um problema impossível.

Figura 16. Personagens da história “Ninguém dá prendas ao Pai Natal”.

Figura 17. Alunos a resolver problemas impossíveis.

Resolvidos, individualmente, os problemas das primeiras tiras (azuis), uma outra foi atribuída a cada aluno (tiras verdes), contendo também um problema impossível que foi resolvido segundo a mesma lógica antecedente.

Durante esta resolução, um participante solicitou a minha ajuda:

A5: Não estou a perceber esta pergunta!
Professora: Porquê?
A5: Os dados falam em quilogramas e a pergunta em litros! (10/12/2012)

Perante esta conclusão aconselhei o aluno a responder ao problema com aquilo que considerasse pertinente. Estamos perante uma interpretação crítica do enunciado proposto, em que o aluno conseguiu detetar a falta de coerência entre os dados apresentados e a pergunta. O aluno A3 informou-me que não conseguia responder à questão, pois não sabia “que conta usar”.

No final de ambas as resoluções, os alunos entregaram-me as respetivas tiras e foram para o intervalo da manhã, com a exceção dos alunos 1 e 5, com quem conversei neste horário. Na hora de almoço conversei com os alunos 8 e 15. Individualmente, com cada um deles, tentei perceber o modo como interpretaram os dois enunciados dos problemas que lhe foram propostos e que estratégias usaram para atribuírem “aquela” resposta.

Através da análise das respostas dos quatro alunos é possível concluir que, na sua maioria, os alunos interpretaram os problemas acriticamente, obtendo mecanicamente uma resposta, excetuando um aluno que interpretou criticamente um problema. É ainda possível reparar que os alunos tendem a arranjar sempre uma solução para o problema que, por sua vez, se traduz em respostas erradas.

Aluno	Problema	Resposta e justificação	Comentário
A1	"Mãe do João Ratão"	"Tem 45 anos porque ela tem 45 metros de tecido". (10/12/2012)	Segundo as categorias de análise definidas é possível concluir que este aluno interpretou o problema acriticamente, arranjando no enunciado uma forma e partindo automaticamente para a resolução.
	"Bruxa"	"Somei porque nós temos de juntar para saber quantos litros de vinho é que a Bruxa colheu" (10/12/2012)	
A5	"Mãe do João Ratão"	"Pensei primeiro que não dava para resolver, mas fui aos 3 metros e aos 15€. Multipliquei os 3 vezes os 15 e concluí que a mãe do João Ratão tem 45 anos". (10/12/2012)	O aluno interpretou criticamente o segundo problema que lhe foi proposto, onde evidenciou e explicou a falta de coerência entre os dados apresentados e a pergunta efetuada, o que não lhe permitiu responder ao problema. Apesar de ter atribuído uma resposta ao primeiro problema, este aluno referiu que, inicialmente, pensou que não dava para resolver, o que também mostra uma interpretação crítica. Contudo, acabou por arranjar uma resposta para o problema, operando com os dados apresentados.
	"Bruxa"	"Não posso responder à questão, porque no problema não há nada que fale em litros. Só fala de kg de feijão e batatas." (10/12/2012)	
A8	"Capuchinho Vermelho"	"Ela tem 20 anos de idade, pois se comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2 €, vamos multiplicar o 2 por 10, porque 10 kg vezes 2€ dá-me o resultado". (10/12/2012)	O aluno interpretou os enunciados dos problemas acriticamente, pois partiu automaticamente para a sua resolução, aplicando uma operação básica como estratégia mais apropriada. Não verificou sequer a credibilidade da resposta que atribuiu ao problema, pois uma laranjeira com 325 metros é, certamente, algo improvável.
	"Jardim do Pai Natal"	"A laranjeira tem 325 metros de altura, porque se ela tinha 350 laranjas e se caiu um quarteirão, tenho de tirar o quarteirão, que são 25 laranjas, às 350 laranjas, concluindo que a laranjeira tem de altura 325 metros." (10/12/2012)	
A15	"Rebanho"	"Peguei nos 35 carneiros e juntei mais 12 cabras. Depois somei tudo e deu-me o 45; somei porque eram os únicos dados que tinha". (10/12/2012)	Mais uma vez estamos perante uma interpretação acrítica dos enunciados dos problemas, onde o aluno parte automaticamente para a resolução do problema, operando com os dados para encontrar uma resposta.
	"Gata Borralheira"	"Ela tem 13 anos, porque tinha 10 pinhões numa mão e depois tinha mais 3 nozes na outra mão." (10/12/2012)	

Quadro 4 – *Conversas informais sobre problemas impossíveis.*

Depois do almoço foi iniciada a discussão em grande grupo. Inicialmente afixei no quadro um cartaz que continha os seis problemas que foram distribuídos por alunos diferentes. Comecei por ler o primeiro problema, problema da Capuchinho Vermelho. No final da sua leitura solicitei a identificação dos alunos que responderam ao problema.

Conhecidos esses alunos perguntei a cada um o resultado obtido, escrevendo-os em redor do respetivo enunciado. O mesmo processo foi aplicado ao problema do “rebanho” e ao problema da “mãe do João Ratão”. As respostas evidenciam-se de seguida.

“Capuchinho Vermelho"		“Rebanho"		“Mãe do João Ratão"	
Aluno	**Resposta**	**Aluno**	**Resposta**	**Aluno**	**Resposta**
A2	20 anos	A7	47anos	A1	45 anos
A6	20 anos	A9	47 anos	A3	nr
A8	20 anos	A11	faltou	A4	45 anos
A10	20 anos	A12	47 anos	A5	45 anos
A16	20 anos	A14	47 anos	A13	45 anos
A17	12 anos	A15	47 anos		

Quadro 5 - *Respostas dos problemas impossíveis: Capuchinho Vermelho, Rebanho e Mãe do João Ratão.*

A mesma lógica foi aplicada aos restantes problemas.

“Gata Borralheira"		“Jardim do Pai Natal"		“Bruxa”	
Aluno	**Resposta**	**Aluno**	**Resposta**	**Aluno**	**Resposta**
A7	13 anos	A2	225 m.	A1	1100 l.
A9	13 anos	A6	325 m.	A3	1100 l.
A12	13 anos	A8	325 m.	A4	1100 l.
A13	30 anos	A10	325 m.	A5	nr
A14	13 anos	A11	faltou	A17	9200 l.
A15	13 anos	A16	325 m.		

Quadro 6 - *Respostas dos problemas impossíveis: Gata Borralheira, Jardim do Pai Natal e Bruxa.*

Figura 18. Cartaz dos problemas impossíveis com respostas.

Depois de conhecidos os resultados solicitei a cada aluno que justificasse a sua resposta. Pretendia, apenas, ouvir a opinião de cada um, de modo que, a “discussão” que se seguisse, não influenciasse o verdadeiro raciocínio que o aluno seguiu durante a resolução. Para isso comecei por pedir a um aluno para ler o seu problema em voz alta. O primeiro problema apresentado foi o da “Capuchinho Vermelho”.

A Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2 € o kg.

Que idade tem a Capuchino Vermelho?

Depois de lido, o aluno explicou o raciocínio seguido. Seguidamente à sua explicação, todos os alunos que resolveram este problema também justificaram a sua resposta.

Apresentam-se interpretações e respostas para alguns problemas. As restantes interpretações estão no Anexo G.

Interpretações e respostas para o problema da Capuchinho Vermelho:

A8: Se a Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2€ fui multiplicar os 10 kg pelos 2€; conclui que a Capuchinho Vermelho tem 20 anos.
A2: Eu pensei da mesma maneira que o colega. Multipliquei os 10 kg pelos 2€ e conclui que ela tinha 20 anos.
A17: Eu respondi 12, porque juntei os 10 kg mais os 2€. (10/12/2012)

Perante esta resposta não resisti em perguntar:

Professora: Porquê que somaste os dados do enunciado?
A17: Porque tinha pensado que era 10 mais 2 e dava 12.
Professora: E o que são os “12”?
A17: São os anos da Capuchinho Vermelho. (10/12/2012)

Este aluno parece ter procurado uma resposta adequada ao contexto, idade da Capuchinho Vermelho, apesar de apresentar várias dificuldades em se concentrar nas tarefas propostas. Resolvi confrontá-lo com esta pergunta, de modo a perceber o porquê de ter adicionado e não multiplicado, por exemplo, como os outros colegas.

A10: Fiz 10 vezes 2 e deu-me 20.
Professora: Porque multiplicaste o 10 por 2?
A10: Eram 10 kg de laranjas ao preço de 2€ o quilograma.
A6 e A16: Eu também pensei assim. (10/12/2012)

Perante estas respostas é possível classificar as interpretações dos alunos face aos enunciados propostos: todos os alunos interpretaram o problema acriticamente, arranjando no enunciado uma forma que lhes permitisse obter uma resposta. Pode-se concluir que os alunos não fizeram a devida compreensão e interpretação do problema, o que os levou a apresentar uma resposta errada.

Interpretações e respostas para o problema:

A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15 euros o metro.

Que idade tem a mãe do João Ratão?

A4: Eu pensei que os 3 metros vezes os 15€ de cada metro dá 45.
Professora: Todos os alunos que responderam "45" pensaram desta maneira?
A1, A5, A13: Sim. Esta resposta foi confirmada com a minha apreciação das respetivas tiras.
Professora: Quem foi que não conseguiu responder ao problema? Explica-me porquê.
A3: Eu não consegui resolver o problema porque eu não estava a perceber o problema, não percebi que era para fazer uma multiplicação. (10/12/2012)

De repente, um aluno que tinha apresentado como resposta "45 anos", perguntou:

A1: Professora, eu não percebo o que é que os 3 metros de tecido a 15 euros o metro tem a ver com a idade!
Professora: Apesar de não perceberes essa relação, tu respondeste à pergunta, certo?
A1: Sim, porque eu depois li a segunda vez e já percebi, porque os 3 metros de tecido a 15€ podia ser o 3 vezes 15 a idade da mãe do João Ratão.
Professora: Porque é que achas que essa podia ser a idade da mãe do João Ratão?
A1: Aqui fala em tecido, preço e idade. Então pensei que o total da idade da mãe do João Ratão era igual ao dinheiro que gastou ao comprar o tecido. (10/12/2012)

Decidi não avançar com a apreciação deste importante reparo do aluno, pois isso iria, de certeza, condicionar as justificações das respostas dos seguintes problemas.

A análise destas respostas permite verificar que houve um aluno que detetou a incoerente estrutura do enunciado, mas mesmo assim decidiu responder. Eram os únicos dados que tinha, logo tinha de os usar. Mais uma vez o problema foi interpretado acriticamente. Todos arranjaram respostas para os problemas, respondendo erradamente, excetuando um aluno que não respondeu ao problema por não saber o que fazer. No caso, a justificação foi que não sabia que operação aplicar.

Interpretações e respostas para o problema:

No campo da Bruxa colheram-se 900 kg de batatas e 200 kg de feijão.

Quantos litros de vinho colheu a Bruxa?

A4: Eu respondi 1100, porque 900 mais 200 dá 1100, que é o vinho que a Bruxa colheu.
A1: Eu também pensei assim. Fiz o algoritmo da adição e deu 1100 litros de vinho.
A3: Eu fui aos 900 kg mais os 200 kg e deu-me 1100 litros de vinho.
A17: Eu pensei da mesma forma, mas a mim deu-me 9200. Isto aconteceu porque me enganei ao fazer a conta.

A5: Eu digo que não há possibilidade para responder a esta pergunta, porque aqui só fala em 900 kg de batatas e 200 kg de feijão. Não fala nada sobre litros de vinho e então pus que não havia possibilidade. (10/12/2012)

Dito isto, o A1 que no problema da mãe do João Ratão interveio com o importante reparo falou novamente:

A1: Era isso que queria dizer no problema da mãe do João Ratão, mas acabei por responder da outra maneira.

Ora, neste problema, é possível constatar que o A5 interpretou-o criticamente, evidenciando a falta de lógica que nele encontrou. Este aluno não respondeu ao problema por saber que não havia resposta possível. Os restantes alunos responderam, erradamente, ao problema.

Escutadas as várias explicações acerca da resolução de cada problema selecionei, aleatoriamente, o problema: "Num rebanho há 35 carneiros e 12 cabras. Que idade tem o pastor?". Depois de o ler iniciei o seguinte diálogo:

Professora: E se eu agora vos disser que em casa tenho 2 gatos e 1 cão. Que idade tenho?
Alunos: (risos) Tens 3 anos.
Professora: E isso é verdade?
Alunos: Não!
(…)
Professora: Então, com aquilo que tenho, vocês conseguem adivinhar a minha idade?
Alunos: Não!
(…)
Professora: O que está a acontecer aqui?
A1: Isto não tem nada a ver!
A8: Estamos a usar dados para descobrir outras coisas que não têm nada a ver com esses dados.
Professora: Pega numa tira com um problema que tenhas resolvido e diz-me que dados nos dá esse problema.
A8: 10 kg de laranjas ao preço de 2€ o kg.
Professora: Isso é a informação que o enunciado nos dá! O que é que queremos descobrir?
A8: A idade tem a Capuchinho Vermelho!
Professora: Com esses dados é possível responder a essa pergunta?
A8: Sim, porque se quero saber a idade dela e se o problema me dá estes dados, então são estes dados que vão dar a idade da Capuchinho Vermelho.

Esta intervenção revela que os alunos operam com os dados numéricos dos problemas, independentemente da sua adequação à pergunta, confirmando o revelado por Costa (1990). Como reparei que que o aluno não estava a conseguir desprender-se da sua conceção mecanizada continuei a conversa:

Professora: Lê de novo o problema e vê se esse enunciado está bem formulado. Se a Capuchinho Vermelho vai comprar laranjas a 2€ o kg conseguimos descobrir a sua idade? Uma coisa tem a ver com a outra?
A8: Ah (espanto)! Não! (10/12/2012)

Esta discussão foi alargada a toda a turma, onde se procurou perceber se com o número dos meus pertences é possível descobrir a minha idade. Os alunos logo responderam que "não". A conversa continuou.

Professora: O que nos dão os problemas?
Alunos: Dão dados.
Professora: Com estes dados nós conseguimos responder corretamente a estas perguntas?
A10: Sim, porque se não, não dava para responder ao problema.
Professora: Querem que vos conte um segredo?
Alunos: Sim! (10/12/2012)

Num tom misterioso contei aos alunos que nem sempre os problemas que o professor propõe dão para resolver. Referi, ainda, que muitos alunos quando chegam aos testes de avaliação e lêem este género de problemas arranjam sempre uma solução, operando com os números evidenciados, não se preocupando com a falta de lógica entre os dados e a pergunta. Depois desta afirmação perguntei:

Professora: O que é que podemos concluir sobre estes problemas?
A14: Não têm lógica e não dão para resolver. (10/12/2012)

Com a conclusão acima evidenciada expliquei à turma que os problemas são impossíveis de resolver quando há falta de coerência entre os dados e a pergunta do problema - problemas não estruturados. Depois disto senti a necessidade de relembrar com os alunos o primeiro passo a seguir quando estamos perante um problema. A resposta surgiu imediatamente:

A6: Primeiro é preciso ver que dados são apresentados e depois olhar para a pergunta para ver o que temos de descobrir. Depois com esses dados fazemos uma conta e respondemos à questão.
Professora: Mas nós com estes dados conseguimos responder a estas perguntas?
Alunos: Não.
Professora: A única resposta que devemos dar a este tipo de problemas é que são problemas impossíveis de resolver porque os dados do enunciado não são suficientes para responder à pergunta. Por exemplo "um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O total de animais do rebanho corresponde à idade do pastor. Que idade tem o pastor?" Já conseguem responder?
A7: Sim! Se agora diz que o número de animais é igual à idade do pastor, agora já posso saber que idade tem o pastor; o resultado de todos os animais é a idade dele.
Professora: O que é que eu fiz a este enunciado para me poderes dizer isso?
A8: Acrescentaste informação ao enunciado do problema e agora já é possível responder. São problemas impossíveis porque os dados não têm nada a ver com a pergunta.

Depois deste momento de discussão e reflexão, os alunos transcreveram os problemas para o caderno, bem como as respostas iniciais que deram, registando também a informação que, entretanto, escrevi no quadro: "Estamos perante problemas impossíveis de resolver, pois o enunciado apresenta dados insuficientes para responder à pergunta do problema."

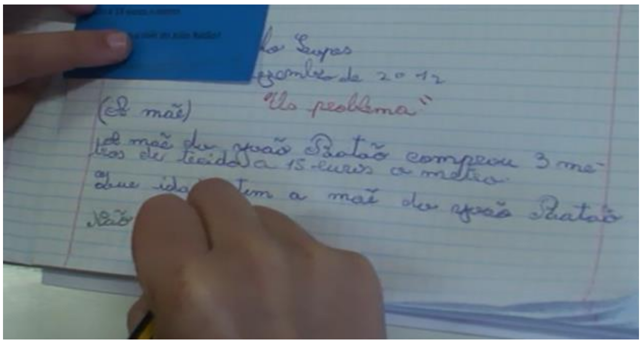


Figura 19. Registo do aluno no caderno diário.

Depois desta conclusão resolvi promover mais um momento de reflexão. Pedi aos alunos para explicar o porquê de estar perante problemas impossíveis de resolver. Agora, a maioria justificou que os problemas das suas tiras tinham "dados que não têm nada a ver com a pergunta". Neste momento senti de novo a necessidade em relembrar as fases do modelo de resolução de problemas: ler e compreender o problema, descobrindo o que sabemos e o que queremos saber; fazer e executar um plano; e verificar a resposta (Fernandes e colaboradores, 1998).

Esta tarefa não foi planificada mas, no momento da ação, concluí que foi uma grande falha não ter iniciado a discussão com os alunos a partir da análise deste modelo. Desta forma tentei remediar, realçando a importância do seguimento desses passos quando estamos perante um problema matemático.

Como foi mencionado, a maioria dos alunos interpretou acriticamente o enunciado do seu problema, partindo automaticamente para a manipulação dos dados apresentados e logo arranjar uma resposta para o problema que, por sua vez, estava errada. Contudo, foi possível concluir que um aluno interpretou um enunciado criticamente, indicando que era impossível responder à pergunta do problema; outro aluno referiu que não respondeu ao problema porque não sabia que operação aritmética usar. Ainda a mencionar, um aluno detetou esta incoerência, mas terá tido dúvidas e as suas conceções falaram mais alto, deixando-se influenciar por elas.

De forma a poder verificar a compreensão destes conteúdos por parte dos alunos decidi, no momento, desafiá-los a formular um enunciado de um problema impossível, escrevendo-o no caderno. Motivei os alunos para a tarefa dizendo que com ela iria descobrir se perceberam o que são problemas impossíveis e se conhecem as suas caraterísticas. Esta proposta surgiu, momentaneamente, por ter entendido que poderia ser uma mais-valia na consolidação da aprendizagem.

Desta tarefa improvisada, mas de extrema importância na minha opinião, resultou a formulação de diferentes enunciados e justificações sobre a impossibilidade de responder à questão com base na informação dada. Estas justificações foram dadas quer pelo autor do problema, como pelos colegas. De seguida apresentam-se alguns exemplos.

Aluno	Formulação de Problemas Impossíveis	Justificação da impossibilidade em responder
A8	"O José comprou 50 flores para a sua mulher. No dia seguinte comprou 10 chocolates. Quantos animais tem o José?"	"Este problema é impossível de resolver porque os dados são insuficientes para responder à pergunta e não têm nada a ver com a pergunta. Os dados dizem quantas coisas o José comprou para a mulher e a pergunta fala no número de animais que ele tem. Eu, com estes dados, não consigo descobrir quantos animais ele tem".
A12	"Um lobo tem 100 ossos. Em 18 dias quantos litros de água bebeu?"	"Não posso responder ao problema porque ele está a falar em ossos e depois pergunta quantos litros de água bebeu e uma coisa não tem nada a ver com a outra. Faltam dados para eu responder a este problema".
A4	"A minha avó tem 2 vacas, 3 porcos e 20 galinhas. Quantos anos tem a minha avó?"	"É impossível resolver o problema, porque os dados não têm nada a ver com a pergunta".
A2	"Uma sala de aula tem 32 alunos e outra sala tem 39. Quantos brinquedos tem o filho da coordenadora daquela escola?"	"É impossível responder ao problema, porque os dados não têm nada a ver com a pergunta."
A14	"No campo do senhor Joaquim há uma piscina com 100 litros de água e com 40 metros de altura. Quantos anos tem aquela piscina?"	"É impossível resolver o problema, porque a altura da piscina e os litros de água que tem não tem nada a ver com a sua idade."
A1	"Num ninho havia 25 passarinhos e 14 morreram. Quantas pessoas havia na cidade?"	"É impossível responder ao problema, porque com estes dados não é possível dar uma resposta correta à pergunta."

Quadro 7 - *Formulação de problemas impossíveis.*

A partir desta proposta começou-se a seguir a lógica que foi acima apresentada: outros alunos justificam a impossibilidade em responder aos problemas apresentados pelos colegas.

Todas as justificações foram dadas com base na expressão "os dados não têm nada a ver com a pergunta." Na minha opinião, é importante que os alunos verbalizem o seu pensamento, para que, mais facilmente, consigam consolidar a informação que está a ser abordada. As restantes formulações encontram-se em Anexo G.

No final da intervenção, um olhar retrospetivo levou-me a dizer que deveria começar a interpretação dos problemas recorrendo ao modelo de resolução de problemas, para assim destacar a importância da leitura, identificando aquilo que sabemos (dados do problema) e aquilo que queremos saber (pergunta do problema), de modo a relacionarmos os dados com a pergunta e averiguar a ausência de lógica. Além disso, considerei pertinente acrescentar a tarefa de formulação de problemas impossíveis como forma de apurar a compreensão das caraterísticas deste tipo de problemas, verificando se ficaram bem incutidas na aprendizagem dos alunos. Com a apresentação destas propostas, os alunos demonstraram originalidade nas suas formulações de problemas, ao aplicar dados do seu quotidiano, relacionando-os com uma pergunta onde estes não pudessem ser utilizados para encontrar uma resposta válida. Com certeza que foi um grande desafio para os alunos, pois foi a sua estreia na formulação de problemas deste tipo. Foram, por isso, resultados bastante satisfatórios.

Reformulação dos Problemas Impossíveis (11/12/2012)

De modo a dar continuidade ao trabalho anteriormente apresentado, no dia seguinte foram propostas novas tarefas que apelaram à criatividade dos alunos na reformulação de problemas.

Antes de iniciar a implementação das tarefas planificadas, considerei pertinente realizar uma revisão de conteúdos abordados no dia anterior. Para além desse objetivo, o momento também foi promovido com a intenção de contextualizar no trabalho o A11 que esteve ausente no dia anterior. Para tal entreguei-lhe as duas tiras, que a ele estavam destinadas, e solicitei que resolvesse os problemas lá apresentados, enquanto os restantes alunos se acomodavam para a aula. Depois de resolvidos, o aluno leu os enunciados em voz alta e apresentou as suas respostas. As mesmas foram acrescentadas ao cartaz apresentado na aula anterior. Acrescentou-se o resultado “47” anos ao problema do “rebanho” e “315” metros ao problema da laranjeira do “Jardim do Pai Natal”. Depois de apresentados os resultados solicitei ao aluno para reler o enunciado de uma das tiras e para destacar os dados apresentados. Escrevi-os no quadro, de forma a ficarem visíveis a toda a turma. O aluno justificou as respostas de modo análogo às justificações surgidas no dia anterior: com os dados numéricos realizou uma operação. Deste modo é possível verificar que o aluno também interpretou acriticamente os enunciados que foram propostos. De forma a verificar a compreensão do assunto já trabalhado pedi a outro aluno que apreciasse a resposta do colega. O aluno selecionado (A1) começou por dizer “este problema não é possível de resolver”. Aqui já foi possível verificar a interpretação crítica que o aluno fez do enunciado, apresentando melhorias na sua compreensão. Tentei perceber se o aluno que tinha faltado compreendeu o colega. Não obtive resposta. O aluno manteve-se silencioso e a refletir sobre aquela questão. Para ajudar dei o seguinte exemplo: “tu tens 2 gatos, 1 cão e 3 galinhas. Com estes dados conseguimos descobrir a tua idade?”. O aluno sorriu e logo detetou a “ratoeira”, respondendo depois que “não conseguia responder”.

Realçou-se, novamente, a importância em ler, interpretar e compreender corretamente o problema. Procedi de modo análogo para o problema seguinte. O aluno detetou o erro de cálculo por ter atribuído um valor incorreto a "um quarteirão". Depois destacou os dados do problema, concluindo que estes não eram suficientes para responder à questão. Mais uma vez, a interpretação acrítica esteve presente, o que levou o aluno a dar resposta ao problema sem se preocupar com a ausência de lógica.

Prosseguiu-se com o planificado. Escrevi no quadro o enunciado do problema impossível: "Num rebanho há 35 carneiros e 12 cabras. Que idade tem o pastor?" Pedi aos alunos que arranjassem uma maneira de tornar aquele problema num problema possível de resolver, sem alterar nada do que estava escrito. Perante esta informação, um aluno retorquiu:

A8: Podemos dizer também que o total de animais é a idade do pastor.
Professora: Explica-me aquilo que estás a fazer ao problema.
A8: Estou a acrescentar informação aos dados do problema.
Professora: Então, de que forma podemos tornar estes problemas em problemas possíveis de resolver?
Alunos: Temos de acrescentar informação ao problema. (11/12/2012)

Voltou a ser dado o exemplo anteriormente referido pelo A8 e os alunos responderam que o pastor tem 47 anos, porque 47 é o número de animais que o rebanho tem.

Apresentei, então, um desafio à turma. Pedi que pegassem na tira com o primeiro problema resolvido (tira azul) e acrescentassem dados criativos ao enunciado, de forma a tornar possível responder à questão do problema. Para esclarecer ainda melhor a tarefa escrevi no quadro o enunciado do problema do "rebanho" e pedi a um aluno para acrescentar dados ao enunciado. A informação acrescentada foi escrita entre os dados iniciais do problema e a respetiva pergunta: "Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. *O total de animais corresponde à idade do pastor*. Que idade tem o pastor?" Assim, já é possível responder à questão. Deu-se início ao trabalho proposto.

As reformulações apresentadas encontram-se no Anexo G. Em seguida descrevo uma reformulação para cada problema.

Problema Inicial	Aluno	Reformulação
A Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2€ o kg. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?	A6	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2€ o kg. O total de dinheiro gasto corresponde à metade da idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (2x10=20; 2x20=40 anos).
A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Que idade tem a mãe do João Ratão?	A3	"A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. A idade da Mãe do João Ratão é o dobro dos 15€. Que idade tem a Mãe do João Ratão?" (2x15=30; A mãe do João Ratão tem 30 anos). Esta proposta é curiosa, pelo facto do aluno ter decidido não usar todos os dados apresentados no problema ficando, assim, com um problema de dados a mais.
Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. Que idade tem o pastor?	A15	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. A idade do pastor é o dobro do total dos animais menos 2 anos. Que idade tem o pastor?" (35+12=47; 2x47=94; 94-2=92; O pastor tem 92 anos).

Quadro 8 - *Reformulação de problemas impossíveis.*

Durante a apresentação destas reformulações fui escrevendo os dados no quadro. Foram os colegas que o resolveram, confirmando-se, assim, a credibilidade de cada reformulação.

Com estas apresentações foi possível detetar a criatividade dos alunos. A larga maioria apresentou uma proposta de reformulação diferente da apresentada antes de se iniciar o trabalho. Através deste exemplo, os alunos reformularam o seu problema mostrando fluência e flexibilidade na procura de novas ideias que lhes permitissem chegar a soluções diferentes. Por sua vez, as ideias foram originais, visto que, pela análise às reformulações, poucas foram as que se repetiram entre alunos. A maioria dos alunos envolveu-se na tarefa autonomamente, sem se deixar influenciar pelos colegas do lado. De salientar que cerca de três alunos não foram muito criativos, pois deixaram-se influenciar pelo débil exemplo que elaboramos antes da formulação dos problemas.

Para trabalho de casa propus aos alunos que voltassem a reformular o mesmo problema (da tira azul) e que fizessem uma reformulação para o problema da segunda tira (tira verde), realçando sempre a intenção de se realizarem reformulações criativas.

Conclusões sobre os problemas com dados a menos (12/12/2012)

No dia seguinte, a aula iniciou-se com as apresentações do trabalho de casa. Durante esta atividade tenho noção que ajudei alguns alunos a tornar coerente o que escreveram para a reformulação do seu problema. Talvez a falta de tempo me tenha levado a esse comportamento pois, caso contrário, teria solicitado ao aluno que elaborasse essa alteração autonomamente e apresentasse de novo à turma. Por exemplo, um aluno apresentou a seguinte proposta:

A4: "A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Sabendo que ela tem de idade mais o dobro de 15 anos da quinta parte do dinheiro que gastou, que idade tem a Mãe do João Ratão?" (12/12/2012)

Perante este enunciado confuso conversei com o aluno:

Professora: Como respondeste?

A4: Fiz 3x15 e deu-me 45. Depois 45 a dividir por 5 deu-me 9. E 9+30 é igual a 39. A Mãe do João Ratão tem 39 anos.

Professora: Vamos então escrever no quadro todo esse raciocínio. "A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro." O aluno escreveu no quadro: 3metros e 15€. "Sabendo que ela tem de idade mais o dobro de 15 anos", qual é o dobro de 15 anos? O aluno escreveu: 2x15=30. Agora não percebo esta parte "ela tem de idade mais o dobro de 15 anos da quinta parte do dinheiro que gastou". Explica-me como pensaste.

A4: Primeiro tenho de achar a quinta parte do dinheiro que gastou.

Professora: Então encontra-a!

O aluno escreveu no quadro: 3x15=45; 45:5=9, justificando que 9x5=45.

Professora: E depois, que mais tens a dizer?

A4: O dobro de 15 anos mais a quinta parte do dinheiro que gastou é a idade dela.

Professora: Representa.

O aluno escreveu no quadro: 30+9=39.

Professora: Ora bem, olhando para isto que escreveste consigo perceber a ordem do teu pensamento. A forma como tinhas escrito está demasiado confusa. Aquilo que tens de dizer é "A sua idade corresponde à quinta parte do dinheiro que gastou (apontei para o 3x15=45; 45:5=9) mais o quê?

A4: O dobro de 15.

Professora: Exatamente, mais o dobro de 15. Agora vais para o lugar e reescreve segundo a ordem que aqui falamos. Quando estiver avisa para voltares a apresentar. (A alteração desta proposta aparece mais à frente). (12/12/2012)

Apesar da informação do problema se apresentar um pouco confusa considero esta reformulação muito criativa, pois o aluno foi flexível e fluente, apresentando diferentes ideias para o mesmo problema, comparando-o com a reformulação do dia anterior; e original na escolha dos dados, uma vez que envolveu ideias diferentes entre enunciados. Com a aplicabilidade destes componentes foi possível verificar a criatividade do aluno.

Todas propostas resultantes desta tarefa, já com as devidas correções, estão apresentadas em Anexo G. Aqui ficam algumas dessas propostas (Quadro 9), onde também se avalia a fluência dos alunos, comparando com a proposta de reformulação do mesmo problema do dia anterior.

Problema Inicial	Aluno	1ª reformulação (11/12/2012)	2ª reformulação (12/12/2012)	Comentário
A Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2€ o kg. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?	**A16**	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2€ o kg. O quarto do total corresponde à idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?"	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2€ o kg. Ela tem de idade o dobro do resultado mais meia dúzia. Que idade tem a capuchinho Vermelho?"	O aluno foi fluente e flexível na reformulação deste problema, mostrando capacidade em apresentar e resolver o mesmo problema de formas distintas.
Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. Que idade tem o pastor?	**A9**	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O total de animais que o pastor tem corresponde à sua idade. Que idade tem o pastor?"	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O número total de animais corresponde à idade do pastor. Que idade tem o pastor?"	Este aluno não mostrou ser fluente nesta reformulação. Teve duas hipóteses para reformular o problema e, das duas vezes, apresentou a mesma proposta.
A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Que idade tem a mãe do João Ratão?	**A4**	"A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Ela tem menos 15 anos que o valor pago pelo tecido. Que idade tem a Mãe do João Ratão?"	"A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Ela tem de idade a quinta parte do dinheiro que gastou mais o dobro de 15 anos. Que idade tem a mãe do João Ratão?"	Este aluno evidencia fluência e flexibilidade nas suas propostas. Reformula o mesmo problema de formas distintas e também emprega originalidade na apresentação de ideias novas.

Quadro 9 - *Reformulação de problemas impossíveis: fluência.*

Ao mesmo tempo que cada um apresentava a proposta entregava-lhe um cartão da cor correspondente ao problema (como identifica o cartaz), onde o aluno escreveu as suas reformulações para os problemas, a fim de os anexar à cortina dos problemas.

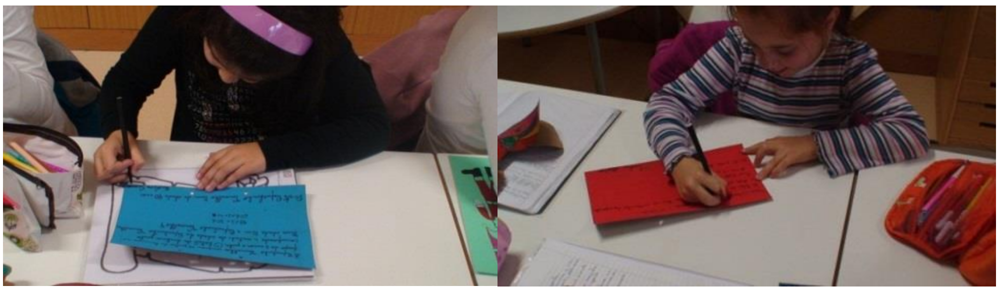


Figura 20. Elaboração das "Cortinas Problematicamente Possíveis".

Como é possível constatar, durante a análise das propostas de problemas (Anexo G) existem respostas que, de facto, não correspondem à realidade, como por exemplo o A14 que respondeu "o pastor tem 170 anos". Perante isto, dialoguei com a turma acerca da credibilidade daquele resultado. Os alunos rapidamente detetaram que é algo improvável, justificando este resultado como sendo "fantasia" (A14). Com esta conclusão, vários alunos repararam que de algumas reformulações que fizeram também derivaram resultados "absurdos". Outro exemplo, o resultado do A11 que indica que o pastor tem 131 anos. Foram efetuados vários reparos para estes resultados, com a finalidade em se refletir sobre a credibilidade das respostas, para que os alunos comecem a aplicar conhecimentos do seu dia-a-dia nas tarefas de sala de aula.

Posso concluir que todos os alunos efetuaram mudanças no enunciado de modo a torná-lo possível de resolver. A maioria dos alunos mostrou-se fluente e flexível, acrescentando dados originais aos enunciados, resultando em problemas criativos, com ideias "novas" associadas entre si. No mesmo problema, os alunos foram fluentes ao apresentar ideias diferentes que, consequentemente, originaram resultados também diferentes daqueles que foram obtidos nas propostas anteriores. São estas caraterísticas, segundo Vale e colaboradores (2012), que definem a criatividade e, de facto, estas estão bem patentes nas propostas de reformulação de problemas dos alunos: os estudantes aplicam a sua criatividade ao acrescentar mais informação ao enunciado permitindo, consoante a informação acrescentada, enveredar por várias estratégias de resolução e com várias soluções possíveis.

Antes de organizar e afixar as "cortinas problematicamente possíveis" analisei com a turma a imagem conclusiva, apresentada nos Procedimento da Intervenção, relativa a este assunto. Para tal, a mesma foi projetada e, para interpretá-la, decidi atribuir as personagens a diferentes alunos que leram com entoação as falas das personagens.

Figura 21. Momento de interpretação da imagem conclusiva dos problemas impossíveis.

No final da leitura estabeleci um diálogo com a turma:

Professora: Esta informação aplica-se a alguma tarefa que tenhamos desempenhado?
Alunos: Sim! Em todos os problemas que resolvemos.
Professora: Então qual é a principal caraterística dos problemas impossíveis?

Alunos: Os dados não têm nada a ver com a pergunta; são problemas com dados a menos ou insuficientes para responder à pergunta do problema.

Professora: Explica-me, outra vez, qual a principal caraterística dos problemas impossíveis?

A13: Tem dados insuficientes para responder à questão. (12/12/2012)

Neste momento considerei pertinente deixar um registo escrito desta informação no caderno diário dos alunos, para que rápida e facilmente esta pudesse ser consultada por eles.

No final, todos os alunos ajudaram a montar as "Cortinas Problematicamente Possíveis".

Figura 22. Cortinas Problematicamente Possíveis.

Trabalho com problemas de dados a mais (14/01/2013)

Antes de iniciar a aula na segunda semana de implementação do estudo, e com os alunos ainda fora da sala, comecei por colar debaixo de cada mesa um problema destinado a cada aluno – problemas com dados a mais evidenciados nos Procedimentos da Intervenção.

Tal como planificado iniciei o trabalho ao ler a adivinha que indicava o lugar onde se poderiam encontrar tais problemas.

Mal terminei a leitura ouviu-se de imediato a palavra "problema". Contudo decidi ouvir a opinião de todos os alunos acerca de uma possível resposta para a adivinha. Foram enunciadas as seguintes palavras: problema ("porque na última parte fala em soluções", retorquiu o A13), história, livros, escola. Perante estas respostas reli os dois primeiros versos da adivinha "Sob tampo, papéis". Com isto, iniciou-se um diálogo baseado na interpretação das palavras, onde se procurou descobrir o que era o "tampo" e que significado tinham as palavras "sob" e "sobre". Após a sua interpretação, os alunos concluíram que "debaixo do tampo há papéis", espreitando para debaixo da sua mesa, encontrando os problemas.

Alunos: Uau! Está aqui! (14/01/2013)

Depois de retirados expliquei aos alunos que deveriam responder ao problema individualmente, informando que tinham 7 minutos para terminar o trabalho.

Durante a resolução, dois alunos solicitaram a minha ajuda. Ambos, em momentos diferentes, disseram:

A1 e A9: Aqui diz "tinha"". (14/01/2013)

Aos dois alunos respondi de forma igual: "pois diz, então responde quantas tinha".

Os alunos não precisaram dos 7 minutos. Ao fim de 3/4 minutos já estavam a entregar os problemas. Após a entrega de todas as resoluções, iniciou-se a exploração de conteúdos relacionados com a Língua Portuguesa.

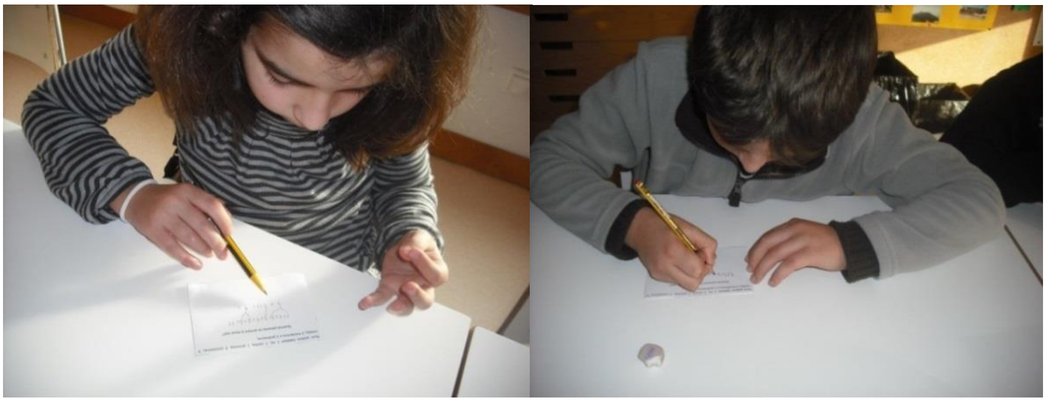


Figura 23. Alunos a resolver problemas com dados a mais.

Durante o intervalo da manhã e o do almoço, conversei à vez, como habitualmente, com os quatro alunos. Pretendia perceber a interpretação que cada um realizou durante a resolução do problema. No quadro 10 apresento alguns registos dessas conversas.

Aluno	Resposta	Comentário
A1	"Tinha 95 pulseiras, porque se ela perdeu tinha-se de tirar as pulseiras que ela perdeu." Contudo, antes de terminar a conversa o aluno confessou: "eu também achei que… isto não era… primeiro disse "tinha" e depois também pensei que a resposta era 98 porque é o que tinha". (14/01/2013)	Com este raciocínio é possível constatar que o aluno interpretou criticamente o enunciado. No entanto sentiu-se influenciado por outros problemas realizados anteriormente e, por isso, resolveu arranjar uma resposta operando com os dados que o problema apresentava, evidenciando uma interpretação acrítica.
A15	Não conversei com este aluno porque faltou às aulas neste dia.	
A5	"O rei tinha 18 coroas"; "fui às 23 coroas que ele tinha e tirei as 5 coroas que ele pegou às 8 horas para levar para a praça. Depois tirei as 5 porque ele vendeu: 2 mais 3 e deu-me 5. 23 menos 5 deu-me 18 coroas". (14/01/2013)	Este aluno também interpretou acriticamente o enunciado pois, com os dados apresentados, arranjou uma forma de os manipular e encontrar uma resposta para o problema.
F8	"Se ele (o rei) tinha uma coleção de 23 coroas e um dia pegou em 5 e foi vendê-las, vamos à coleção das 23 coroas e tiramos as 5 coroas que ele vendeu. Dá 18." (14/01/2013)	Mais uma vez, a interpretação acrítica está aqui realçada.

Quadro 10 - *Conversas sobre problemas com dados a mais.*

Em síntese, concluo que os alunos ainda se encontram muito "presos" à conceção que todos os dados apresentados no enunciado devem ser manipulados (Stancanelli, 2001), ou seja, com eles devem ser feitas "umas contas" e daí apresentar um resultado. Mesmo um aluno tendo percebido o sentido de "tinha" ignorou o seu pensamento, pois se este prevalecesse, não teria de fazer uma conta. Dos três alunos com quem conversei foi possível concluir que todos fizeram uma interpretação acrítica dos enunciados, visto que partiram automaticamente para a elaboração de cálculos, usando as operações básicas para dar uma resposta ao problema. Por isso efetuei uma previsão sobre a maioria das respostas que poderiam ser dadas pelos outros alunos. Mais uma vez fica patente que a reação dos alunos, perante o enunciado de um problema, consiste em arranjar sempre uma resposta para ele e, neste caso, respondem erradamente à pergunta devido à ausência de interpretações críticas.

Já de tarde, no horário destinado à exploração de conteúdos matemáticos, comecei por distribuir os enunciados aos respetivos alunos.

Depois colei o problema (azul) que falava do "palácio" na parede da maquete do palácio. De seguida colei o problema (cor de laranja) do "rei" junto do rei e o da "princesa" (verde) ao lado da princesa.

Posto isto, li o primeiro problema (azul) e pedi a cada aluno que o resolveu para apresentar a resposta que encontrou. A mesma foi escrita em pequenos círculos também da cor azul, colocados junto do enunciado. Para este problema foram indicados os seguintes resultados: "19", "19", "19", "19", "19" e "5".

Figura 24. Respostas dos alunos ao problema do palácio.

De seguida li o problema relativo ao rei. Foram indicados os seguintes resultados: “28”, “18”, “18”, “13”, “18”.

Para o problema relativo à princesa foram apresentados os resultados: “95”, “98”, “95”, “95”, “95”.

Figura 25. Respostas dos alunos ao problema do rei.

Figura 26. Respostas dos alunos ao problema da princesa.

Apresentados todos os resultados, procedeu-se à respetiva discussão.

Problema	Resposta	Justificação dos alunos
Palácio	“19”	“Porque somei o rei, mais a rainha, mais a princesa, mais as três cozinheiras, mais as nove criadas, mais os dois mordomos e os dois jardineiros. Tudo somado dá 19”. (A6, A7, A10, A12, A14) (14/01/2013)
	“5”	“Porque eu já vi em filmes castelos que têm rei, rainha, princesa e nunca vi os empregados a sentarem-se à mesa com eles”. Perante este reparo o discurso foi estendido a toda a turma, onde se tentou perceber se nalguma situação do dia-a-dia (exceto condições especiais) os empregados se sentam à mesa com os patrões. De seguida, o aluno acrescentou “ao rei, rainha e princesa também juntei os dois jardineiros, pois pensava que eles podiam sentar-se à mesa real”. (A13) (14/01/2013)

Quadro 11 - *Justificações das respostas ao problema com dados a mais: palácio.*

O A13 foi crítico, não se limitou a somar todos os dados que o problema apresentava, tal como os outros colegas fizeram. Em suma perguntei “quantas pessoas se sentaram à mesa real?”.

Os alunos não se fizeram esperar, respondendo logo "3 pessoas: o rei, a rainha e a princesa." Por isso escrevi o resultado no quadro, fazendo-o corresponder ao problema do palácio. Através destas respostas pode constatar-se que um aluno respondeu criticamente ao enunciado do problema. Os restantes alunos interpretaram-no acriticamente, na medida em que operaram com todos os dados apresentados e partiram automaticamente para a sua resolução.

As respostas e justificações para o problema do rei foram:

Problema	Resposta	Justificação dos alunos
Rei	"13"	"Eu fiz 23 menos 5 e deu 18. Depois fiz 18 menos 2 que é igual a 16 e 16 menos 3 é igual a 13" (A2) (14/01/2013)
	"18"	"Peguei nas 23 coroas e tirei as 5 que ele vendeu. Deu 18". (A8, A11, A5) (14/01/2013)
	"28"	"Somei as 23 coroas que tinha mais as 5 coroas que ele levou" (A16) (14/01/2013)

Quadro 12 - *Justificações das respostas ao problema com dados a mais: rei.*

Quando os alunos justificaram a resposta "18", um aluno externo ao problema apresentou uma dúvida: "esqueceram-se de usar as 5 coroas que o rei levou para a praça" (A1). Logo o A8 explicou "ele levou 5 coroas para a praça e depois vendeu essas 5 (2+3)." Refletindo sobre esta questão, penso que se voltasse a apresentar este enunciado formulava-o de maneira diferente. Escreveria, por exemplo, que o rei levou para a praça 7 coroas e depois que vendeu 2 e, de tarde, mais 3. Assim, havia mais dados diferentes no enunciado e de certeza que se iriam obter outras interpretações do problema. Gostava de verificar se os alunos subtraíam às 23 coroas as 7 coroas que levou, ou só as 5 que vendeu, ou as 7 mais as 5…

Perante a justificação do A16 perguntei-lhe o porquê de ter somado, o qual respondeu "porque na pergunta diz quantas coroas tinha o rei e não com quantas coroas ficou o rei". Aproveitando esta justificação, solicitei aos alunos que relessem a pergunta. Ao fazê-lo, os alunos perceberam o significado da palavra "tinha". Assim, perguntei à turma o que significa "tinha", o que responderam "é o que tinha inicialmente". Então voltei a perguntar "quantas coroas tinha o rei?". Os alunos riram-se e responderam "23", dizendo "isso é uma ratoeira". Com esta conclusão escrevi o resultado no quadro. Também aqui os alunos interpretaram o enunciado acriticamente. Mesmo o aluno que percebeu o significado de "tinha" resolveu fazer uma conta e, em vez de subtrair (que daria o número de coroas que tem agora) ele adicionou. Ou seja, apesar de ser crítico na sua interpretação, também mostrou ter feito o contrário quando realizou uma operação para dar uma resposta ao problema. Com estas tarefas é possível perceber que os alunos ainda acreditam na conceção de que para responder a um problema temos de fazer contas.

As respostas e justificações do problema da princesa foram:

Problema	Resposta	Justificação dos alunos
Princesa	"95"	"Tirei as 3 pulseiras que ela perdeu às 98 que tinha". (A1, A3, A4, A17) (14/01/2013)
	"98"	"Eu fiz 98 menos 3 (porque ela ao brincar perdeu 3) e deu 95. Depois li a pergunta e lá dizia quantas pulseiras "tinha". Então, voltei a somar as 3 às 95 e deu-me 98. A princesa tinha 98 pulseiras." (A9) (14/01/2013)

Quadro 13 - *Justificações das respostas ao problema com dados a mais: princesa.*

Após estas justificações analisamos, coletivamente, a questão do problema: "quantas pulseiras tinha". Os alunos logo se riram e responderam que a princesa "tinha 98 pulseiras".

> **Professora:** Porque é que a maioria dos alunos tirou as 3 pulseiras que ela perdeu às 98 que tinha?"
> **A1:** Porque normalmente temos de fazer contas. (14/01/2013)

Perante esta resposta contei mais um "segredo" à turma: "nem todos os problemas precisam de contas para serem resolvidos!", o que era o caso. Após esta reflexão escrevi no quadro o verdadeiro resultado para este problema. Em suma, apenas um aluno interpretou o enunciado criticamente. Contudo elaborou uma operação, o que fez evidenciar a persistência das estritas conceções face à resolução de problemas.

Elaboradas as desejadas conclusões iniciei um novo diálogo com a turma:

> **Professora:** Que tipo de problemas temos aqui? Qual é a grande caraterística deles?
> **A14:** Problemas com informação a mais?
> **Professora:** Nem mais! São problemas com informação, com dados a mais! Têm informação no enunciado que não é precisa para responder à questão. (14/01/2013)

Foram também elaboradas algumas analogias aos problemas com dados insuficientes. Depois foram abordadas as caraterísticas dos problemas com dados a mais, onde os alunos souberam dizer que embora o enunciado apresente muitos dados, nem todos são necessários para responder à pergunta. Perante esta conclusão resolvi evidenciar de novo a importância em ler e compreender o problema, para selecionar apenas a informação necessária. Toda a informação foi registada no caderno escolar.

Depois dos registos anunciei aos alunos que lhes tinha um desafio a propor. Dito isto, os alunos tentaram logo adivinhar, dizendo que tinham de "formular um problema com dados a mais". Poderia ter inserido, de facto, neste momento uma tarefa desse tipo, mas ponderei que poderiam fazê-lo num momento posterior.

Para introduzir o desafio comecei por perguntar aos alunos:

> **Professora:** Como poderemos usar todos os dados que estão num destes enunciados?
> **A1:** Temos de usar até as "8 horas?
> **Professora:** Sim.
> **A5:** Mudando a pergunta? (14/01/2013)

Com esta proposta relembrei à turma que uma das condições para a concretização da tarefa passava por não alterar qualquer informação apresentada no problema.

A1: Podemos ir às 98 pulseiras que ela pegou e somar as 8 horas.
Professora: E para que é que usavas isso?
A1: Para usar todos os dados!
Professora: E a resposta que daí surgia responderia a que questão?
A1: Ah! Nenhuma!
A6: Temos de fazer outro problema. Por exemplo, suponhamos que por hora ela perde uma pulseira e se saiu de casa às 8 horas e chegou às 10 horas, quantas pulseiras perdeu?
Professora: O que é que estás a fazer ao enunciado do problema com essa proposta?
A6: Estou a fazer uma nova pergunta. (14/01/2013)

Neste momento foi explicado aos alunos que teriam de acrescentar alíneas aos problemas. Os alunos foram capazes de evidenciar alguns exemplos de possíveis alíneas.

Professora: Quero que cada um acrescente alíneas ao problema que resolveram de forma a manipular todos os dados. Quero criatividade…
A14: E imaginação. (14/01/2013)

Vários alunos mostraram estar bastante motivados para a tarefa, executando-a com rapidez e qualidade. Após a sua concretização, as reformulações foram apresentadas à turma. Daí surgiram as seguintes propostas de alíneas:

Problemas	Alíneas
No palácio habitam um rei, uma rainha, uma princesa, três cozinheiras, nove criadas, dois mordomos e dois jardineiros. Quantas pessoas se sentam à mesa real?	**b)** Quantas pessoas se sentam na mesa dos empregados? (16 pessoas)
	c) Quantos empregados tem o castelo? (16 empregados)
	d) Quantas pessoas habitam no palácio? (19 pessoas)
	e) Certo dia, a rainha organizou uma festa só para empregados. Quantas pessoas foram à festa? (16 pessoas)
	f) Quantos mordomos tem o palácio? (2 mordomos)
	g) Quantas criadas habitam no palácio? (9 criadas)
	h) Quantos jardineiros habitam no palácio? (2 jardineiros)
O rei tinha uma coleção de 23 coroas. Certo dia, acordou às 8 horas e pegou em 5 coroas. Levou-as para a praça e vendeu 2 coroas. Durante a tarde vendeu mais 3. Quantas coroas tinha o rei?	**b)** A que horas acordou o rei? (8 horas)
	c) Ao todo, quantas coroas vendeu o rei? (5 coroas)
	d) Quantas coroas o rei levou para a praça? (5 coroas)
	e) Quantas coroas o rei vendeu de tarde? (3 coroas)
	f) Quantas coroas se venderam de manhã? (2 coroas)
	g) Quantas coroas tem agora o rei? (23-5=18 coroas)
	h) Se o rei levasse as 23 coroas para a praça e vendesse 5 em cada hora, quantas horas demorava a vendê-las? (5+5+5+5+3=23 coroas; Demorava 5 horas a vendê-las)
A princesa, que acordou às 8 horas, pegou nas suas 98 pulseiras e foi brincar com a sua prima de 5 anos. Durante os jogos que realizaram, a princesa perdeu 3 pulseiras. Quantas pulseiras tinha a princesa?	**b)** A que horas acordou a princesa? (8 horas)
	c) Quantos anos tem a prima da princesa? (5 anos)
	d) Quantas pulseiras perdeu a princesa? (3 pulseiras)
	e) Quantas pulseiras tem agora a princesa? (95 pulseiras)
	f) Daqui a 11 anos quantos anos terá a prima da princesa? (5+11=16 anos)

Quadro 14 - *Formulação de alíneas para os problemas com dados a mais: palácio, rei e princesa.*

Foram os autores das alíneas que corrigiram as respostas que os colegas deram às suas propostas. A maioria das alíneas apresentadas apenas envolveu os dados do enunciado. Contudo, alguns alunos acrescentaram na alínea mais dados que, juntamente com outros do enunciado, foi possível responder à sua questão. Estas são, sem dúvida, propostas criativas – originais, fluentes e flexíveis - pela apresentação de ideias diferentes das habituais e pela associação credível entre elas, resultando em diferentes soluções.

Para descobrir mais problemas para serem resolvidos em casa li uma nova adivinha. Depois de lida, um aluno pronunciou o nome "cadeira, porque ela tem pernas e costas". Perante esta justificação, alguns alunos tiveram a reação em espreitar para debaixo da sua cadeira, mas nada encontraram. Solicitei ao aluno que acertou na resposta para se dirigir à maquete do palácio e detetar uma cadeira, para ver se descobriria alguma coisa. O aluno detetou a cadeira e reparou que debaixo dela havia algo volumoso: eram novos problemas com dados a mais, para que em casa fossem resolvidos. Além da resolução, os alunos foram desafiados a acrescentar mais alíneas, de forma a poderem usar todos os dados do enunciado.

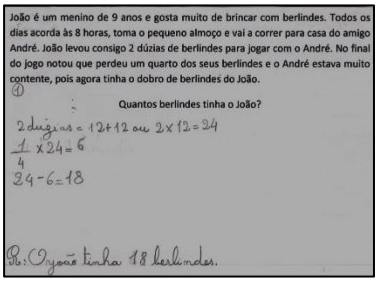
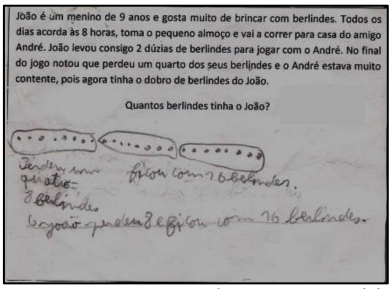
Considerei também pertinente solicitar aos alunos a formulação de novos enunciados com dados a mais, respondendo à respetiva questão.

Figura 27. Problemas debaixo da cadeira.

Conclusões sobre os problemas com dados a mais (15/01/2013)

No dia seguinte decidi começar com uma revisão dos assuntos abordados no dia anterior. Desta forma foi possível detetar e despistar possíveis dúvidas que pudessem ser rapidamente esclarecidas. Para tal foi promovido um diálogo com a turma onde se procurou relembrar as principais caraterísticas de problemas com dados a mais. Os alunos referiram as caraterísticas mencionadas no dia anterior.

Seguidamente solicitei aos alunos que apresentassem as respostas dos problemas resolvidos em casa.

<table>
<tr><th>Problema</th><th>Resposta</th><th>Justificação</th><th>Comentário</th></tr>
<tr><td rowspan="3">João é um menino de 9 anos e gosta muito de brincar com berlindes. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o pequeno almoço e vai a correr para casa do amigo André. João levou consigo 2 dúzias de berlindes para jogar com o André. No final do jogo notou que perdeu um quarto dos seus berlindes e o André estava muito contente, pois agora tinha o dobro de berlindes do João.
Quantos berlindes tinha o João?</td><td>“24 berlindes” (A1, A2, A3, A4, A5, A7, A8, A9, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17)</td><td>“Quando saiu de casa ele levou duas dúzias”.</td><td>Estas respostas mostram a existência de uma interpretação crítica do enunciado, evidenciando, assim, melhorias face ao trabalho desenvolvido anteriormente.</td></tr>
<tr><td>“18 berlindes” (A6)</td><td>“Aos 24 que tinha dividi por 4 e deu 6. Depois fiz 24-6=18”</td><td>Este aluno resolveu o problema seguindo a mesma linha errada do dia anterior, realizando uma interpretação acrítica do enunciado. A resposta que deu refere-se à pergunta “quantos berlindes tem agora o João?”.

João é um menino de 9 anos e gosta muito de brincar com berlindes. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o pequeno almoço e vai a correr para casa do amigo André. João levou consigo 2 dúzias de berlindes para jogar com o André. No final do jogo notou que perdeu um quarto dos seus berlindes e o André estava muito contente, pois agora tinha o dobro de berlindes do João.
1
Quantos berlindes tinha o João?
2 dúzias = 12+12 ou 2×12=24
$\frac{1}{4} \times 24 = 6$
24-6=18
R: O joão tinha 18 berlindes.
Figura 28. Resposta do A6 ao problema dos “berlindes do João”.</td></tr>
<tr><td>“16 berlindes” (A10)</td><td>“Enganei-me. Eu encontrei a terça parte e não a quarta. Por isso subtraí 8 aos 24, que deu 16”</td><td>O aluno respondeu “O João ficou com 16 berlindes”. Logo aqui se evidencia a interpretação acrítica da pergunta.

João é um menino de 9 anos e gosta muito de brincar com berlindes. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o pequeno almoço e vai a correr para casa do amigo André. João levou consigo 2 dúzias de berlindes para jogar com o André. No final do jogo notou que perdeu um quarto dos seus berlindes e o André estava muito contente, pois agora tinha o dobro de berlindes do João.
Quantos berlindes tinha o João?
Perdeu um quarto= 8 berlindes
ficou com 16 berlindes.
O joão perdeu 8 e ficou com 16 berlindes.
Figura 29. Resposta do A10 ao problema dos “berlindes do João”.</td></tr>
</table>

Quadro 15 - *Respostas e justificações para o problema dos “Berlindes do João” e do “Autocarro”.*

Depois de ouvidas todas as justificações para as respostas apresentadas ao problema procedemos à apresentação das alíneas que foram formuladas. Cada aluno leu a sua proposta e, todos juntos, procuramos responder às novas questões. Como era de esperar, muitas alíneas repetiram-se. Por isso, os alunos, à medida que ouviam uma alínea igual à sua identificavam-na e na sua vez de apresentar, já a omitiam.

As alíneas apresentadas foram variadas. Obtiveram-se as seguintes propostas:

Problema	Alíneas Propostas
João é um menino de 9 anos e gosta muito de brincar com berlindes. Todos os dias acorda às 8 horas, toma o pequeno almoço e vai a correr para casa do amigo André. João levou consigo 2 dúzias de berlindes para jogar com o André. No final do jogo notou que perdeu um quarto dos seus berlindes e o André estava muito contente, pois agora tinha o dobro de berlindes do João. Quantos berlindes tinha o João?	Quantos anos tem o João? (9 anos)
	Quantos berlindes levou o João para casa do amigo? (24 berlindes)
	Quantos berlindes tem agora o André? (2x18=36 berlindes)
	Quantos anos terá o João daqui a 7 anos? (9+7=16 anos)
	A que horas acordou o João? (8 horas)
	Quantas dúzias de berlindes levou o João para casa do André? (2 dúzias)
	Quantos berlindes perdeu o João? (¼ x24=6 berlindes)
	Em que ano nasceu o João? (2013-9=2004)
	Quantos berlindes têm os dois meninos? (18+36=54)
	Quantos berlindes tinham o João e o André antes de começar o jogo? (João: 24 berlindes; André: 36-6=30 berlindes)

Quadro 16 - *Formulação de alíneas para o problema com dados a mais: "Berlindes do João".*

O objetivo desta tarefa foi conseguido, visto que foram explorados e manipulados todos os dados do enunciado de várias maneiras possíveis. Evidencia-se uma grande evolução entre estas propostas e as do dia anterior. São, sem dúvida, propostas de nível superior no que se refere à originalidade. Além de formularem as alíneas "básicas", como "quantos anos tem o João?", os alunos souberam associar outros dados aos que o enunciado apresentava, manipulando-os de forma criativa e obtendo várias alíneas com respostas diferentes. Talvez o facto da tarefa ter sido executada em casa possa ter influenciado o trabalho. Os alunos podem ter sido auxiliados por familiares.

Problema	Resposta	Justificação	Comentário
Num autocarro seguiam 17 passageiros. A dado momento saíram 3 passageiros e entraram 2. Mais à frente saíram 8 passageiros e entraram 10. Depois saíram 4 passageiros e entraram 7. Antes da última paragem saíram 5 passageiros e entrou 1. Quantas paragens fez o autocarro?	"4 paragens" (A3, A7, A9, A13)	"Não contabilizamos a suposta paragem realizada depois da penúltima."	Estes alunos interpretaram o enunciado acriticamente, pois não contabilizaram a última paragem do autocarro.
	"5 paragens" (A1, A2, A4, A5, A6, A8, A10, A11, A12, A14, A15, A16, A17)	"Depois da penúltima paragem o autocarro fez a última paragem, sendo a quinta no seu percurso."	Os alunos evidenciaram realizar uma interpretação crítica do enunciado, onde assumiram a quinta paragem como a última que o autocarro efetuou no seu percurso.

Quadro 17 - *Respostas e justificações para o problema com dados a mais: "Autocarro".*

Durante a interpretação do problema, a professora cooperante sugeriu que o enunciado deveria ser alterado, porque leva a crer que, de facto, o autocarro tenha feito 4 paragens, tal como alguns alunos concluíram. Penso que, se voltasse a apresentar o problema, não o alteraria nesse pormenor, pois, desse modo, a minha intenção ficaria modificada. Pretendia que os alunos assumissem que depois da penúltima paragem o autocarro tenha feito uma última paragem. Todavia, numa nova apresentação do problema, modificaria a sua parte introdutória, começando por dizer que "o autocarro iniciou o seu percurso levando 17 passageiros a bordo", pois assim acredito ser mais fácil considerar como primeira paragem a informação seguinte "a dado momento saíram 3 passageiros e entraram 2". Curiosamente, a resposta não surgiu, mas algum aluno poderia dizer "não sei quantas paragens fez porque o enunciado começa por dizer que seguiam 17 passageiros e a dado momento saíram 3 passageiros e entraram 2; não sei quantas paragens fez antes da informação que o enunciado apresenta".

Com as respostas apresentadas consegue-se perceber a evolução na interpretação crítica do enunciado, embora alguns alunos não a tenham efetuado devidamente.

De seguida, cada aluno apresentou as alíneas que acrescentou ao problema, com a condição de não repetir a alínea que já tenha sido citada. Os exemplos apresentados foram:

Problema	Alíneas Propostas
Num autocarro seguiam 17 passageiros. A dado momento saíram 3 passageiros e entraram 2. Mais à frente saíram 8 passageiros e entraram 10. Depois saíram 4 passageiros e entraram 7. Antes da última paragem saíram 5 passageiros e entrou 1. Quantas paragens fez o autocarro?	Depois da primeira paragem, quantos passageiros seguiram no autocarro? (17-3=14; 14+2=16 passageiros).
	Depois da segunda paragem, quantos passageiros seguiram no autocarro? (16-8=8; 8+10=18 passageiros).
	Ao fim de 4 paragens, quantos passageiros ficaram no autocarro? (17-3=14; 14+2=16; 16-8=8; 8+10=18; 18-4=14; 14+7=21; 21-5=16; 16+1=17 passageiros).
	Quantas pessoas abandonaram o autocarro durante a viagem? (3+8+4+5=20 pessoas, sem contar com as 17 pessoas que, supostamente, saíram na última paragem).
	Quantos passageiros seguiam inicialmente no autocarro? (17 passageiros).
	Na primeira paragem, quantos passageiros saíram? (2 passageiros) E quantos entraram? (3 passageiros).
	Quantas pessoas entraram no autocarro durante o percurso? (17+2+10+7+1=37).
	Quando saíram 3 passageiros, quantos entraram? (2 passageiros).
	Se cada paragem demora uma hora, quanto tempo demorou em todas as paragens? (5 horas).
	Se o autocarro demorou um quarto de hora a chegar a cada paragem, quantos minutos demorou a chegar à quarta paragem? (15x4=60 minutos).
	Qual é a diferença entre o número de passageiros que seguiam depois da primeira paragem e os que seguiam depois da quarta paragem? (17-16=1 passageiro).

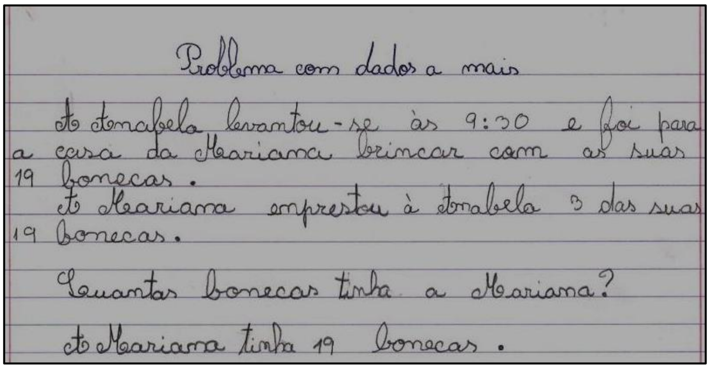
Quadro 18 - *Formulação de alíneas para o problema com dados a mais: "Autocarro".*

Todas as propostas foram resolvidas por toda a turma, verificando-se a credibilidade das mesmas. Na minha opinião, as alíneas apresentadas são bastante pertinentes e criativas, na medida em que permitiram a manipulação de todos os dados do enunciado segundo diferentes estratégias. Contudo, penso que deveriam ser exploradas estas propostas que agora apresento, pois também são aplicáveis ao contexto do enunciado:

- Quantos passageiros entraram na última paragem? (0 passageiros, pois se é "última" só saem passageiros, porque o autocarro terminou o seu percurso).
- Quantos passageiros saíram na última paragem? (saíram os 17 passageiros que lá permaneceram depois da penúltima paragem).

Após a apresentação anterior projetei a "imagem conclusiva" relativa aos problemas com dados a mais. Esta foi lida por dois alunos (assumindo os papéis do rei e da princesa) e interpretada por todos. Os alunos conseguiram detetar nesta "conversa" as caraterísticas dos problemas que têm dados a mais.

De seguida apresento um enunciado de um problema formulado em casa pelo A4.



Problema com dados a mais

A Anabela levantou-se às 9:30 e foi para a casa da Mariana brincar com as suas 19 bonecas.
A Mariana emprestou à Anabela 3 das suas 19 bonecas.

Quantas bonecas tinha a Mariana?
A Mariana tinha 19 bonecas.

Figura 30. Formulação de um problema com dados a mais.

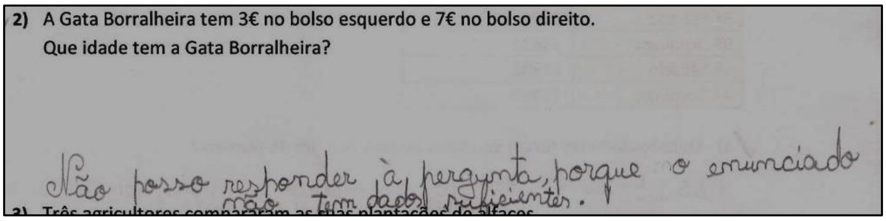
Através da análise dos problemas formulados pelos alunos foi possível concluir que todos foram capazes de executar, com sucesso, a tarefa solicitada. Na mesma, os alunos souberam associar várias ideias, de forma a apresentar problemas únicos, originais, diferentes.

Neste dia foram pedidas novas formulações de problemas com dados a mais e com alíneas, para que os alunos praticassem a formulação de problemas, desenvolvendo a sua criatividade.

Ficha de Problemas (16/01/2013)

De forma a recolher *feedback* do trabalho desenvolvido no âmbito da resolução de problemas com dados a mais e a menos, os alunos resolveram individualmente, sem qualquer tipo de consulta ou ajuda, uma ficha de problemas. Esta caraterizou-se por apresentar problemas com dados a mais, a menos e problemas de um ou dois passos. Este momento foi análogo a um momento de avaliação comum.

Após a análise das fichas foi possível concluir que, dos dezassete alunos, cinco ainda responderam aos problemas impossíveis, operando com os dados numéricos apresentados. Os restantes foram críticos na sua interpretação, aplicando o conhecimento adquirido durante as aulas: “este problema é impossível de resolver porque os dados são insuficientes para poder responder à pergunta”.


2) A Gata Borralheira tem 3€ no bolso esquerdo e 7€ no bolso direito.
Que idade tem a Gata Borralheira?

Não posso responder à pergunta, porque o enunciado não tem dados suficientes.

Figura 31. Resposta do A4 a um problema impossível.

Relativamente ao problema com dados a mais, sete participantes ainda demonstraram dificuldades na seleção da informação relevante para responder à questão.

As pontuações obtidas encontram-se discriminadas no Quadro 19.

Se voltasse a apresentar esta ficha acrescentaria um problema com dados a mais, análogo aos que foram trabalhados em sala de aula, pois o problema deste tipo que selecionei para a ficha, embora apresente dados dispensáveis para responder à pergunta, não tem a mesma estrutura daqueles que foram trabalhados, o que pode ter sido um obstáculo para alguns alunos.

Com a aplicação desta ficha foi possível evidenciar uma melhoria dos alunos na resolução de problemas com dados a mais e a menos. Conseguiram, na sua maioria, realizar uma interpretação crítica aos enunciados, respondendo de forma correta.

Pontuação / Aluno	Q1 10	Q2 15	Q3a) 10	Q3b) 10	Q4a) 10	Q4b) 10	Q4c) 10	Q5 15	Q6 10	Total
A1	10	15	10	10	10	10	10	15	10	100
A2	10	15	10	10	10	10	10	15	10	100
A3	10	0	6	0	0	0	0	0	5	21
A4	10	15	10	10	10	10	10	15	10	100
A5	0	15	10	10	10	10	10	15	10	90
A6	10	15	3	0	10	0	10	15	10	73
A7	10	0	0	0	10	10	10	0	10	50
A8	10	15	10	10	10	10	10	15	5	95
A9	10	0	10	5	0	0	0	0	10	35
A10	10	15	5	0	10	0	10	15	10	75
A11	10	0	6	10	0	0	0	0	10	36
A12	7	15	3	0	0	0	0	15	10	50
A13	10	15	6	10	10	10	10	15	10	96
A14	10	15	0	0	10	10	10	15	3	73
A15	10	15	10	10	10	10	10	15	10	100
A16	10	15	10	10	10	10	10	15	10	100
A17	10	0	0	0	10	0	10	0	0	30

Legenda	
(azul)	Problema de um ou dois passos
(verde)	Problema com dados a menos
(verde claro)	Problema com dados a mais
(rosa)	Respondeu erradamente ao Problema Impossível
(magenta)	Respondeu erradamente ao Problema com dados a mais

Quadro 19 - *Pontuações da Ficha de Problemas.*

Resolução de problemas com dados a menos ou com dados a mais (28/01/2013)

Para esta última semana de investigação planifiquei uma sequência de tarefas que visavam a consolidação do trabalho desenvolvido.

Depois da distribuição dos crachás e antes da leitura dos problemas expliquei aos alunos que eles eram os dados (números dos crachás) dos problemas que iriam ser lidos.

Figura 32. Alunos com crachás.

Seguidamente li um problema:

“Quando foi ao supermercado, a Patrícia comprou: 8kg de bananas, 4kg de melão, 1 pacote de bolachas de chocolate e 15 pacotes de batatas fritas. Que quantidade de fruta comprou?” (GRUPO 1). No final da leitura, os alunos com os números 8, 4, 1 e 15 estavam com o braço levantado. Indiquei que formariam um grupo e iriam resolver aquele problema.

Esta mesma estratégia foi usada para formar os outros grupos. Neste instante, um aluno perguntou se o seu número só aparecia uma vez. Para que os alunos não tivessem motivos para dispersar respondi que poderiam aparecer mais que uma vez. Deste modo, todos teriam de ficar atentos até ao final das atribuições dos enunciados aos respetivos grupos.

Os restantes enunciados foram atribuídos aos seguintes grupos:

Grupo 2	“No centro comercial VianaShopping estavam, na loja de bijuteria, as 13 amigas da Joana e as 7 amigas da Andreia. Quantas pessoas estão no centro comercial?”
Grupo 3	“Num Centro Escolar existem 86 alunos e 10 professores. Todos os dias cada uma destas pessoas come três maçãs. Hoje estão a faltar 11 alunos. Quantas maçãs o fornecedor tem de deixar para a semana inteira?”
Grupo 4	“O Ricardo, que tem 12 anos, gosta muito de brincar com o irmão que tem menos 6 anos que ele. Numa manhã de segunda-feira, pelas 9 horas, os irmãos pegaram nas 5 bolas que tinham e foram brincar para a praia. Durante a brincadeira, uma forte onda arrastou para o alto mar 2 bolas dos irmãos. Quantas bolas tinham os irmãos?”
Grupo 5	“A mãe da Francisca comprou 20 metros de tecido a 14€ o metro. Quantos quilómetros percorreu a mãe da Francisca?”

Quadro 20 - *Enunciados de problemas com dados a menos e a mais: distribuição por grupos.*

No final das leituras certifiquei-me que todos os alunos estavam integrados num grupo. Solicitei que se agrupassem, sentando-se cada um numa mesa diferente. Depois pedi que em cima da mesa houvesse uma folha branca e um lápis.

Quando a calma retornou à sala comecei a explicar o propósito da tarefa:

> **Professora:** Com o máximo silêncio possível, cada grupo vai resolver o seu problema na folha branca. Sempre que tiverem alguma dúvida chamem por mim. Eu andarei a circular pela sala para vos auxiliar. (28/01/2013)

Além do objetivo referido acima, também circulei pela sala com a finalidade de registar alguns raciocínios dos grupos durante a resolução do problema, de modo a analisar o trabalho desenvolvido até ao momento da apresentação de resultados.

Registos do grupo 1: Por este grupo não passei nos primeiros minutos. Depois, quando cheguei perto dele, os alunos estavam a agrupar os dados, tendo em conta os critérios “fruta” e “não fruta”. Após a respetiva classificação, os alunos fácil e corretamente responderam à questão do problema. Este grupo rapidamente terminou a tarefa. Foi-lhes sugerido que acrescentassem alíneas ao seu problema.

Registos do grupo 2: Este grupo tinha em mãos um problema impossível. Quando passei junto dele reparei que os alunos tinham respondido ao problema, operando com os dados numéricos evidenciados. Era um grupo composto por dois elementos que se apressaram a olhar para os dados e responder automaticamente. Para os alertar disse-lhes "leiam bem o problema". Afastei-me e verifiquei que os alunos voltaram a ler, fazendo, no final, uma expressão de "espanto".

Voltando mais tarde, reparei que o grupo tinha já como resposta "é um problema impossível", mas não apagaram o cálculo realizado. Perguntei qual era o propósito da "conta" e concluí que os alunos estavam em conflito. Foi um grupo que não cooperou. Cada aluno quis prevalecer a sua resposta só para que esta fosse a apresentada, não se preocupando com a credibilidade ou ausência dela. Conversei com eles acerca daquele comportamento. Os alunos chegaram a acordo e responderam corretamente ao problema. Depois disso sugeri que acrescentassem informação ao problema de forma a torná-lo possível de resolver.

Registos do grupo 3: Por este grupo também não passei nos primeiros minutos. Quando cheguei junto dele reparei que os alunos tinham destacado todos os dados do problema e estavam a passar à sua resolução. Notei que era um grupo muito empenhado, onde todos os alunos contribuíram para a realização da tarefa.

Quando terminaram chamaram por mim. Ao observar o resultado reparei que utilizaram um dado que era dispensável para responder ao problema. Decidi alertar o grupo dizendo "leiam bem o problema". Mais tarde, quando voltei, os alunos apressaram-se logo em dizer "nós utilizamos os 5 alunos que faltaram, mas isso não importa para resolver o problema. Agora estamos a fazer de novo". Desejei continuação de um bom trabalho.

Registos do grupo 4: Este grupo sempre conversou muito entre si, nomeadamente debatendo ideias acerca da resolução do problema. Depois de pronunciar todos os dados do problema voltaram a ler a pergunta. Um aluno disse "atenção! Diz "tinha"". E logo disseram em coro "a resposta é 5 bolas". O aluno que ia começar a escrever a resposta disse "temos de fazer a conta!". Nesse instante, logo os restantes responderam "não é preciso! Essa informação está aqui escrita no enunciado!"

Este grupo rapidamente terminou a resolução do problema. Por isso, também sugeri que acrescentassem alíneas ao problema.

Registos do grupo 5: Quando passei pela primeira vez neste grupo reparei que os dois elementos ainda estavam a ler o seu enunciado, demostrando dificuldade na sua interpretação pelo facto de o ler várias vezes seguidas. Tratava-se de um problema impossível de resolver.

Quando voltei a passar pelo grupo reparei que os alunos responderam ao problema, operando com os dados apresentados. Tal como alertei a alguns grupos, sugeri que voltassem a ler o problema com atenção. Mais tarde reparei que os alunos já estavam a dar a resposta correta ao problema. Quando terminaram sugeri que acrescentassem informação de modo a poderem responder ao problema.

Figura 33. Grupo 2 a resolver problemas com dados a mais.

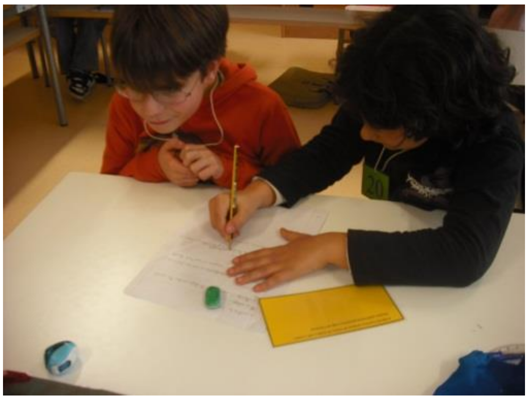


Figura 34. Grupo 5 a resolver problemas com dados a mais.

Quando detetei que todos os grupos tinham terminado a resolução do seu problema anunciei à turma que as apresentações iam começar.

Grupo	Resposta e justificação	Apreciação
Grupo 4	"Nós demos logo a resposta; quando lemos o problema, vimos que a pergunta era "quantas bolas tinham os irmãos", então fomos ver outra vez quantas bolas eles tinham levado para a praia e vimos que tinham levado 5 bolas".	Aqui está o exemplo de uma interpretação crítica do enunciado que, consequentemente, culminou numa resposta correta ao problema.
Grupo 2	"Pensamos que era um problema impossível, porque os dados não são suficientes para responder à pergunta." Como tinha conhecimento do trabalho inicial dos alunos perguntei-lhes qual foi a primeira interpretação que fizeram. Os alunos responderam: "Pensamos que o centro comercial tinha 20 pessoas, mas essas 20 pessoas apenas estavam numa loja e o centro comercial tem mais e nós não sabemos quantas pessoas estão nas outras lojas; nós não olhamos bem para a pergunta, pensamos que ela perguntava quantas pessoas estão na loja de bijuteria".	Estes alunos, inicialmente, fizeram uma interpretação acrítica do enunciado. Não relacionaram os dados com a pergunta, o que lhes fez responder erradamente ao problema. Os alunos estão tão "automatizados" a resolver problemas operando com os dados que quase que abdicam de ler a pergunta para saber o que têm de responder. Depois do alerta foram capazes de interpretar o enunciado criticamente, apresentando a resposta correta: "impossível de resolver".
Grupo 5	"É um problema impossível de responder porque tem dados a menos". Como sabia que, inicialmente, o grupo tinha dado uma resposta diferente fizemos, em conjunto, uma interpretação do enunciado. Destacamos e relacionamos os dados e a pergunta, percebendo a falta de coerência do problema e justificando	Mais uma vez, a interpretação acrítica começou por prevalecer nesta resolução. Contudo, com uma interpretação mais atenta e envolvida, foi possível responder criticamente ao problema, dando a devida explicação.

	com a devida afirmação.	
Grupo 3	"Fizemos 86+10=96. Depois fomos aos 96 e multiplicamos por 3, porque cada pessoa comia 3 maçãs por dia. Deu 288. Depois fomos aos 288 e multiplicamos por 5, porque são 5 dias na semana na escola. Deu 1440 maçãs." Como sabia que, inicialmente, o grupo utilizou um dado irrelevante questionei-lhes sobre isso. Rapidamente justificaram dizendo "o fornecedor não sabe quantas pessoas vão faltar. Este problema tem dados a mais".	Neste caso é possível constatar uma evolução na interpretação dos alunos. Começaram por manipular todos os dados, mas depois conseguiram ser críticos na sua seleção, apresentando uma resposta correta para o problema.
Grupo 1	"Nós somamos os 8kg de bananas e 4kg de melão. Não somamos os outros porque as batatas e as bolachas não são fruta."	Este grupo demonstrou ter interpretado criticamente o enunciado, onde procurou selecionar apenas a informação relevante.

Quadro 21 - *Respostas e justificações a problemas resolvidos em grupo.*

Penso que no problema do Grupo 1 em vez de ter escrito "pacote(s)" devia ter escolhido "1kg de bolachas e 15kg de batatas fritas", um exagero, claro. Mas, neste caso, os alunos certamente teriam maior atenção ao pormenor "fruta", pois agora todos os produtos eram comprados ao quilograma. Mesmo sabendo que os alunos classificaram pelos critérios "fruta" e "não fruta", penso que estando todos os produtos quantificados em "quilogramas" exigiria outro nível de pensamento.

As evidências deste trabalho encontram-se no Anexo H.

Formulação de problemas com dados a menos ou com dados a mais (29/01/2013)

Antes de iniciar o planificado comecei por colar todos os crachás, utilizados na tarefa anterior, no quadro.

Seguidamente expliquei à turma o propósito da nova tarefa, que consistia em organizar a turma por grupos e, cada um, teria de formular um problema, utilizando como dados apenas os que se encontravam afixados no quadro. Neste instante, um aluno questionou:

A1: Temos de usar todos esses dados?
Professora: Todos não! Escolham alguns destes!
A1: E se quisermos podemos utilizar todos?
Professora: Se o fizerem terão um grande enunciado! (29/01/2013)

Contudo, neste momento, considerei bastante pertinente apresentar um reparo que ainda não tinha sido abordado: problemas impossíveis, mas com muitos dados. Por isso, conversei com os alunos exemplificando que poderíamos usar muitos daqueles dados para apresentar um enunciado. Por exemplo, "A Joana, que tem 7 anos, acorda todos os dias as 10horas. Ela tem 5 irmãos e cada um tem 1 cão. Meninos e cães gostam de dar o seu passeio matinal às 11 horas. Que classificação teve a Joana no teste de Matemática?"

Estamos perante um exemplo que apresenta vários dados, mas nenhum deles serve para responder à pergunta do problema. Logo é um problema impossível. Considerei importante abordar este pormenor para que os alunos se desprendessem dos exemplos que até aí foram abordados. Normalmente, estes problemas apresentavam dois dados e uma pergunta. Deste modo, os alunos puderam concluir que mesmo que um problema apresente muita informação, a mesma poderá não ser suficiente para lhe dar uma resposta válida.

Esclarecidos os pormenores comecei a formar os grupos. Cada um foi composto por três elementos e, contrariamente ao que tinha planeado, formaram-se cinco grupos em vez de seis (devido à falta de um aluno). Depois atribuí um número a cada grupo (G1, G2, G3, G4, G5) e, alternadamente, indiquei a tarefa de formulação de problema com dados a mais ou problemas com dados a menos aos respetivos grupos.

Empenhadamente, os alunos iniciaram o seu trabalho. Durante o mesmo circulei sempre pelos grupos, para ajudar em possíveis dificuldades. Tenho a referir que não foi necessário auxiliar nenhum grupo, o que me deixou agradada ao observar o trabalho cooperativo e autónomo de cada um.

Figura 35. Grupo a consultar os crachás.

Para variar o método de apresentação das tarefas realizadas pelos alunos decidi, momentaneamente, introduzir uma fonte de motivação para este momento: cada grupo teria de apresentar a sua proposta de problema e o grupo que saísse "sorteado" teria de responder ao problema. Os autores do problema seriam os "professores", corrigindo ou felicitando o outro grupo pela resposta apresentada. Além disso, por cada resposta certa, o grupo seria compensado com um ponto. A competição traz uma tónica saudável ao trabalho cooperativo a desenvolver.

Informei que depois de cada apresentação de um grupo, todos teriam 2 minutos para resolver o problema apresentado. Em seguida seria sorteado o grupo para apresentar a resposta. Esta estratégia de sorteio "manipulado" deu a oportunidade para todos os grupos responderem e, além disso, envolveu todos os grupos em todos os momentos – formulação, apresentação e resolução - pois poderiam ser selecionados para responder a qualquer momento e tinham de apresentar a resposta correta. Assim, após uma resposta dada, o grupo já não se dispersava. Pelo contrário empenhava-se na realização de todas as tarefas. Quando expliquei à turma que o grupo chamado a responder seria o grupo a apresentar de seguida, um aluno questionou "e se formos chamados duas vezes a responder? Só temos uma proposta para apresentar de seguida". Perante esta questão, muito pertinente, retorqui que, nesse caso, o grupo teria a oportunidade de selecionar um outro grupo que ainda não tivesse apresentado a sua proposta. A ordem da apresentação e resolução está no Anexo I. Contudo apresento no Quadro 22 os problemas formulados pelo Grupo 2 e Grupo 3, por os considerar mais criativos.

Grupo que apresenta	Comentário relativo à formulação	Grupo que responde	Comentário relativo à interpretação
Grupo 2: "A Bony acordou às 8 horas da manhã para ir acordar os seus 6 irmãos. Foi tomar o pequeno-almoço e cada um dos 7 irmãos comeu 86 cereais. Demoraram cerca de 20 minutos e 14 segundos a tomarem o pequeno-almoço. Foram buscar as suas 15 bolas e, de imediato, foram ter com o seu tio, treinador de vela. Entraram para o barco de apoio e começaram a atirar bolas para a água, para os barcos à vela apanharem. Ao todo quantos cereais comeram os 7 irmãos?"	Este é, sem dúvida, um dos problemas mais criativos encontrados na turma. A diversidade de ideias e contextos associados entre si faz levar a crer que se trata de um problema deveras complexo. Contudo, interpretado criticamente, é possível identificar apenas a informação relevante para a pergunta. De facto a originalidade está empregue nesta formulação.	Grupo 4: "Ao todo os 7 irmãos comeram 602 cerais. Nós multiplicamos os 7 irmãos pelos 86 cereais que cada um comeu."	O G4, bem como os restantes grupos, interpretaram criticamente o enunciado do problema, apresentando a resposta correta ao mesmo.
Grupo 3: "O Ricardo tinha 13 bolas de futebol, 15 moedas e 20 bolas de ping-pong. Certo dia, ele foi brincar com o Flávio e o Gonçalo ao ping-pong e o Ricardo ganhou. O Flávio e o Gonçalo perderam 8 bolas de ping-pong. Com quantas bolas	Pela forma como o problema foi formulado dá a entender que se trata de um problema com dados a mais. É, de facto, um problema dotado de criatividade, pelas várias ideias que se encontram associadas entre si.	Circulando junto dos grupos, reparei que o G2, G4 e G5 não estavam a responder corretamente à pergunta. Já o G1 tinha a sua resposta correta. Com isto, decidi "brincar" com o sorteio e retirar, propositadamente, o cartão G4. Grupo 4: "Fomos às 20 bolas de ping-pong e tiramos as 8 bolas que eles perderam e deu-nos 12". Como a resposta estava errada, sorteei	As respostas dos grupos 2, 4 e 5 mostram a aplicação de uma interpretação acrítica do enunciado do problema. O G1, além dos autores do problema,

ficaram o Flávio e o Gonçalo?”		outro grupo. Grupo 2: “Nós respondemos igual ao grupo 4, pois às 20 bolas tiramos 8 e deu 12”. Grupo 5: “Nós fomos às 13 bolas e tiramos 8. O Flávio e o Gonçalo ficaram com 5 bolas.” Apresentadas as respostas erradas destes grupos sorteei, por fim, o G1. Grupo 1: “Este problema é impossível de resolver porque os dados são insuficientes para responder à pergunta”.	foi o único que realizou uma interpretação crítica ao problema, apresentando a resposta correta.

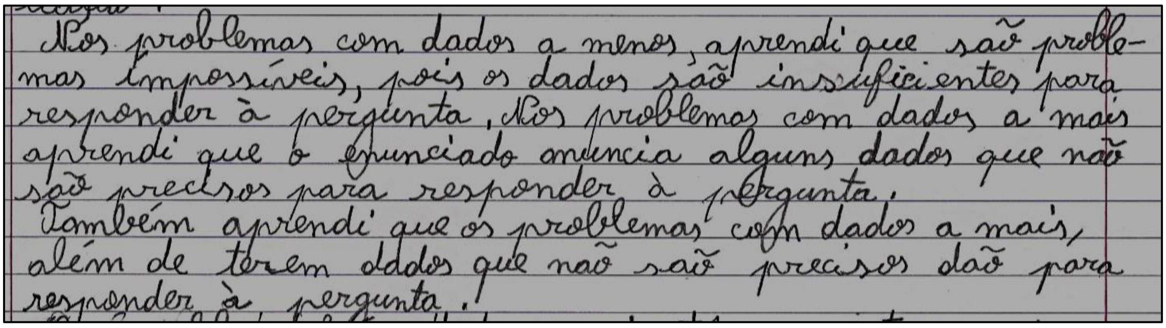
Quadro 22 - *Apresentações e respostas das formulações de problemas.*

Para não abandonar as interpretações erradas proferidas pelos grupos 2, 4 e 5 decidi intervir:

Professora: Quem tinha as 20 bolas de ping-pong?
Alunos: O Ricardo.
Professora: O que pede a pergunta?
Alunos: Com quantas bolas ficaram o Gonçalo e o Flávio?
Professora: As 20 bolas eram do Ricardo ou do Flávio e Gonçalo?
Alunos: Ahhhhh! Eram do Ricardo.
Professora: Já agora, quem foi que perdeu as 8 bolas de ping-pong?
Alunos: Foram o Flávio e Gonçalo.
Professora: E os dados do problema dizem quantas bolas estes dois meninos tinham no início?
Alunos: Não!
Professora: Parabéns ao G1. Os grupos 2, 4 e 5 perderam uma oportunidade para se colocarem na frente na pontuação. Assim, o G1 arrecadou também um ponto. Houve empate, pois todos responderam corretamente a um problema. (29/01/2013)

Após a conclusão desta tarefa tenho a referir que fiquei bastante surpreendida com as propostas apresentadas. Os grupos a quem foi destinada a formulação de um problema com dados a menos foram bastante criativos. Utilizaram muitos dados e depois elaboraram uma pergunta impossível de ser respondida com os dados que apresentavam. Os alunos puseram em prática o reparo elaborado no início da aula e este aspeto demonstrou que os participantes evoluíram nas suas capacidades e aprendizagens. Também os alunos a quem foi proposta a formulação de problemas com dados a mais conseguiram empregar a criatividade, associando várias ideias e, no final, apresentaram uma pergunta que destinava a parte delas. Por fim, todos os grupos realizaram interpretações críticas aos vários enunciados apresentados, com a exceção do último problema. Foi, na minha opinião, uma aula produtiva e motivadora.

Já no final da aula considerei pertinente que os alunos redigissem, em casa, um pequeno texto onde expressassem a sua opinião relativamente à importância da concretização destas tarefas de problemas com dados a menos e com dados a mais. Solicitei que escrevessem se gostaram, se acharam importante, justificando sempre as respostas. Tomei esta iniciativa porque, no dia seguinte, iria passar o Questionário final, que incluía uma questão desta natureza. Com esta proposta de trabalho de casa, os alunos começaram a pensar sobre o assunto, o que permitiria apresentar uma resposta mais consciente no questionário que viriam a responder. Aqui ficam registadas excertos das opiniões dos alunos 8 e 15, respetivamente:


Nos problemas com dados a menos, aprendi que são problemas impossíveis, pois os dados são insuficientes para responder à pergunta. Nos problemas com dados a mais aprendi que o enunciado anuncia alguns dados que não são precisos para responder à pergunta.
Também aprendi que os problemas com dados a mais, além de terem dados que não são precisos dão para responder à pergunta.

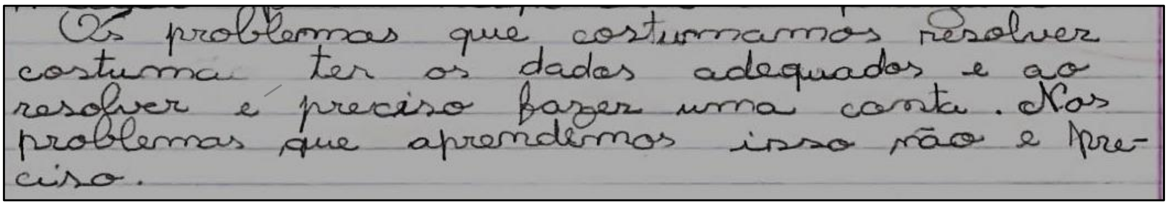

Os problemas que costumamos resolver costuma ter os dados adequados e ao resolver é preciso fazer uma conta. Nos problemas que aprendemos isso não é preciso.

Figura 36. Excertos de opiniões sobre o trabalho desenvolvido.

Questionário Final (30/01/2013)

Para recolher informação sobre os efeitos da minha intervenção nesta área de resolução de problemas decidi voltar a passar o Questionário inicial, de forma a verificar a evolução, retrocesso ou manutenção das conceções dos alunos. Como já mencionei na metodologia, este Questionário acresce duas perguntas (Anexo C). Estas permitiram recolher opiniões dos alunos relacionadas com o trabalho sobre a resolução de problemas que foi desenvolvido. Na tabela que se segue comparam-se as respostas dadas por cada aluno às mesmas perguntas: as da coluna da esquerda referem-se às respostas do questionário inicial e as da coluna da direita às respostas do questionário final.

Da análise realizada aos Questionários resultou a síntese que apresento no Quadro 23.

Aluno	Q1		Q2		Q3		Q4		Q5		Q6
A1	S	S	S	N	S	N	N	S	S	S	S
A2	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A3	S	S	S	N	S	N	S	S	S	S	S
A4	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A5	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A6	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A7	N	S	S	N	S	S	N	S	S	S	S
A8	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A9	S	S	S	N	S	N	S	S	S	S	S
A10	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A11	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A12	S	S	S	N	S	N	S	S	S	S	S
A13	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A14	S	S	S	N	S	N	N	S	N	S	S
A15	S	S	S	N	S	N	S	S	N	S	S
A16	S	S	N	N	S	N	S	S	N	S	S
A17	S	S	S	N	S	N	S	S	S	S	S
Totais	16S 1N	17S 0N	16S 1N	0S 17N	17S 0N	1S 16N	14S 3N	17S 0N	6S 11N	17S 0N	17S 0N

Quadro 23 - *Comparação de respostas entre o questionário inicial e o final.*

Q1) Todos os alunos afirmaram gostar de resolver problemas, tendo 16 deles mantido a sua opinião, exceto o aluno que inicialmente afirmou não gostar. Agora, o A7 justifica o seu gosto dizendo:

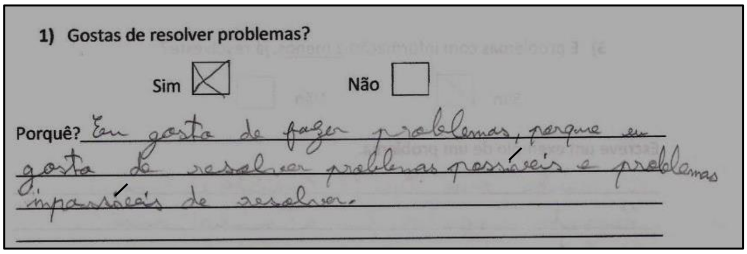

1) Gostas de resolver problemas?
Sim [X] Não [ ]
Porquê? Eu gosto de fazer problemas, porque eu gosto de resolver problemas possíveis e problemas impossíveis de resolver.

Figura 37. Resposta do A7 à primeira pergunta do questionário final.

Q2) Muito contrariamente ao que se pode verificar no primeiro questionário, onde apenas um aluno referiu que os problemas matemáticos nem sempre dão para resolver, agora é possível constatar que todos os alunos partilham desta opinião. Todos foram capazes de justificar o seu "não". Apresentam-se, de seguida, as justificações dos alunos 1 e 4, respetivamente.

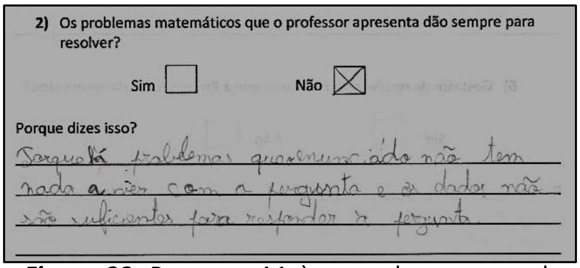

2) Os problemas matemáticos que o professor apresenta dão sempre para resolver?
Sim [ ] Não [X]
Porque dizes isso?
Porque há problemas que nunca dão não tem nada a ver com a pergunta e os dados não são suficientes para responder à pergunta.

Figura 38. Resposta A1 à segunda pergunta do questionário final.

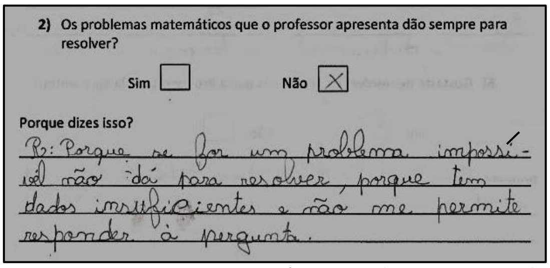
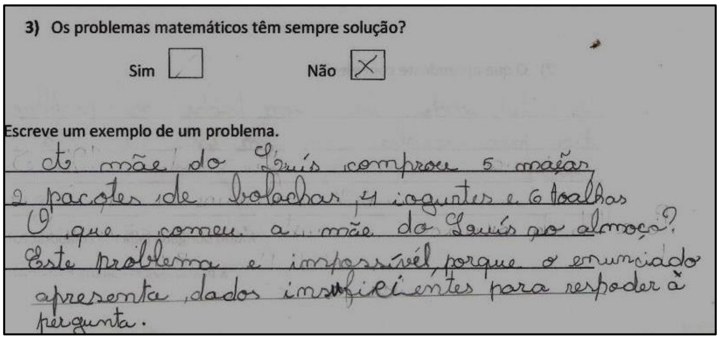

2) Os problemas matemáticos que o professor apresenta dão sempre para resolver?
Sim [ ] Não [X]
Porque dizes isso?
R: Porque se for um problema impossível não dá para resolver, porque tem dados insuficientes e não me permite responder à pergunta.

Figura 39. Resposta A4 à segunda pergunta do questionário final.

Q3) No questionário inicial, todos os participantes afirmaram que os problemas matemáticos têm sempre solução. Agora apenas um mantém essa opinião, escrevendo como exemplo um enunciado de um problema possível de resolver. Dos 16 participantes que responderam "não", um deles formulou um problema caraterizado por ter "dados a mais", possível de resolver. Possivelmente, a distração poderá ser a causa desta situação, visto que, pelo trabalho que desenvolveu nas aulas, nada faria prever esta situação. Os restantes participantes formularam um enunciado de um problema impossível, acompanhado pela devida resposta. Segue-se um problema formulado pelo A4 que justifica a sua resposta.


3) Os problemas matemáticos têm sempre solução?

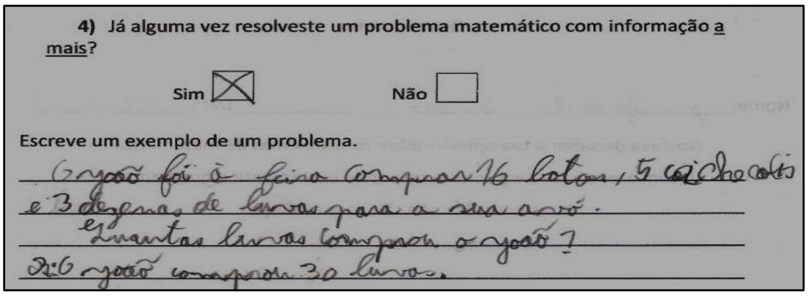
Sim ☐ Não ☒

Escreve um exemplo de um problema.

A mãe do Luís comprou 5 maçãs
2 pacotes de bolachas, 4 iogurtes e 6 toalhas
O que comeu a mãe do Luís ao almoço?
Este problema é impossível porque o enunciado
apresenta dados insuficientes para responder à
pergunta.

Figura 40. Resposta do A4 à terceira pergunta do questionário final.

Q4) Em comparação com as primeiras respostas é possível constatar que 14 participantes mantiveram a sua resposta e 3 participantes alteraram, o que dá um total de 17 participantes que afirmam já ter resolvido um problema com informação a mais. Contudo, das 17 propostas de problemas com dados a mais, dois alunos apresentaram uma, que para responder à pergunta formulada, era precisa a manipulação de todos os dados apresentados. Os restantes alunos apresentaram enunciados com dados irrelevantes para responder à questão. Por exemplo o problema formulado pelo A10.


4) Já alguma vez resolveste um problema matemático com informação a mais?

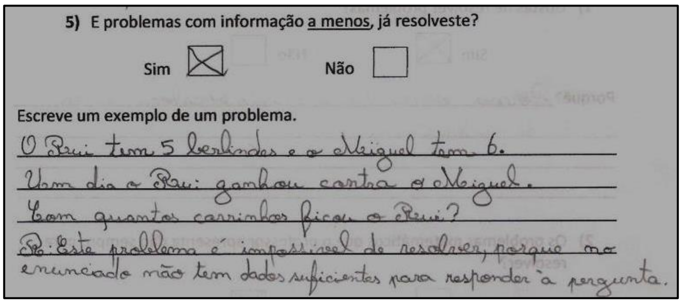
Sim ☒ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

O João foi à feira comprar 16 bolos, 5 chocolates
e 3 dezenas de livros para a sua avó.
Quantos livros comprou o João?
R: O João comprou 30 livros.

Figura 41. Resposta do A10 à quarta pergunta do questionário final.

Q5) Todos os participantes afirmaram já ter resolvido problemas com dados a menos, exemplificando com a formulação de enunciados caraterísticos dessa afirmação. Por exemplo o A5 apresenta a seguinte formulação:


5) E problemas com informação a menos, já resolveste?

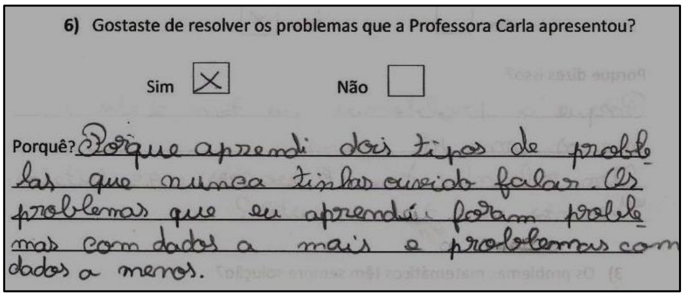
Sim ☒ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

O Rui tem 5 berlindes e o Miguel tem 6.
Um dia o Rui ganhou contra o Miguel.
Com quantos carrinhos ficou o Rui?
R: Este problema é impossível de resolver, porque no enunciado não tem dados suficientes para responder à pergunta.

Figura 42. Resposta do A5 à quinta pergunta do questionário final.

Q6) Todos os alunos afirmaram ter gostado de resolver os problemas que por mim foram apresentados. As suas justificações foram bastante idênticas. O A14, por exemplo, afirmou:


6) Gostaste de resolver os problemas que a Professora Carla apresentou?

Sim ☒ Não ☐

Porquê? Porque aprendi dois tipos de proble
las que nunca tinha ouvido falar. Os
problemas que eu aprendi foram proble
mas com dados a mais e problemas com
dados a menos.

Figura 43. Resposta do A14 à sexta pergunta do questionário final.

Q7) As respostas apresentadas a esta pergunta também foram unânimes. "Aprendi que nem todos os problemas dão para resolver ou têm que ter uma conta" (A4). "Os problemas com informação a menos só podem ser resolvidos se acrescentarmos mais informação" (A8). "Nos problemas com dados a mais podemos fazer alíneas" (A9). "Devemos ter muita atenção aos problemas que nos aparecem." (A13)

Em síntese, através da análise às respostas do questionário, pode-se concluir que, de facto, a ação concretizada neste curto de espaço de tempo, no âmbito da resolução de problemas, alargou algumas conceções dos alunos acerca deste tema. Além de apresentarem opiniões mais abrangentes em relação aos problemas, os alunos foram capazes de responder criticamente a estas perguntas, ilustrando-as com exemplos criativos.

Conversas informais (31/01/2013)

Para finalizar a recolha de dados decidi conversar com os habituais quatro alunos, com o intuito de perceber o impacto que este trabalho teve nas suas aprendizagens e se lhes permitiu alargar as suas conceções relacionadas com a resolução de problemas, complementando, assim, as respostas que apresentaram no Questionário Final.

Aluno	Principais aprendizagens
A1	"Aprendi que… que há problemas que não dão para resolver e há outros que não é necessário fazer umas contas"; "se me apresentassem um problema destes eu escrevia lá umas coisas e depois podia chumbar, se fosse num teste".
A5	"Tenho de ter muita atenção ao ler problemas, porque pode ter ratoeiras, como ter dados a menos para responder à pergunta; nem todos os problemas que o professor dá dão para resolver, por exemplo os que têm dados a menos não podem ser resolvidos, pois tem informação que não dá para responder à pergunta".
A8	"Aprendi que os problemas com dados a mais, além de terem muitos dados, dão para resolver, só que alguns dados não são precisos. E... Aprendi também que os problemas com dados… os problemas impossíveis, com dados a menos, não dão para resolver, só se acrescentamos uma informação porque, caso contrário, têm sempre dados a menos para responder à pergunta; eu não conhecia estes problemas… A primeira vez que aprendemos estes eu caí na armadilha. Aprendi mais coisas e gostei de fazê-los; devemos ler o problema com atenção e ver o que está a pedir a pergunta e ver se há dados suficientes para responder".
A15	"Aprendi que existem problemas que são impossíveis de resolver e que há problemas que não se usam todos os dados que apresenta; gostei de os resolver porque assim comecei a dar mais atenção aos problemas, porque nem todos são possíveis de resolver".

Quadro 24 - *Conversas informais sobre a importância do trabalho desenvolvido.*

Analisando todo o trabalho desenvolvido e culminando com estas conversas foi possível perceber que as tarefas planificadas para este estudo surtiram alguns efeitos, alterando as conceções dos alunos relacionadas com a resolução de problemas. Penso que foi possível alargar a conceção de que os problemas matemáticos dão sempre para resolver e têm sempre solução.

Este trabalho, além de alterar as conceções inicialmente evidenciadas também permitiu que os alunos contactassem com diferentes problemas, dando asas à criatividade e desenvolvendo o espírito crítico na interpretação, resolução e (re)formulação de problemas.

Conclusões

Este estudo teve como principais objetivos contribuir para a alteração das conceções e das práticas dos alunos do 3º ano de escolaridade sobre o modo de interpretar e resolver problemas "não estruturados" - com informação a mais e a menos – bem como desenvolver a sua capacidade em (re)formular esses problemas. Partindo desta orientação, defini três questões que me conduziram na investigação em causa:

1) Como é que os alunos interpretam os enunciados dos problemas? Como evoluem nessa interpretação?

2) Como resolvem problemas com dados a menos? E com dados a mais?

3) Que aspetos da criatividade é possível detetar nos problemas (re)formulados pelos alunos?

Toda a ação foi planificada com a finalidade de melhorar as aprendizagens dos alunos na resolução de problemas. Para promover mudanças nas conceções dos alunos resolvi mudar o ambiente de sala de aula, no âmbito da matemática, de forma a levá-los a refletir sobre as suas conceções. As sequências de tarefas propostas permitiram averiguar e recolher evidências dessa evolução positiva no decorrer do trabalho.

Relativamente à *primeira questão* de investigação foi possível verificar que os alunos, perante as primeiras propostas apresentadas, começaram por interpretar acriticamente os enunciados dos problemas. À exceção de um aluno, todos responderam aos primeiros problemas com dados a menos, operando com os dados apresentados, tal como constatou Costa (1990). Nestas interpretações, os alunos não se preocuparam com a lógica da situação que lhes foi apresentada, ignorando a incoerência entre os dados, a pergunta e a resposta que apresentaram. Dos diálogos estabelecidos e pela análise ao questionário inicial conseguiu-se destacar algumas conceções que os alunos apresentavam face à matemática, que foram ao encontro das conceções mencionadas por alguns autores. Tal como Inoue (2005), também constatei que os alunos ignoravam os seus conhecimentos quotidianos durante a resolução de problemas, optando por aplicar automaticamente "cálculos formais" para a resolução, por entenderem que era essa a atitude esperada pelo professor. Além disso, os alunos acreditavam que os problemas propostos pelo professor são sempre para resolver e, para isso, são necessárias «umas contas» com os dados que aparecem no enunciado, concordando com o apresentado por Stancanelli (2001).

A mesma interpretação foi realizada durante as primeiras propostas de resolução de problemas com dados a mais. A larga maioria, com a exceção de dois alunos, utilizou todos os dados evidenciados no enunciado para atribuir uma resposta ao problema, demonstrando a conceção que Stancanelli (2001) referiu: todos os dados do enunciado devem ser manipulados para encontrar a solução do problema.

Todo o trabalho realizado à volta de problemas "não estruturados" possibilitou que a maioria dos alunos começasse a realizar interpretações críticas dos enunciados propostos. Relativamente aos problemas com dados a menos, a grande maioria mostrou evolução nas suas interpretações, justificando a impossibilidade de responder ao problema. Quatro alunos demonstraram, nas últimas propostas de resolução destes problemas, mais dificuldades em interpretar criticamente os enunciados, continuando a operar com os dados apresentados. Nos problemas com dados a mais também foi notória a evolução dos alunos durante a seleção de dados relevantes para responder à pergunta. Começaram a desprender-se da conceção de que é preciso fazer uma conta (Diniz, 2001a), não importando muitas vezes qual, e passaram a ler com mais atenção a pergunta do problema, de modo a responder apenas ao que era solicitado. Assim, neste escasso intervalo de tempo de intervenção, foi possível constatar que os alunos evoluíram, gradual e positivamente, de interpretações acríticas dos enunciados para interpretações críticas, apresentando respostas corretas aos problemas.

No que concerne à *segunda questão* de investigação, relacionada com o modo como os alunos resolvem os problemas não estruturados, foi também notória a evolução nas suas atuações. Nos problemas com dados a menos a grande maioria começou por responder, incorretamente, aos problemas. Sempre procuraram adequar uma estratégia e aplicá-la aos dados apresentados para, assim, encontrar uma solução. A exceção aplica-se a dois alunos que não responderam a um problema: num caso o aluno sabia que não havia resposta possível e, por isso, não respondeu; enquanto o outro justifica que não sabia que operação aplicar. Com o decorrer da ação, os alunos começaram a responder corretamente a este tipo de problemas, justificando a impossibilidade em não poder dar uma resposta. O mesmo aconteceu com os problemas de dados a mais. Inicialmente, todos os alunos responderam aos problemas utilizando todos os dados, excetuando dois alunos que interpretaram corretamente o enunciado, selecionando apenas a informação relevante. Com o desenvolver do trabalho, os alunos começaram a selecionar apenas os dados relevantes dos problemas, respondendo corretamente aos mesmos. Aqui foi possível constatar o alargamento, de forma gradual, da conceção referida por Fonseca (2004), onde os alunos encaram a resolução de um problema como a obtenção de uma resposta numérica conseguida com a aplicação de uma operação aritmética.

Esta mudança dos alunos perante os problemas propostos foi potenciada pelo desafio sistemático de resolução, partilha, debate e reflexão que se promoveu em sala de aula. Por sua vez, a (re)formulação de problemas ajudou ao desenvolvimento da sua criatividade.

Deste modo, e respondendo à *terceira questão* de investigação, foi possível evidenciar aspetos da criatividade nas (re)formulações de problemas propostos pelos alunos. A dimensão "fluência", citada por Vale e colaboradores (2012), é visível nas reformulações da maioria dos alunos. Os alunos mostraram a capacidade de fluência ao reformularem um mesmo problema com dados a menos de várias formas, apresentando, consequentemente, várias soluções para o mesmo problema de forma espontânea (Leikin, 2009). Do mesmo modo reformularam os problemas com dados a mais, através da formulação de alíneas distintas para o mesmo problema. Outro aspeto da criatividade detetado nas (re)formulações dos alunos foi a flexibilidade (Vale e colaboradores, 2012). Os alunos, entre as suas propostas, procuraram apresentar ideias diferentes. Para o mesmo problema, souberam aplicar situações que exigiram, por exemplo, aplicação de estratégias de resolução diferentes. Não apresentavam sempre propostas que pudessem ser resolvidas segundo a mesma operação aritmética ou com os mesmos dados. Foram notórias as diferentes manipulações de dados que os alunos promoveram com as suas reformulações. A originalidade, componente também referida como aspeto da criatividade pelos autores anteriormente mencionados, é detetável nas aulas de matemática durante a análise das (re)formulações dos alunos, pelas várias soluções ou métodos que os estudantes fizeram perante um problema, voltando a descobrir outras soluções. Assim, a par da fluência e da flexibilidade, a originalidade também foi um aspeto detetado no trabalho dos alunos. A larga maioria conseguiu reformular o mesmo problema de várias formas, de modo a obter soluções diferentes, processo que contribuiu para o despertar e/ou desenvolver da sua criatividade.

Mesmo aquando da solicitação da formulação de problemas, os alunos mostraram-se criativos ao acrescentar, seguidamente, outros dados aos problemas impossíveis que tinham formulado, bem como alíneas aos problemas com dados a mais.

Embora tenha concluído que a maioria dos alunos conseguiu alargar as suas conceções face à matemática e aos problemas, estou consciente de que precisaria de mais tempo de ação até que esta prática ficasse bem implementada em todos os alunos, pois as conceções são pré-conceitos construídos por eles próprios e encontram-se bem enraizados. Só com um trabalho sistemático, durante um longo período de tempo, conseguiria obter resultados mais significativos e consolidados. Com estes alunos este foi apenas o primeiro passo.

Considerações Finais

De facto, a escassez de tempo para a ação foi a maior limitação que senti na aplicação deste estudo, pelo que sugiro que outros investigadores lhe possam dar continuidade, preparando intervenções mais longas, de modo a verificar a permanência da alteração das conceções. Além disso, poderão ser também desenvolvidos estudos de caso sobre esta temática, de modo a perceber o "como e o porquê" (Vale, 2004) de determinado aluno pensar sobre determinado modo durante a interpretação do problema, percebendo o que está na base de tais afirmações.

Outra limitação sentida na aplicação deste estudo consistiu na carência de bibliografia atual relativamente à temática de problemas "não estruturados". Constata-se que, em Portugal, existem poucas referências acerca de investigações sobre este tema, pelo que me baseei em aspetos suscitados por Costa (1990), verificando que esta problemática está patente nas nossas escolas desde há vários anos e, certamente, pouco investimento literário tem ocorrido, capaz de a ultrapassar.

Não basta dizer aos alunos que nem todos os problemas podem ser resolvidos. É preciso que eles contactem com esse tipo de problemas e que cheguem a essa conclusão autónoma e compreensivamente.

É essencial que os alunos alarguem as suas estritas conceções nos bancos de escola, evitando que, neste lugar, se eduquem alunos "alheios" à realidade. O aluno tem de pensar, tem de ser crítico no seu trabalho. Basta de processos mecanizadores! O aluno deve contactar com diferentes tarefas que lhe faça formar conceções realistas e alargadas. Na minha opinião, tão importante como ensinar o aluno a empregar a melhor estratégia para resolver o problema é levá-lo a ser crítico na sua interpretação. Assim, se o aluno for bom resolvedor de problemas terá maior predisposição para a formulação de problemas criativos e, segundo Lavy e Bershadsky (2002), tornar-se-á numa pessoa mais empreendedora, criativa e ativa.

Este estudo foi também para mim um processo de aprendizagem. Passei a dar mais importância ao ato de refletir sobre o ambiente da sala de aula e sobre a minha prática, tentando adaptá-la sempre da melhor maneira conforme os problemas suscitados em contexto. Além disso consegui perceber de que modo poderia trabalhar sobre um assunto integrado nos objetivos planificados para este ano de escolaridade – resolução de problemas - segundo diferentes estratégias.

Senti-me especialmente motivada para este tema que se encontra no novo programa de matemática (ME, 2007) e que, em muitos contextos, não se lhe é dado o devido valor. Foi enriquecedor trabalhar com algo concreto, algo diferente das temáticas habituais. Verificar ao longo do trabalho a melhoria das ações dos alunos foi uma grande satisfação, o que faz crer que a modificação da minha prática teve efeito nas suas aprendizagens.

Pela experiência vivida apelo aos (futuros) professores que promovam este tipo de atividades nas suas práticas, levando ao contexto a necessidade de alargar as conceções dos alunos face à matemática e aos problemas.

Em síntese tenho a referir que gostava que este trabalho não fosse esquecido no contexto escolar. Seria uma enorme satisfação, um dia mais tarde, verificar numa ficha de avaliação no âmbito da Matemática aplicada a estes alunos do 3º ano, a proposta de problemas "não estruturados", bem como a formulação deste tipo de problemas. Seria agradável confirmar a capacidade dos alunos em apresentar uma interpretação crítica, culminando numa resposta correta ao problema e também a aplicação de aspetos criativos no seu trabalho. Assim se consegue dar a devida função ao nosso cérebro: pensar, como disseram os alunos, e não mecanizar.

CAPÍTULO IV - REFLEXÃO GLOBAL NO ÂMBITO DA PES I E PES II

Este capítulo, dedicado à reflexão de ambas as práticas de ensino supervisionadas, realizadas em contexto Pré-Escolar e 1º Ciclo, respetivamente, apresenta os principais pontos fortes e fracos com que me deparei no decorrer do estágio. Além disso, também abordarei os conhecimentos que adquiri sob o ponto de vista da investigação.

Como afirma Esteves (2008) a investigação-ação, no âmbito da educação, parte do pressuposto de que o professor é competente e capacitado para formular questões relevantes na sua prática, para assim identificar objetivos a seguir, escolhendo as estratégias e metodologias adequadas para controlar processos e resultados. Este foi o processo seguido desde o início da PES I, ação que se prolongou até ao final da PES II. Durante as semanas de observação foi possível refletir e constatar sobre os pontos fortes e fracos do grupo e, nesse âmbito, comecei a delinear um conjunto de tarefas que fossem desafiadoras e adaptadas às capacidades e necessidades das crianças e, desta forma, todos beneficiariam das mesmas oportunidades para melhorarem a sua aprendizagem.

A par desta reflexão dinâmica e constante, durante a minha Prática de Ensino Supervisionada, no que concerne quer ao nível do Pré-Escolar quer do 1º Ciclo do Ensino Básico, em nenhuma planificação abdiquei da prática da interdisciplinaridade. Usufruir das potencialidades deste conceito permite, ao professor, desenvolver um trabalho onde possa integrar conteúdos de determinada área com as restantes áreas de conhecimento, culminando, deste modo, numa melhor aprendizagem do aluno (Oliveira, 2010).

No âmbito do 1º Ciclo, ao iniciar a planificação para determinada área de regência, começava por verificar, nos manuais, as propostas de trabalho. Após a sua identificação, procurava, sempre que possível, "fechar o manual" e começar a planificar tarefas sobre determinado tema, que estabelecessem uma interação entre todas as áreas disciplinares. Esta interação, segundo Oliveira (2010), é uma forma complementar que estimula o desenvolvimento do espírito crítico e reflexivo, na medida em que obriga o professor a superar a "fragmentação" entre as disciplinas e encontrar um ponto comum entre elas (Pacheco, 2001). O facto de o professor promover momentos de interdisciplinaridade nas suas aulas permite, aos seus alunos, uma melhor compreensão da realidade (Oliveira, 2010). Neste sentido, e na minha opinião, os alunos deixam de olhar para determinado tema como sendo exclusivo de determinada área curricular e passam a identificá-lo nas várias áreas. Tornam-se pessoas mais cultas, mais sábias, mais reflexivas e críticas, ao ponto de conseguirem transpor esse conhecimento para vários momentos do seu quotidiano. Desta forma, penso que a prática da interdisciplinaridade seja uma grande vantagem para o professor, pois conseguirá um maior envolvimento dos seus alunos durante o processo de ensino-aprendizagem. Com a aplicação desta prática foi notório que os alunos procuraram intervir para partilhar uma experiência pessoal relacionada com aquele tema. Notou-se que a mesma criança soube reportar um acontecimento diferente para cada área disciplinar, mas com um axioma comum entre eles. Na minha ótica é importante que os alunos vejam a sala de aula como um espaço de aprendizagem idêntica ao seu quotidiano. Considero que o professor possui o dever, enquanto representante da sociedade, de transmitir a herança cultural aos seus alunos. Assim, em todas as implementações, o professor deve sempre falar de exemplos práticos do dia-a-dia, de modo a contextualizar e atribuir sentido de aplicabilidade do assunto que está a lecionar, tal como sugere Santos (2007). No decorrer da minha ação, sempre procurei apresentar aos alunos exemplos práticos do nosso quotidiano, onde poderíamos aplicar o conhecimento que estávamos a desenvolver. Como afirma Oliveira-Formosinho (2007), a interação entre contextos diversos - o escolar, familiar e comunitário - torna-se essencial para a aprendizagem da criança. A interdisciplinaridade garante a construção de um conhecimento global, rompendo com os limites entre disciplinas (Oliveira, 2010).

De modo a não menosprezar o manual escolar promovi para trabalho de casa, em vários momentos em contexto do 1º Ciclo, a resolução de tarefas nele propostas, consolidando, assim, o conteúdo abordado em sala de aula. Tal como indica Pires (2012), os trabalhos de casa são utilizados no nosso sistema educativo como forma de contribuição para a consolidação de aprendizagens e conhecimentos dos alunos e, através deles, é possível constatar se essa consolidação foi ou não concretizada.

É, ainda, essencial salientar que a maioria das histórias abordadas em sala de aula adveio das propostas do manual. Porém, este apenas apresentava partes de textos. Aproveitando esta potencialidade, após a exploração desse texto, os alunos tiveram, segundo diferentes estratégias, oportunidades para planificar e escrever, ou continuar, a história relacionada com esse tema. No final dessas produções, puderam comparar as suas histórias entre si e entre o texto original que sempre foi levado por mim para a sala de aula, permitindo o aumento da literacia das crianças. Estas tarefas foram bastante interessantes porque, além dos alunos praticarem a produção de textos, também deram asas à sua criatividade na escrita.

O uso da interdisciplinaridade foi igualmente implementado ao nível do Pré-Escolar. Por semana, a Educadora cooperante sugeria um tema. A minha grande preocupação sempre residiu em encontrar atividades relacionadas com as várias áreas e domínios onde o mesmo tema pudesse ser aplicado. O envolvimento das crianças nas atividades era notório e a aprendizagem ficava mais consolidada. A criança sabia que "naquela" semana estava a trabalhar "aquele" tema e tudo o que fazia consistia na sua abordagem sobre diferentes perspetivas.

No final de cada dia de intervenção, já na tranquilidade do lar, procurei refletir acerca da prática que tinha exercido nesse dia. Todos os dias refleti sobre a relevância da aplicabilidade do método indutivo na introdução de novos conhecimentos. Tal como citam Vieira e Vieira (2005), o professor deve sempre ter em conta as estratégias dos modelos cognitivos ou de processamento de informação: estratégia indutiva e dedutiva. Durante a minha prática dei determinada primazia ao método indutivo, pois considero pertinente que os alunos mobilizem primeiro conhecimentos anteriores, para que o novo conhecimento seja mais facilmente interiorizado e compreendido. Por isso, na minha ótica, o professor deve solicitar aos alunos que observem e analisem novos dados ou exemplos, a fim de realizarem uma generalização ou reconhecerem determinada situação para, posteriormente, apresentar novas experiências, de forma a consolidar e a testar a compreensão dos mesmos (Vieira e Vieira, 2005).

Contudo, para além de decidir as estratégias metodológicas mais adequadas para realizar determinado processo de ensino-aprendizagem, é essencial que o professor as faça acompanhar por recursos didáticos que apoiam, acompanham e enriqueçam esse processo de aprendizagem (Casanova, 2006). Assim existe uma maior predisposição e motivação dos alunos para aprenderem. Esta também foi uma linha orientadora seguida durante todas as semanas da minha Prática de Ensino Supervisionada. Procurei apresentar, tanto em contexto do Pré-Escolar como do 1º Ciclo, recursos didáticos diferentes dos que as crianças estão habituadas a contactar.

Todas estas orientações que segui nas minhas ações tinham como finalidade envolver ao máximo todos os alunos nas atividades propostas, de modo que a aprendizagem fosse conseguida de uma forma lúdica.

Penso que uma das maiores dificuldades com que me deparei, em contexto do 1º Ciclo, residiu na atitude com que encarei os cadernos diários dos alunos. Segundo o sítio do Clube dos Professores Portugueses na Internet, o caderno diário é um instrumento de trabalho mais precioso para o aluno. Nele pode ser registado o seu trabalho na aula, o seu trabalho individual, a preparação para momentos de avaliação, bem como o registo de outro tipo de informação que considere pertinente para a sua formação e aprendizagem. Para tal, é necessário mantê-lo sempre organizado e recheado com todos os momentos de aprendizagem com que contactou. Confesso que, inicialmente, não promovi muitos momentos de registos no caderno relativos às aprendizagens dos alunos. Talvez isto tenha acontecido por falta de reflexão crítica, pois se no

Pré-Escolar não existiam estes registos por parte das crianças, no 1º Ciclo essa realidade tinha-se alterado. Com o reparo da professora cooperante e com o evoluir da minha atuação, procurei promover estes importantes momentos no decorrer das aulas, objetivo que penso ter alcançado.

Relativamente ao ato de planificar, Santos (2007) afirma que a planificação das aulas deve ser efetuada previamente pelo professor, o que poderá contribuir para o rendimento e sucesso de aprendizagem dos alunos. Assim, antes de cada sessão, o seu conteúdo deve ser pensado e organizado, de modo que o professor tenha tempo e oportunidade para preparar os melhores recursos que auxiliem a sua prática de ensino. Este autor indica que planificar proporciona a diminuição de problemas disciplinares ou de gestão que podem ocorrer na sala de aula. Durante os primeiros dias de intervenção foi possível refletir que o que tinha planificado não era suficiente para preencher o horário a que estava destinada cada tarefa, o que me obrigou a recorrer a dinâmicas de improviso nalgumas situações. Tal facto poderá ter ocorrido devido à falta de conhecimento e domínio do ritmo de trabalho do grupo com que estava a trabalhar. Reconheço que, dada esta situação, passei a dar mais importância ao ato de planificar, ponderando todos os pontos fortes e fracos de cada atividade e, além disso, conclui que devia preparar para todas as sessões uma atividade de recurso, para que o trabalho até aí desenvolvido não ficasse condicionado. Como indica Santos (2007) uma "boa" planificação, bem pensada, bem estruturada e gerida, pode aumentar a confiança e a segurança do professor na sua prática, bem como preparar-se mental, física ou instrumentalmente para o ensino. Porém, a planificação não deve ser encarada como algo que deve ser seguido criteriosamente. O professor deve aproveitar situações significativas suscitadas pelos alunos para poder aprofundar conteúdos da forma que considere mais pertinente no momento. Assim, as abordagens metodológicas utilizadas pelo professor devem partir das motivações trazidas pelos alunos para a sala de aula, onde o professor, não se distanciando dos objetivos que definiu, possa realizar a melhor gestão de aula, para que vá ao encontro dos interesses dos alunos. E foi isso que aconteceu. Se inicialmente percebi que o que planificava não era o suficiente, mais tarde constatava que alguns conteúdos ficavam por abordar naquele instante, devido ao surgimento de um "debate" pertinente. Como professora estagiária, sempre procurei ouvir os alunos, fazê-los confrontarem-se com as suas ideias. Penso que a promoção destes momentos é mais importante do que, simplesmente, ignorá-los. Não gosto de "matar" atividades, gosto que os alunos se sintam envolvidos e que considerem que aquilo que dizem e que sabem também é importante para a aprendizagem de todos.

Durante a prática no 1º Ciclo tive a oportunidade de ingressar num projeto extra curricular em que a turma esteve envolvida. Segundo Correia (2006), a educação das crianças efetua-se na família, na escola e na comunidade. Se houver colaboração entre estas estruturas sociais, a educação dos alunos terá maior eficiência e o seu sucesso ficará melhor garantido. O trabalho em conjunto deve ser estimulado. O desenvolvimento de um Projeto Educativo único poderá tornar-se no melhor vínculo para tal concretização. Estando eu, como professora estagiária, envolvida no projeto "Educar Semeando Valores", foi possível verificar o grandioso impacto que estes projetos facultam. Segundo aquilo que constatei durante os encontros, não é apenas a garantia do sucesso na educação dos alunos que este projeto promove. É também visível o laço de amizade entre os encarregados de educação de todos os alunos. Estas crianças podem afirmar que têm a "família da escola". O professor também beneficia na promoção destes momentos, pois fica a conhecer melhor os pais dos alunos. Como estabelece uma conversa com eles beneficia de uma boa estratégia para manter os pais sempre atualizados no que refere à aprendizagem do seu educando, permitindo-lhe também conhecer melhor a família de cada aluno, percebendo o contexto em que este vive.

A realização da Prática de Ensino Supervisionada a nível do Pré-Escolar e, seguidamente, no 1º Ciclo foi muito enriquecedora. Contactando com ambos os contextos consegui refletir acerca do tipo de trabalho que se pode desenvolver em cada um. É visível, de facto, o trabalho contínuo que se pode efetuar com um determinado grupo de crianças. Na minha opinião, o objetivo deste curso que findo deveria ser cumprido futuramente. As crianças só têm a beneficiar se forem orientadas pelo mesmo profissional durante a Educação Pré-Escolar e o ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico pois, com elas, o educador/professor pode desenvolver um trabalho contínuo, pois conhece os limites e potencialidades desse grupo e consegue tirar o máximo partido das tarefas propostas sobre o ponto de vista da aprendizagem de todos, isto se se tratar de um bom profissional.

Neste estágio aprendi, sobretudo, a importância de observar e identificar possíveis problemas que possam estar a dificultar a aprendizagem dos alunos. A minha capacidade em detetá-los e alterar o meu desempenho tornou-me mais reflexiva, no que concerne à aplicação de uma melhor prática, para assim obter melhoria nas aprendizagens de todo o grupo. Como professora estagiária tenho noção que nunca devemos ficar indiferentes às dificuldades dos alunos, mas sim encontrar a melhor estratégia para combatermos essas dificuldades e, consequentemente, levar os alunos a tornarem-se pessoas críticas e reflexivas sobre o seu trabalho. A reflexão acompanhou-me em todos os momentos da minha prática. Tal como indicam Bogdan e Biklen (1994),

> “Os professores, ao agirem como investigadores, não só desempenham os seus deveres, mas também se observam a si próprios, dão um passo atrás e distanciam-se dos conflitos imediatos, tornam-se capazes de ganhar uma visão mais ampla do que se está a passar” (p. 286).

Consequentemente conseguem atuar sobre esses conflitos para eliminá-los.

Considero que a minha prestação em ambos os contextos foi positiva e muito importante para o meu crescimento pessoal e profissional. Além de ensinar, também aprendi muito. Aprendi com as crianças, com a educadora e professora cooperantes, aprendi com todas as pessoas envolvidas em cada contexto. Sinto que fui bem recebida a cada lugar, onde sempre me respeitaram e me trataram com consideração. Como garante Pinheiro (2008), para ser um bom estagiário, este tem de atravessar um bom estágio, para assim se formar num profissional pronto a enfrentar os desafios da profissão e gerar boas expetativas de sucesso. A verdadeira reciprocidade entre o estagiário e o seu cooperante e o trabalho que realizam juntos “garantem sucesso, desenvolvimento e realização para ambas as partes” (p. 2).

Como dizia Giannotti, “o importante da educação não é apenas formar um mercado de trabalho, mas formar uma nação, com gente capaz de pensar”. Espero ter contribuído para este desiderato.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Almeida, J. F. (coord.), Machado, F. L., Capucha, L., Torres, A. C. (1994). *Introdução à Sociologia*. Lisboa: Universidade Aberta.

Baroody, A. (1993). *Problem solving, reasoning, and communicating, k-8: helping children think mathematically*. New York: Macmillan.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: DGIDC.

Bogdan, R., Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação – uma introdução à teoria e aos métodos.* Porto: Porto Editora.

Brito, L. P. (2008). Ler e Resolver problemas, em *Educação e Matemática ,* 99, 40-44.

Burnaford, G. (2001). Teachers' Work: Methods for Researching Teaching. Em Burnaford, G., Fischer, J., David, H. (coord.), *Teachers doing Research: the power of action through inquiry*, pp. 49-82. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Casanova, M. A. (2006). *Diseño curricular e innovación educativa*. Madrid: La Muralla.

Costa, L. B. (1990). A resolução de problemas: qual o estado das coisas?, em *Educação e Matemática ,* 14, 7-8.

Charles e Lester (1986). *Mathematical problem solving.* Springhouse: Learning Institute.

Chica, C. H. (2001). Por que formular problemas? Em Smole, K. S., Diniz, M. I. (org.), *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*, pp. 151-173. São Paulo: Artmed Editora.

Cruz, J. (2008). Respostas Reais para problemas reais, em *Educação e Matemática ,* 97, 37-40.

Diniz, M. I. (2001a). Resolução de Problemas e Comunicação. Em Smole, K. S., Diniz, M. I. (coord.), *Ler, escrever e resolver problemas – Habilidades básicas para aprender matemática,* pp. 87-98. Porto Alegre: Artmed Editora.

Diniz, M. I. (2001b). Os Problemas Convencionais nos Livros Didáticos. Em Smole, K. S., Diniz, M. I. (coord.), *Ler, escrever e resolver problemas – Habilidades básicas para aprender matemática,* pp. 99-102. Porto Alegre: Artmed Editora.

Esteves, L. M. (2008).*Visão Panorâmica da Investigação-Acção.* Porto: Porto Editora.

Fernandes, D., Vale, I., Silva, J. C., Fonseca, L. e Pimentel, T. (1998) *Matemática 7 – Parte 1*. Porto: Areal Editores.

Fonseca, L. (2009). Comunicação Matemática na sala de aula, em *Educação e Matemática*, 103, 2-6.

Fonseca, L. (2004). *Formação inicial de professores de matemática: a demonstração em geometria*. Tese de Doutoramento. Universidade de Aveiro: Departamento de Didática e Tecnologia Educativa.

Fonseca, L. (1997). Processos utilizados na resolução de problemas por futuros professores de matemática. Em Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. e Vale, I. (coord.), *Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática: Múltiplos Contextos e Perspetivas,* pp.39-68. Aveiro: GIRP.

Fonseca, L. (1995). *Três futuros professores perante a resolução de problemas: conceções e processos utilizados*. Dissertação de Mestrado. Braga: Universidade do Minho.

GAVE. (2012). Resultados das *Provas de Aferição 1ºCiclo – Matemática – Relatório 2012.* Lisboa: Gabinete de Avaliação Educacional.

Hershkovnz, S., Peled, I., Littler, G. (2009). Mathematical creativity and giftedness in elementary school: task and teacher promoting creativity for all. Em Leikin, R., Berman, A., Boris, K., *Creativity in Mathematics and the Education of Giftes Students*, pp. 255-269. Rotterdam: Sense Publishers.

Inácio, M. A. (1998). Os professores e os erros dos alunos, em *Educação e Matemática:,* 48, 19-21.
Inoue, N. (2005). The realistic reasons behind unrealistic solutions – The role of interpretative activity in word problem solving, in *Learning and Instruction,* 15, 69-83.
Krulik, S., Rundnick, J. A. (1999). Innovative tasks to improve critical and creative thinking skills. Em National Council of Teachers of Mathematics, Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12, pp. 138-145. USA: Yearbook editor.
Lavy, I., Bershadsky, I. (2002). "What if not" Problem Posing and Spatial Geometry – A case study. Em A. Cockburn and E. Nardi Proceedings of the 26th Conference of the International group for the Psychologiy of Mathematics Education, pp. 281-288. Norwich: University of East Anglia.
Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. Em Leikin, R., Berman, A., Boris, K., *Creativity in Mathematics and the Education of Giftes Students*, pp. 129-145. Rotterdam: Sense Publishers.
Ministério da Educação (2009). *Programa de Português do Ensino Básico.* Lisboa: ME/DGIDC.
Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: ME/DGIDC.
Ministério da Educação (2004). *Organização Curricular e Programas Ensino Básico - 1º Ciclo*. Lisboa: DEB.
Ministério da Educação (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-escolar*. Lisboa: DEB.
Oliveira-Formosinho, J. (2007). Pedagogia(s) da infância: Reconstruindo uma práxis de participação. Em Oliveira-Formosinho, J., Kishimoto, T. M., Pinazza, M. A. (org.), *Pedagogia(s) da infância: Dialogando com o passado, construindo futuro*, pp. 13-36. São Paulo: Artmed Editora.
Pacheco, J. A. (2001). *Currículo: Teoria e Práxis*. Porto: Porto Editora.
Pires, S. (2012). *Os trabalhos para casa no 1º ciclo do Ensino Básico – A visão das crianças e dos pais.* Dissertação de Mestrado. Castelo Branco: IPCB.
Pólya, G. (1973). *How to solve it: a new aspect of mathematical method*. New Jersey: Princeton University Press.
Ponte, J. P. (2005). *Gestão curricular em Matemática*. Em GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular (pp. 11-34). Lisboa: APM.
Rodrigues, A.; Azevedo, L. (2012). *Pasta Mágica – Matemática, 3º ano*. Porto: Areal Editores.
Santos, M. (2007). *Gestão de Sala de Aula – crenças e práticas em professores de 1º ciclo*. Tese de Doutoramento. Braga: UM.
Serrazina, L. (2004). La resolución de problemas y la actividad matemática en el 1.er ciclo de la enseñanza básica. Em J. S. Giménez, *La actividad matemática en el aula,* pp.49-57. Barcelona: Editorial GRAÓ.
Smole, K. S., Diniz, M. I. (2001). Ler e Aprender Matemática. Em Smole, K. S., Diniz, M. I. (coord.), *Ler, escrever e resolver problemas – Habilidades básicas para aprender matemática,* pp. 69-86. Porto Alegre: Artmed Editora.
Sousa Santos, B. (1989). *Introdução a uma ciência pós-moderna*. Porto: Edições Afrontamento.
Sprinthall, N. A., Sprinthall, R. C. (1993). *Psicologia Educacional: Uma abordagem desenvolvimentista*. Lisboa: McGRAW-HILL de Portugal L.da.
Stancanelli, R. (2001). Conhecendo Diferentes Tipos de Problemas. Em Smole, K. S., Diniz, M. I. (coord.), *Ler, escrever e resolver problemas – Habilidades básicas para aprender matemática,* pp. 103-120. Porto Alegre: Artmed Editora.
Torres, M. (2010). Por um projeto de cidade saudável: o contributo da intervenção sociológica no terreno. Em Revista da Associação Portuguesa de Sociologia – Sociologia On Line, nº 1.

Vale, I. (1997). Desempenhos e conceções de futuros professores de matemática na resolução de problemas. Em Fernandes, D., Lester, F., Borralho, A. e Vale, I. (coord.), *Resolução de Problemas na Formação Inicial de Professores de Matemática: Múltiplos Contextos e Perspetivas,* pp.1-38. Aveiro: GIRP.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre a Investigação Qualitativa em Educação Matemática: o Estudo de Caso. Em *Revista da Escola Superior de Educação*, 5, 171-200.

Vale, I., Pimentel, T. (2004). Resolução de Problemas. Em Palhares, P. (coord.), *Elementos da Matemática para Professores do Ensino Básico,* pp. 7-52. Lisboa: LIDEL.

Vale, I., Pimentel, T., Cabrita, I., Barbosa, A., Fonseca, L. (2012). Pattern problem solving tasks as a mean to foster creativity in mathematics. Em Proceedings of the 36th Conference of the International group Psychology of Mathematics Education, *Opportunities to learn in Mathematics Education,* pp. 171-178 (vol.4). Taiwan: Tai-Yih Tso.

Vieira, R. M. & Vieira, C. (2005) *Estratégias de Ensino/Aprendizagem.* Lisboa: Instituto Piaget.

Webgrafia:

Clube dos Professores Portugueses na Internet. (s/d). *Organizar o caderno diário.* Acedido em 1 de março, 2013, de http://www.netprof.pt/netprof/servlet/getDocumento?TemaID=NPL070101&id_versao=11876

Correia, N. (2006). *A escola, a família e a comunidade*. Acedido em 20 de fevereiro, 2013, de http://www.confap.pt/desenv_noticias.php?ntid=502

Giannotti (s/d). *Frases sobre Educação.* Acedido em 2 de fevereiro, 2013, de http://pedagogiia.multiply.com/journal/item/3?&show_interstitial=1&u=%2Fjournal%2Fitem

Municipal, C. (s/d). *Juntas de Freguesia*. Acedido em 18 de março, 2013, de http://cm-viana-castelo.pt/pt/juntas-de-freguesia

Oliveira (2010). *Revista online sobre interdisciplinaridade.* Acedido em 26 de fevereiro, 2013, de http://www.infoescola.com/pedagogia/interdisciplinaridade/

Pinheiro A. M. (2008). *A importância do estágio.* Acedido em 25 de fevereiro, 2013, de http://www.artigonal.com/recursos-humanos-artigos/a-importancia-do-estagio-403435.html

Anexos

Anexo A – Planificações

Planificação I

Planificação II

Planificação III

Planificação IV

Planificação I

Plano de Aula 2012/2013					
Mestranda: Carla Sofia Costa Cruz		**Ano:** 3º ano	**Período:** 1º	**Dia da semana:** Segunda-Feira	**Data:** 19/11/2012
Área Disciplinar: Matemática			**Tempo:** 11.00h-12.00h		
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**	**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
Números e Operações	**<u>Números naturais:</u>** identificar e dar exemplos de múltiplos do 8. **<u>Operações com números naturais:</u>** resolver problemas tirando partido da multiplicação.	- Esta aula será dedicada à **introdução da tabuada da multiplicação do 8**. Para tal, será apresentado o seguinte <u>problema</u>: *Dez meninos foram para uma praia bastante poluída de Viana do Castelo apanhar garrafas de plástico. Para as guardar, levaram consigo sacos de plástico, em que cada um só cabiam oito garrafas.* *Um menino encheu um saco; o outro encheu dois sacos; o outro encheu três; e assim sucessivamente até ao menino que encheu 10 sacos.* *Quantas garrafas apanhou cada um?* Para representar a situação serão utilizadas as imagens que seguem em ANEXO 3, onde se pretende concluir que: . 1 saco com 8 garrafas corresponde a **8** garrafas . 2 sacos com 8 garrafas cada são **16** garrafas (8+8 ou 2x8) . 3 sacos com 8 garrafas cada são **24** garrafas (8+8+8 ou 3x8) . e assim sucessivamente… Através da escrita no quadro das representações e respetivos resultados, serão também identificados os múltiplos de 8. Deste modo, a tabuada do 8 será transcrita para o caderno da escola em forma de tabela como demostra em ANEXO 4.	- Imagens com sacos de 8 garrafas. - Ficha com problemas - Quadro	30’	- O aluno identifica os múltiplos de 8. - O aluno responde corretamente ao problema.

		- De modo a por em prática o conhecimento adquirido serão propostos à turma **problemas** que podem ser resolvidos tirando partido da multiplicação. (ANEXO 5).	- Ficha de trabalho	30'	- O aluno identifica os múltiplos de 8. - O aluno responde corretamente ao problema.

Plano de Aula 2012/2013						
Mestrando: Carla Sofia Costa Cruz		**Ano:** 3º ano	**Período:** 1º	**Dia da semana:** Terça-Feira		**Data:** 20/11/2012
Área Disciplinar: Matemática			**Tempo:** 9.00h-10.30h			
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**		**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
Números e Operações	**Números naturais:** identificar e dar exemplos de múltiplos do 8. **Operações com números naturais:** resolver problemas tirando partido da multiplicação.	- De modo a rever e a verificar a aprendizagem dos alunos em relação à tabuada da multiplicação do 8 será realizado o jogo "Eu sou o…". (ANEXO 12) - De seguida será apresentado a seguinte situação **problemática**: *Três amigos decidiram ir para a floresta apanhar o lixo que outras pessoas lá deixaram. Depois de tanto trabalhar, resolveram, ao fim do dia, fazer um balanço final: apanharam 56 garrafas de plástico, 25 garrafas de vidro e 38 folhas de papel.*		- Jogo "E sou o…" - Ficha de problemas	25' 30'	- O aluno reconhece os múltiplos do 8. - O aluno organiza os dados em tabelas e

Organização e Tratamento de Dados	**Representação e interpretação de dados e situações aleatórias:** ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos; responder e formular questões relacionadas com informação apresentada; recolher e organizar dados quantitativos, utilizando tabelas de frequência e tirando conclusões; construir e interpretar gráficos de barras; identificar a moda num conjunto de dados.	Com este enunciado, pretende-se, inicialmente, organizar os dados numa tabela e, posteriormente, construir um gráfico de barras que represente esta informação. - Indo ao encontro do trabalho realizado anteriormente (organização e tratamento de dados), será proposto à turma a resolução do problema **"Os nossos irmãos".** Para tal, será desenhado no quadro uma tabela, análoga à representada no ANEXO 13. Nesta serão escritos o número de irmãos de cada aluno da turma, marcando com tracinhos. Concluída a tabela, cada aluno terá de transpor essa informação num gráfico de barras. - De modo a interpretar o gráfico, será explicado aos alunos que em gráficos de barras tanto podem ser apresentados dados **qualitativos** (exemplo: animais que: tem asas, pelos, escamas,… - qualidades) e **quantitativos** (quanto têm?). Além disso, também será identificada a **moda**, como sendo o valor/caraterística que aparece mais vezes.	Quadro	20' 15'	representa-os em gráficos de barras. - O aluno organiza os dados em tabelas e representa-os em gráficos de barras. - O aluno reconhece as variáveis e a moda num gráfico de barras.

Plano de Aula 2012/2013					
Mestrando: Carla Sofia Costa Cruz	**Ano:** 3º ano	**Período:** 1º	**Dia da semana:** Quarta-Feira		**Data:** 21/11/2012
Área Disciplinar: Matemática			**Tempo:** 13.30h-14.30h		
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**	**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
Números e operações **Organização e Tratamento de Dados**	**<u>Números naturais:</u>** identificar e dar exemplos de múltiplos do 8. **<u>Operações com números naturais:</u>** resolver problemas tirando partido da multiplicação. **<u>Representação e interpretação de dados e situações aleatórias:</u>** ler, explorar, interpretar e descrever tabelas e gráficos; responder e formular questões relacionadas com informação apresentada; recolher e organizar dados quantitativos, utilizando tabelas de frequência e tirando	- Para iniciar a aula, será realizado, novamente, o **jogo** "Eu sou o…", como forma de os alunos porem em prática os deus conhecimentos em relação à tabuada de multiplicação do 8. - Posteriormente será projetado no quadro e também entregue a cada aluno o seguinte **enunciado**: (ANEXO 22) *Num Centro Escolar vão ser plantadas, por 8 alunos, 160 árvores. Cada aluno plantou o mesmo número de árvores. Quantas árvores plantou cada um?* *160:8=20 (20x8=160) (A divisão é a operação inversa da multiplicação)* - Depois de resolvido, este problema será "**aberto**", adotando o seguinte enunciado: *Num Centro Escolar vão ser plantadas por 8 alunos 160 árvores (castanheiros, cerejeiras, carvalhos, figueiras, nogueiras, macieiras, pereiras e laranjeiras). Quantas árvores plantou cada aluno, sabendo que cada um plantou um tipo de árvore?* No final da representação dos dados em **tabela**, cada aluno deverá organizá-los e representá-los num **gráfico de barras**. Pretende-se que cada aluno resolva o problema segundo a sua maneira de o ver, dando depois a conhecer o seu raciocínio à turma. Desta atividade	- Jogo "Eu sou o…" - Ficha de problemas - Ficha de problemas	10' 20' 30'	- O aluno reconhece os múltiplos do 8. - O aluno reconhece a divisão como operação inversa da multiplicação. - O aluno resolve o problema e dá a conhecer o seu raciocínio aos restantes alunos.

Capacidades Transversais	conclusões; construir e interpretar gráficos de barras; identificar a moda num conjunto de dados. **<u>Resolução de problemas:</u>** identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de problemas. **<u>Raciocínio matemático:</u>** explicar ideias e processos matemáticos e justificar resultados matemáticos. **<u>Comunicação matemática:</u>** interpretar informação e ideias matemáticas representada de diversas formas; expressar deias e processos matemáticos.	resultarão, normalmente, diferentes soluções, o que se pretende concluir que neste tipo de problemas abertos o <u>mesmo enunciado pode ter soluções diferentes.</u>			

Planificação II

<table>
<tr><th colspan="7">Plano de Aula
2012/2013</th></tr>
<tr><td colspan="2">Mestranda: Carla Sofia Costa Cruz</td><td>Ano: 3º ano</td><td>Período: 1º</td><td>Dia da semana: Segunda-Feira</td><td colspan="2">Data: 10/12/2012</td></tr>
<tr><td colspan="3">Área Disciplinar: Língua Portuguesa</td><td colspan="4">Tempo: 9.00h-10.30h</td></tr>
<tr><td>Temas/ Conteúdos/ Blocos</td><td>Competências/ Objetivos específicos</td><td colspan="2">Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)</td><td>Materiais/ recursos/ espaços físicos</td><td>Tempo</td><td>Avaliação</td></tr>
<tr><td>Capacidades Transversais</td><td>Resolução de problemas: compreensão do problema: identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema.

Comunicação Matemática: expressão: expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios;</td><td colspan="2">Atividade de Investigação de Carla Cruz:

- Na parte final da aula (últimos 30 minutos) serão entregues as tiras que seguem em ANEXO 4. Em cada uma contém um problema matemático. Os alunos deverão resolve-lo sem consultar os colegas e, se solicitarem ajuda à professora, deverão fazê-lo num baixo tom de voz, para que não influencie o raciocínio dos restantes alunos. As tiras serão entregues seguindo o padrão ABCABC, para evitar a consulta ao colega do lado.</td><td>- Tiras</td><td>30’</td><td>- O aluno responde, sem consultas, os problemas propostos.</td></tr>
</table>

Área Disciplinar: Matemática			**Tempo:** 13.30h-15.30h		
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**	**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
Capacidades Transversais	**Resolução de problemas:** compreensão do problema: identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema. **Raciocínio Matemático:** justificação: explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos. **Comunicação Matemática:** expressão: expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios; discussão: discutir resultados, processos e ideias matemáticos.	**Atividade de Investigação de Carla Cruz:** - Para iniciar, a professora apresentará à turma um cartaz que contém os enunciados dos prolemas entregues de manhã, na parte final da aula de Língua Portuguesa (ANEXO 8). Estando este afixado, a professora perguntará aos alunos "quem respondeu ao problema da Capuchinho Vermelho?". Desses alunos, um de cada vez, ditará o resultado que concluiu com a sua resolução. Os resultados de cada aluno serão escritos, pela professora, à volta do respetivo problema. O mesmo processo será estendido aos outros problemas. Depois de afixados todos os resultados dos seis problemas, dar-se-á início à argumentação dos mesmos. Para começar, um aluno de cada vez irá explicar a forma como pensou para resolver o problema; identificar a sua interpretação do enunciado, as estratégias que utilizou para resolveu o problema e como verificou a credibilidade da resposta. Depois desta "defesa" dar-se-á início à discussão dos resultados. A professora procurará relacionar os dados do problema com a pergunta efetuada no mesmo. Começando, por exemplo, pelo problema do pastor, a professora perguntará: "O número de animais de um rebanho permite saber que idade tem o pastor?"; "Eu tenho um cão e dois gatos, conseguem dizer-me que idade tenho?"; "O que é que podemos concluir com este enunciado?"; "É possível responder a esta pergunta?".	- Cartaz com os problemas	60' 60'	- O aluno explica, oralmente, as suas ideias e processos para justificar o seu resultado. - O aluno discute resultados, processos e ideias matemáticas. - O aluno identifica que os dados do problema são insuficientes para responder à questão.

		- Após esta análise, a mesma discussão será alargada aos outros enunciados, onde se procurará transpor a informação destes para a realidade (dando exemplos sobre nós próprios, tal como foi exemplificado em cima). Com esta discussão, pretende-se que os alunos concluam que estamos perante problemas impossíveis de responder, visto que os dados do problema não são suficientes para responder à questão nele formulado.			

Plano de Aula 2012/2013					
Mestrando: Carla Sofia Costa Cruz	**Ano:** 3º ano	**Período:** 1º	**Dia da semana:** Terça-Feira		**Data:** 11/12/2012
Área Disciplinar: Matemática			**Tempo:** 9.00h-10.30h		
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**	**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
Capacidades Transversais	**Resolução de problemas:** compreensão do problema: identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema. **Raciocínio Matemático:**	**Atividade de Investigação de Carla Cruz:** - Para iniciar, será feita uma revisão do trabalho desenvolvido na aula anterior. Como se concluiu que estávamos perante problemas impossíveis de resolver, a professora perguntará "De que forma podemos tornar estes problemas em problemas possíveis de resolver?". Depois de ouvidas as várias propostas e de se concluir que, para tal, é	- Tiras - Cartaz	40'	- O aluno reconhece a falta de informação no enunciado como motivo de impossibilida-de para

	justificação: explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos. **Comunicação Matemática:** expressão: expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios; discussão: discutir resultados, processos e ideias matemáticos.	necessário acrescentar informação ao enunciado do problema, a professora pedirá aos alunos que reformulem o enunciado da **primeira** tira que receberam na manhã de segunda-feira. Para tal, cada aluno deverá acrescentar informação ao seu enunciado, de forma a poder responder à questão que este apresenta. - Depois de reformulados e resolvidos os novos enunciados, cada aluno irá apresentar à turma a sua proposta. Cada uma será discutida e será avaliada a sua credibilidade, verificando se, com os dados acrescentados, é possível responder à questão do problema. Caso haja alguma incoerência, esta será resolvida com o apoio de toda a turma. - Depois desta discussão e apresentação dos novos enunciados, cada um será escrito numa folha A4 e será anexo ao problema inicial (problema impossível). Com isto, pretende-se construir as "Cortinas Problematicamente Possíveis", como segue no exemplo do ANEXO 9, onde as várias propostas de problemas possíveis de resolver serão anexados ao primeiro que se concluiu ser impossível de resolver.	- Folhas A4 de papel Celnorte	30' 20'	responder à questão. - O aluno usa a criatividade para reformular problemas, tornando-os possíveis de serem resolvidos.

<table>
<tr><td colspan="6">Plano de Aula
2012/2013</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mestrando: Carla Sofia Costa Cruz</td><td>Ano: 3º ano</td><td>Período: 1º</td><td>Dia da semana: Quarta-Feira</td><td>Data: 12/12/2012</td></tr>
<tr><td colspan="3">Área Disciplinar: Matemática</td><td colspan="3">Tempo: 13.30h-14.30h</td></tr>
<tr><td>Temas/ Conteúdos/ Blocos</td><td>Competências/ Objetivos específicos</td><td>Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)</td><td>Materiais/ recursos/ espaços físicos</td><td>Tempo</td><td>Avaliação</td></tr>
<tr><td>Capacidades Transversais</td><td>Resolução de problemas: compreensão do problema: identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema.

Raciocínio Matemático: justificação: explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos.

Comunicação Matemática: expressão: expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios; discussão: discutir resultados, processos e ideias matemáticos.</td><td>Atividade de Investigação de Carla Cruz:

- Para começar, cada aluno irá apresentar à turma as propostas que elaborou em casa (reformulação dos problemas das tiras), de forma a tornar os problemas possíveis de responder. Nesse momento, serão discutidas as várias propostas e a sua coerência entre os dados e a questão do problema. Depois de discutidos e de verificada sua credibilidade, estes novos enunciados serão anexados à respetiva cortina iniciada na aula anterior.

- Depois desta atividade será efetuada uma revisão geral sobre os conteúdos apreendidos sobre problemas impossíveis. Será perguntado aos alunos “Que caraterísticas têm os problemas impossíveis de resolver?”; “O que têm eles em falta que nos impeça de responder?”; “Que decisões devemos adotar perante este tipo de problemas?”.

- Para concluir toda esta discussão, será apresentada à turma a imagem presente no ANEXO 13, onde será lido e interpretado o seu conteúdo.</td><td>- Cortinas

- Imagem conclusiva</td><td>30’

20’

10’</td><td>- O aluno identifica no enunciado a informação necessária para responder à questão do problema.
- O aluno conclui que não pode resolver problemas que apresentem dados insuficientes para responder à questão.</td></tr>
</table>

Planificação III

Plano de Aula 2012/2013					
Mestranda: Carla Sofia Costa Cruz		**Ano:** 3º ano	**Período:** 2º	**Dia da semana:** Segunda-Feira	**Data:** 14/01/2013
Área Disciplinar: Língua Portuguesa			**Tempo:** 9.00h-10.30h		
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**	**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
Capacidades Transversais	- **Resolução de problemas:** compreensão do problema; conceção, aplicação e justificação de estratégias.	**Atividade de Investigação de Carla Cruz:** - Para iniciar a aula, a professora irá ler a seguinte adivinha: "Sob tampo, Papéis; Sobre papéis, Letras; Por descobrir: Soluções." Com esta leitura, os alunos terão de adivinhar o local onde se encontram os problemas matemáticos que terão de resolver (ANEXO 1). Debaixo do tampo da mesa de cada aluno estará colado um cartão com um problema matemático (os enunciados dos problemas caraterizam-se por terem dados/informação a mais). Depois de encontrados, cada aluno deverá resolver o problema presente	- 17 problemas (palácio, rei e princesa)	15'	- O aluno responde, individualmente ao problema matemático proposto.

		no seu cartão. Durante a resolução, os alunos não poderão trocar qualquer tipo de informação com os colegas. Caso solicitem ajuda à professora, deverão fazê-lo de forma discreta e usando um baixo tom de voz, para que a sua questão não influencie o raciocínio dos restantes colegas. Os alunos que terminarem a resolução do seu problema deverão entregar o cartão com a respetiva resolução à professora permanecendo, depois, em silêncio no seu lugar até que todos os alunos terminem. O tempo máximo recomendado para a resolução do problema são 7 minutos.			

Área Disciplinar: Matemática			**Tempo:** 13.30h-15.30h		
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**	**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
		Atividade de Investigação de Carla Cruz: - De modo a dar continuidade aos problemas matemáticos resolvidos na parte da manhã, a professora apresentará à turma uma maquete de um palácio amarelo, de um rei e uma princesa. Numa parede do palácio estará escrito o problema que aborda este monumento (problema A). Na coroa do rei estará o problema a ele destinado (problema B). No vestido da princesa estará apresentado o outro problema (problema C).	- Maquete do palácio, rei e princesa - Problemas rei, palácio e princesa	5’	- O aluno anuncia o seu resultado, sem se deixar influenciar pelos resultados dos colegas.
		Cada aluno terá de identificar o problema que resolveu e relacioná-lo com um elemento da maquete (Palácio, Rei ou Princesa). De seguida, a professora perguntará à turma quem resolveu cada um dos problemas. Em pequenos cartões escreverá o resultado que cada aluno concluiu na resolução do seu problema e, com auxílio de *patafix*, colará esses resultados perto dos enunciados dos respetivos problemas.	- Pequenos cartões plastificados	15’	
Capacidades Transversais	- **Raciocínio:** explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos.	- Seguidamente, cada aluno argumentará, em voz alta, o seu raciocínio no ato da resolução do problema que lhe foi proposto.			- O aluno comunica o seu raciocínio no ato da resolução do problema.
	- **Resolução de problemas:** identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um problema.	- Escutadas as argumentações dar-se-á início à discussão dos resultados. Durante a discussão procurar-se-ão relacionar os resultados obtidos com o conteúdo do enunciado do problema. Para tal, a professora irá, primeiramente, selecionar e centrar-se num só enunciado (aleatório; ex. Problema do Palácio). Consoante os resultados que estiverem registados à volta do problema serão efetuadas algumas questões,	- Problemas do palácio, rei e princesa	30’	

		tais como: • Que dados é que selecionaram para responder à questão do problema? • O que é que queremos saber/descobrir neste problema? • Porque é que utilizaram esses dados para resolver o problema? • Como é que obtiveram estes valores? Que operação(ões) aritmética(s) usaram? Porquê? (Em casos aplicáveis.) (Caso os alunos tenham usado todos os dados do enunciado:) • Vamos recapitular: o que é que queremos saber/descobrir? • E, para isso, quais os dados presentes no enunciado que estão direcionados para aquilo que queremos saber? Concluindo que o enunciado apresenta dados a mais (desnecessários para a resolução do problema), a professora perguntará: • O que é que podemos concluir com este enunciado? (resposta: o enunciado apresenta dados a mais que os necessários para responder à pergunta colocada; logo, estamos perante um problema com excesso de dados) • É possível resolver este problema? Porquê? - Depois desta discussão e de se descobrir o verdadeiro resultado do problema, a discussão será alargada aos outros dois enunciados, de forma a obter-se a mesma conclusão. Durante esta discussão dar-se-á grande enfase à importância de prestar atenção à leitura, de modo a selecionar a informação relevante do enunciado para responder à questão nele formulado. Caso seja necessário, os resultados corretos serão colocados de cor diferente á volta do respetivo problema.			- O aluno identifica no enunciado a informação relevante para responder à pergunta do problema.
		- Perante os problemas iniciais (com excesso de dados: Palácio, Rei e Princesa), a professora perguntará à turma “O que podemos fazer ao enunciado de cada problema de modo a podermos usar todos os dados que ele apresenta?” Escutadas as várias propostas, pretende-se concluir que podemos **acrescentar**	- Problemas do rei, palácio e princesa	10’	- O aluno identifica no enunciado a informação

		alíneas (criativas) que, com a utilização e manipulação dos dados que estavam a mais, possamos responder à nova questão formulada. Assim, cada aluno deverá criar, individualmente, a sua alínea e apresentar a resolução da mesma, para que depois a possa apresentar a toda a turma. Coletivamente será averiguada a credibilidade de cada proposta. As várias alíneas serão escritas em cartões e colocadas junto dos enunciados iniciais. - Após este momento, a professora irá ler a seguinte adivinha: "Qual é a coisa, qual é ela: que tem pernas e costas e não é gente?" (adaptado de *citador.com)* Concluindo que a resposta é **cadeira**, um aluno será selecionado para procurar dentro do Palácio uma cadeira e, debaixo dela descobrir um "tesouro". Nesse tesouro estarão guardados novos problemas (com dados a mais), que serão propostos para trabalho de casa (ANEXO 4). Além da resolução do problema, cada aluno deverá criar alíneas, de forma a utilizar todos os dados do problema. **Marcação dos trabalhos para casa:** **Língua Portuguesa:** Exercícios 3, 4 e 5. **Matemática:** Realização dos problemas encontrados no "tesouro", criando também novas alíneas, visa poderem utilizar/manipular todos os dados do problema. **Estudo do Meio:** "Os costumes e tradições da minha família": levantamento de fotografias, testemunhos…	- Problemas para trabalho de casa		relevante para responder à pergunta do problema. - O aluno usa a criatividade para acrescentar alíneas aos problemas matemáticos, fazendo uso de todos os dados presentes no enunciado.

Plano de Aula 2012/2013					
Mestrando: Carla Sofia Costa Cruz	**Ano:** 3º ano	**Período:** 2º	**Dia da semana:** Terça-Feira		**Data:** 15/01/2013
Área Disciplinar: Matemática			**Tempo:** 9.00h-10.30h		
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**	**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
Capacidades Transversais	- **Resolução de Problemas:** compreensão do problema – identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um problema. - **Comunicação Matemática:** discutir resultados, processos e ideias matemáticos. -**Raciocínio:** explicar ideias, processos e justificar resultados matemáticos.	**Atividade de Investigação de Carla Cruz:** - Para iniciar a aula será feita uma revisão sobre a conclusão da aula anterior: problemas com excesso de dados, mas possíveis de resolver, visto que nos dados que o enunciado apresenta há informação relevante para responder à questão. Além disso, falar-se-á na possibilidade de criação de novas alíneas onde seja possível manipular todos os dados do enunciado. - Seguidamente serão apresentados e corrigidos os problemas encontrados no tesouro e que foram resolvidos em casa. Cada aluno deverá apresentar o seu raciocínio na interpretação e seleção de dados do enunciado e o modo como respondeu à questão, bem como as alíneas que acrescentou. - Seguidamente será mostrada e interpretada uma imagem conclusiva sobre este tipo de problemas (ANEXO 5).	- Problemas do rei, palácio e princesa - Problemas de trabalho de casa - Imagem conclusiva	35' 35' 20'	- O aluno interpreta corretamente os enunciados, selecionando a informação relevante. - O aluno justifica plausível-mente o seu trabalho.

<table>
<tr><th colspan="6">Plano de Aula
2012/2013</th></tr>
<tr><td colspan="2">Mestrando: Carla Sofia Costa Cruz</td><td>Ano: 3º ano</td><td>Período: 2º</td><td>Dia da semana: Quarta-Feira</td><td>Data: 16/01/2013</td></tr>
<tr><td colspan="3">Área Disciplinar: Matemática</td><td colspan="3">Tempo: 13.30h-14.45h</td></tr>
</table>

Temas/ Conteúdos/ Blocos	Competências/ Objetivos específicos	Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)	Materiais/ recursos/ espaços físicos	Tempo	Avaliação
Capacidades Transversais	**- Resolução de problemas:** compreensão do problema; conceção, aplicação e justificação de estratégias. **- Raciocínio matemático:** justificar resultados matemáticos; formulação e tese de conjeturas. **- Comunicação Matemática:** interpretar de informação e ideias matemáticas, representar informação e ideias matemáticas, expressar ideias e processos matemáticos.	**Atividade de Investigação de Carla Cruz:** - Como forma de averiguar a aprendizagem/eficiência dos alunos na interpretação de dados de problemas será proposta uma Ficha com problemas de um ou dois passos, com dados a menos e dados a mais (ANEXO 14).	-17 Fichas de Problemas	45’	- O aluno resolve (concentrado e individual-mente) os problemas matemáticos.

Planificação IV

<table>
<tr><th colspan="6">Plano de Aula
2012/2013</th></tr>
<tr><td colspan="2">**Mestranda:** Carla Sofia Costa Cruz</td><td>**Ano:** 3º ano</td><td>**Período:** 2º</td><td>**Dia da semana:** Segunda-Feira</td><td>**Data:** 28/01/2013</td></tr>
<tr><td colspan="3">**Área Disciplinar:** Matemática</td><td colspan="3">**Tempo:** 13.30h-15.30h</td></tr>
<tr><td>**Temas/ Conteúdos/ Blocos**</td><td>**Competências/ Objetivos específicos**</td><td>**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**</td><td>**Materiais/ recursos/ espaços físicos**</td><td>**Tempo**</td><td>**Avaliação**</td></tr>
<tr><td>**Capacidades Transversais**</td><td>**- Resolução de Problemas:** identificar o objetivo e a informação relevante para a resolução de um dado problema; conhecer e por em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados.</td><td>**Tarefa de Investigação de Carla Cruz**

- No início da aula, a professora distribuirá um crachá com um número a cada aluno. Os números que constarão em cada crachá seguem em ANEXO 9.

Depois de receber o seu crachá, os alunos deverão sentar-se novamente nos respetivos lugares. De seguida, a professora explicará que irá ler enunciados de cinco problemas (ANEXO 10) e, sempre que cada aluno ouvir a professora pronunciar o número que está no seu crachá, deverá, em silêncio, levantar o braço e assim permanecer. (Exemplo: se a professora ler o problema do *Centro Escolar* (problema descrito em anexo) deverão aproximar-se os alunos com os crachás com os números 86, 10 e 11). No final de cada leitura, a professora entregará o cartão com o enunciado lido ao grupo que se formou (números que pertencem ao enunciado).

Após a entrega dos enunciados aos respetivos grupos (5 enunciados = 5 grupos), cada um deverá reunir-se com o intuito de resolver o problema. Em grupo, os alunos deverão ler, interpretar e selecionar informação relevante do enunciado e depois refletir e resolver o mesmo.</td><td>- Cartões com os números

- Cartões com os problemas</td><td>20’

45’</td><td>- O aluno identifica o seu número no respetivo problema.

- O aluno trabalha cooperativa-mente com o grupo; o aluno</td></tr>
</table>

	- Raciocínio Matemático: explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos. **- Comunicação Matemática:** expressar ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito, utilizando linguagem e vocabulário próprios.	- Concluídas as resoluções, um grupo de cada vez apresentará à turma o seu problema, os dados que nele estão apresentados, a interpretação que fizeram, que dados utilizaram, a conclusão a que chegaram, explicando e justificando o seu raciocínio/resposta.		55’	seleciona a informação relevante do enunciado. - O aluno argumenta/ comunica o seu raciocínio.

Plano de Aula 2012/2013					
Mestrando: Carla Sofia Costa Cruz	**Ano:** 3º ano	**Período:** 2º	**Dia da semana:** Terça-Feira		**Data:** 29/01/2013
Área Disciplinar: Matemática			**Tempo:** 9.00h-10.30h		
Temas/ Conteúdos/ Blocos	**Competências/ Objetivos específicos**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)**	**Materiais/ recursos/ espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
Capacidades Transversais	**- Resolução de problemas:** formular problemas a partir de situações matemáticas e não matemáticas. **- Raciocínio Matemático:**	**Tarefa de Investigação de Carla Cruz** - A aula iniciará com a colocação dos crachás utilizados na aula anterior no quadro. De seguida, a professora organizará a turma em 6 grupos (de 3 elementos cada). Depois selecionará 3 grupos que terão de formular problemas com dados a menos (problemas impossíveis de resolver) e os outros 3 grupos terão de criar problemas com dados a mais (possíveis de resolver).	- Cartões com números	45’	- O grupo trabalha cooperativa-mente; - O aluno formula um

	explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos **- Resolução de problemas:** conceber e pôr em prática estratégias de resolução de problemas, verificando a adequação dos resultados obtidos e dos processos utilizados. **- Comunicação Matemática:** expressar ideias e processos matemáticos, oralmente, utilizando linguagem e vocabulário próprios.	Para esta atividade, cada grupo deverá utilizar, como dados do seu enunciado, apenas os números dos crachás que estão afixados no quadro. Poderão selecionar os que quiserem, desde que façam sentido e estejam de acordo com o propósito do seu problema. Durante a formulação dos enunciados, a professora circulará pelos grupos para responder a possíveis dúvidas dos alunos. (Neste momento, serão registadas (gravação de áudio) as dúvidas e as respetivas respostas que os alunos mencionarem.) - Depois de criados e resolvidos os problemas, os mesmos serão apresentados à turma. Neste momento, a professora apresentará um saco opaco à turma e anuncia que no seu interior existem cartões com os números do grupo (G1, G2, G3, G4, G5 e G6). Propositadamente, a professora “sorteará”, propositadamente, o cartão G1. Assim, o grupo 1 deverá apresentar o seu enunciado à turma. Depois de apresentado, todos os grupos deverão resolvê-lo. Aquando a resolução, a professora “sorteará”, propositadamente, o cartão G5, que significa que o grupo 5 tem de apresentar a resolução do problema. Caberá ao grupo 1 corrigir ou felicitar o grupo 5 pelo raciocínio desenvolvido. Seguidamente será a vez o grupo 5 apresentar o seu enunciado. Todos os grupos deverão resolver o problema e, no final, a professora “sorteará”, propositadamente, o cartão G2, para que este apresente a sua resolução. Esta lógica será seguida sucessivamente (ordem: G1-G5-G2-G4-G3-G6-G1). **Nota:** o “sorteio” será manipulado com o intuito de envolver toda a turma no trabalho da resolução, ao mesmo tempo que permite que cada grupo apresente o seu enunciado e que tenha uma oportunidade para responder a uma proposta de outro grupo.		45’	enunciado matemático com coerência e de acordo com o solicitado. - O grupo responde corretamente ao enunciado elaborado por outro grupo.

		- No final, as propostas realizadas pelos 6 grupos serão afixadas no placar de cortiça onde se tem vindo a arquivar o trabalho desenvolvido.			

<table>
<tr><td colspan="6">Plano de Aula
2012/2013</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mestrando: Carla Sofia Costa Cruz</td><td>Ano: 3º ano</td><td>Período: 2º</td><td>Dia da semana: Quarta-Feira</td><td>Data: 30/01/2013</td></tr>
<tr><td colspan="3">Área Disciplinar: Matemática</td><td colspan="3">Tempo: 13.30h-14.30h</td></tr>
<tr><td>Temas/ Conteúdos/ Blocos</td><td>Competências/ Objetivos específicos</td><td>Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho (incluir aprendizagens prévias se relevante)</td><td>Materiais/ recursos/ espaços físicos</td><td>Tempo</td><td>Avaliação</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Tarefa de Investigação de Carla Cruz

- Nesta aula os alunos irão responder ao mesmo questionário (ANEXO 12) que realizaram no início deste trabalho desenvolvido no âmbito da resolução de problemas. Neste, terão de dar a conhecer as aprendizagens que adquiriram durante as últimas semanas de trabalho.</td><td>- 17 Questionários</td><td>60’</td><td>- O aluno aplica conhecimentos adquiridos anteriormente.</td></tr>
</table>

Anexo B – Questionário Inicial

Questionário

Nome:____Data_______________

Gostava de saber a tua opinião sobre os problemas de matemática.

Lê com atenção as perguntas e responde exatamente o que pensas.

Estas questões não são para avaliação.

---

1) Gostas de resolver problemas?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?____

2) Os problemas matemáticos que o professor apresenta dão sempre para resolver?

Sim ☐ Não ☐

Porque dizes isso?

3) Os problemas matemáticos têm sempre solução?

Sim ☐ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

4) Já alguma vez resolveste um problema matemático com informação <u>a mais</u>?

Sim ☐ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

____

____

____

____

5) E problemas com informação <u>a menos</u>, já resolveste?

Sim ☐ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

____

____

____

____

Muito obrigada pela tua colaboração!

A Professora Estagiária Carla Cruz

Anexo C – Questionário Final

Questionário

Nome:____Data_______________

Gostava de saber a tua opinião sobre os problemas de matemática.

Lê com atenção as perguntas e responde exatamente o que pensas.

Estas questões não são para avaliação.

---

1) Gostas de resolver problemas?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?____

____

____

2) Os problemas matemáticos que o professor apresenta dão sempre para resolver?

Sim ☐ Não ☐

Porque dizes isso?

____

____

____

3) Os problemas matemáticos têm sempre solução?

Sim ☐ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

____

____

____

____

4) Já alguma vez resolveste um problema matemático com informação a mais?

Sim ☐ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

____

____

____

5) E problemas com informação a menos, já resolveste?

Sim ☐ Não ☐

Escreve um exemplo de um problema.

____

____

____

6) Gostaste de resolver os problemas que a Professora Carla apresentou?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?____

____

____

7) O que aprendeste com eles?

____

____

____

Muito obrigada pela tua colaboração!

A Professora Estagiária Carla Cruz

Anexo D – Pedido de Autorização

Caro Encarregado de Educação,

No âmbito do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico pretendo realizar um estudo na área curricular de Matemática, envolvendo a resolução de problemas, com o grupo de alunos em que o seu educando se insere. Para a concretização do estudo é necessário efetuar registos áudio e fotográfico do seu educando, para a recolha de evidências. Por esta razão solicito-lhe a sua autorização para os fazer.

Nesta investigação, a identidade do seu educando será sempre confidencial, tendo só como finalidade a análise qualitativa dos dados recolhidos.

Estou disponível para qualquer esclarecimento adicional, respondendo a questões e dúvidas que possam surgir relativamente a esta situação.

Muito obrigada pela atenção.

A Professora Estagiária Carla Cruz

Viana do Castelo, 26 de novembro de 2012

Eu, ____, Encarregado de Educação do aluno ____, autorizo que sejam efetuados registos áudio e fotográficos do trabalho desenvolvido pelo meu educando.

Assinatura: ____

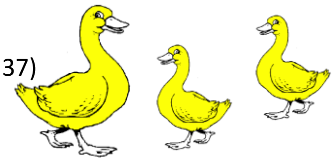
Data: ____

Anexo E – Ficha de Problemas

Ficha de Resolução de Problemas

Nome:____**Data:**_____________

1) O Rui e a Alice contaram os seus patos. Eles tinham 48 patos, mas venderam 23 na feira. Quantos patos têm, agora, o Rui e a Alice?
(Adaptado de Pasta Mágica – Manual de Matemática 3º ano, p.37)



2) A Gata Borralheira tem 3€ no bolso esquerdo e 7€ no bolso direito. Que idade tem a Gata Borralheira?
(Adaptado de Costa, 1990)

3) Três agricultores compararam as suas plantações de alfaces.
(Adaptado de Pasta Mágica – Manual de Matemática 3º ano, p.37).

a) Quantas alfaces plantou cada agricultor?

b) Quem plantou mais alfaces? Explica a tua resposta.

4) O Senhor Manuel é o responsável pelo registo do número de adeptos que assistem aos jogos de futebol do estádio da sua cidade aos fins de semana. Este é o registo referente ao mês de junho:
(Adaptado de Stancanelli, 2001)

Adeptos no mês de junho	
1º Sábado	12525
1º Domingo	22086
2º Sábado	13467
2º Domingo	34558
3º Sábado	8604
3º Domingo	33421
4º Sábado	11305
4º Domingo	25660

a) Quantos bilhetes foram vendidos no primeiro fim de semana?

b) Em que fim de semana o estádio recebeu o maior número de adeptos?

c) Quantos fins de semana teve o mês de junho?

5) Num campo colheram-se 550kg de batatas e 400kg de cebolas.
Quantos quilos de maçãs foram colhidos?
(Adaptado de Costa, 1990).

6) Acrescenta uma alínea/informação a um problema à tua escolha e justifica a tua escolha.

Anexo F – Problemas Propostos

Num Centro Escolar existem 86 alunos e 10 professores. Todos os dias cada uma destas pessoas come três maçãs. Hoje estão a faltar 11 alunos.

Quantas maçãs o fornecedor tem de deixar para a semana inteira (5 dias)?

No centro comercial VianaShopping estavam, na loja de bijuteria, as 13 amigas da Joana e as 7 amigas da Andreia.

Quantas pessoas estão no centro comercial?

O Ricardo, que tem 12 anos, gosta muito de brincar com o irmão que tem menos 6 anos que ele. Numa manhã de segunda-feira, pelas 9 horas, os dois irmãos pegaram nas 5 bolas que tinham e foram brincar para a praia. Durante a brincadeira, uma forte onda arrastou para o alto mar 2 bolas.

Quantas bolas tinham os irmãos?

Quando foi ao supermercado, a Patrícia comprou: 8kg de bananas, 4kg de melão, 1 pacote de bolachas de chocolate, 15 pacotes de batatas fritas.

Que quantidade de fruta comprou?

A mãe da Francisca comprou 20 metros de tecido a 14€ o metro.

Quantos quilómetros percorreu a mãe da Francisca?

Anexo G – Trabalho com problemas de dados a menos

Interpretações dos Problemas Impossíveis

Formulação de Problemas Impossíveis

Reformulações de Problemas Impossíveis

Comparação entre reformulações

Interpretações dos Problemas Impossíveis

Interpretações e respostas para o problema:

Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. Que idade tem o pastor?

Depois de lido em voz alta por um aluno, o mesmo procedeu à explicação do seu raciocínio. Em seguida, outros alunos apresentaram o seu raciocínio.

A12: Eu pensei que 35 carneiros mais as 12 cabras dá 47.
Professora: Porquê que usaste a adição?
A12: Porque os 35 carneiros mais as 12 cabras que há no rebanho dá 47 animais no rebanho.
Professora: Que resposta deste, então, ao problema?
A12: O pastor tem 47 anos de idade.
Professora: Toda a gente que respondeu a este problema pensou desta maneira?
A7, A9, A14 e A15: Sim! (10/12/2012) Esta resposta foi confirmada com a minha apreciação das respetivas tiras.

Mais uma vez estamos perante interpretações acríticas dos enunciados matemáticos, onde os alunos operaram, automaticamente, com os dados, apresentando uma resposta, errada, para o problema.

Interpretações e respostas para o problema:

A Gata Borralheira tem 10 pinhões na mão direita e 3 nozes na mão esquerda. Qual é a idade da Gata Borralheira?

A7: Eu respondi 13. Peguei nos 10 pinhões que ela tinha numa mão mais as 3 nozes que tinha na mão esquerda e conclui que a Gata Borralheira tem 13 anos.
A15: Eu também pensei assim!
A9: Eu também!
A14: Eu também.
A12: Eu também. Somei os 10 pinhões às 3 nozes e deu-me os 13 anos.
A13: A mim deu 30 anos. Eu fui buscar os 10 pinhões e multipliquei por 3 nozes, porque… não sei explicar porque razão multipliquei”. (10/12/2012)

Aqui estão apresentadas mais interpretações acríticas do enunciado do problema.

Interpretações e respostas para o problema:

No jardim do Pai Natal havia uma laranjeira com 350 laranjas. O vento deitou ao chão um quarteirão. Quantos metros tem de altura a laranjeira?

A16: Eu respondi 325 porque 350 laranjas menos um quarteirão, que são 25 laranjas, dava o total de 325 metros de altura.

A6: Eu também pensei assim!

A10: Eu também!

A8: Eu também.

A2: A mim deu-me 225, mas porque me enganei. Em vez de tirar 25 às 350, tirei a 250. Enganei-me. (10/12/2012)

Mais uma vez, a interpretação acrítica do enunciado está aqui evidenciada.

Formulação de Problemas Impossíveis

Aluno	Formulação de um problema impossível
A10	"Eu fui ao Continente comprar 30 calças e 40 camisolas. O que comi ao almoço?"
A9	"Eu comprei 19 balões e 20 chocolates. Quantos anos tem o meu irmão?"
A5	"O João comeu 15 peras e a Joana comeu 20 maçãs. Quantos anos tem o Filipe?"
A6	"A Carolina foi às compras e comprou 10 batatas para a sua irmã Leonor. Quantas batatas vai precisar para o almoço?"
A15	"A Mariana fez 20 queques para a sua família e fez duas jarras de limonada. Quantos anos tem a Mariana?"
A3	"Numa quinta havia 25 gansos e 4 galinhas. Quantos anos tenho eu?"
A16	"O Alfa, chefe dos lobos, matou 7 galinhas e 6 lebres. Quanto milho plantou o agricultor?"
A7	"A Carolina tem 20 árvores, 10 gralhas e 4 ramos. Quantos picos tem as 20 árvores?"
A13	"Numa casa existe uma pessoa que pesa 30 quilos e outra 40 quilos. Quantos metros tem a casa?"
A17	"Num hotel há 15 pessoas num quarto e noutro quarto estão outras 15. Quantas pessoas há no hotel nos 5 quatros?".
A11	Este aluno faltou à escola nesta data.

Reformulações de Problemas Impossíveis

Problema Inicial	Aluno	Reformulações
Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. Que idade tem o pastor?	A15	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. A idade do pastor é o dobro do total dos animais menos 2 anos. Que idade tem o pastor?" (35+12=47; 2x47=94; 94-2=92; O pastor tem 92 anos).
	A7 A9 A12	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O total de animais que o pastor tem corresponde à sua idade. Que idade tem o pastor?" (35+12=47; O pastor tem 47 anos).
	A11	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O triplo do total de animais do pastor corresponde à sua idade. Que idade tem o pastor?" (35+12=47; 3x47=141; O pastor tem 141 anos).
	A14	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O total de animais menos 15 corresponde à idade do pastor. Que idade tem o pastor?" (35+12=47; 47-15=32; O pastor tem 32 anos).
A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Que idade tem a mãe do João Ratão?	A3	"A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. A idade da Mãe do João Ratão é o dobro dos 15€. Que idade tem a Mãe do João Ratão?" (2x15=30; A mãe do João Ratão tem 30 anos).
	A13	"A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. A oitava parte gasta na compra do tecido corresponde à idade da Mãe do João Ratão. Que idade tem a Mãe do João Ratão?" (3x15=45; 45:8=5; A mãe do João Ratão tem 5 anos.)
	A4	"A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Ela tem menos 15 anos que o valor pago pelo tecido. Que idade tem a Mãe do João Ratão?" (3x15=45; 45-15=30; A mãe do João Ratão tem 30 anos).
	A1	"A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. A idade da Mãe do João Ratão é o dobro do dinheiro gasto na compra do tecido. Que idade tem a mãe do João Ratão?" (3x15=45; 2x45=90; A mãe do João Ratão tem 90 anos).
A Capuchinho Vermelho comprou 10 kg de laranjas ao preço de 2€ o kg. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?	A16	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O quarto do total corresponde à idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (2x10=20; 20:4=5; A Capuchinho Vermelho tem 5 anos).
	A10	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. A idade da Capuchinho Vermelho é o dobro do dinheiro gasto na compra das laranjas. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (2x10=20; 2x20=40; A Capuchinho Vermelho tem 40 anos).
	A8	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O dobro de 14 acrescentado ao total de dinheiro gasto na compra das laranjas corresponde à idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (2x10=20; 20+28=48; A Capuchinho Vermelho tem 48 anos.)
	A2	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilo de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O total do dinheiro gasto corresponde à sua idade. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (2x10=20; A Capuchinho Vermelho tem 20 anos).
	A6	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O total de dinheiro gasto corresponde à metade da idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?"

Comparação entre reformulações

	Aluno	2ª Reformulação	1ª Reformulação	Comentário
	A8	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O total de dinheiro gasto menos quinze corresponde à idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (A Capuchinho Vermelho tem 5 anos).	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O dobro de 14 acrescentado ao total de dinheiro gasto na compra das laranjas corresponde à idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?"	O aluno mostra criatividade ao reformular o mesmo enunciado de maneira diferente. A fluência e flexibilidade destacam-se com a apresentação de diferentes soluções para o mesmo problema.
	A2	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. Se ao dobro do dinheiro gasto adicionarmos mais 1 valor descobrimos a sua idade. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (A Capuchinho Vermelho tem 41 anos).	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilo de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O total do dinheiro gasto corresponde à sua idade. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?"	Embora o aluno evidencie fluência, pelas reformulações distintas, a originalidade não foi bem empregue, pois são exemplos básicos.
	A10	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O dobro do dinheiro gasto corresponde à idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (A Capuchinho Vermelho tem 40 anos).	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. A idade da Capuchinho Vermelho é o dobro do dinheiro gasto na compra das laranjas. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?"	Este aluno não mostrou ser fluente, visto que apresentou a mesma ideia em ambas as reformulações.
	A6	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O dobro do dinheiro que a Capuchinho Vermelho gastou corresponde à sua idade. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?" (A Capuchinho Vermelho tem 40 anos).	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. O total de dinheiro gasto corresponde à metade da idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?"	Embora o aluno evidencie fluência, pelas reformulações distintas, a originalidade não foi bem empregue, pois são exemplos básicos.
	A16	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas ao preço de 2€ o quilo. Ela tem de idade o dobro do resultado mais meia dúzia.	"A Capuchinho Vermelho comprou 10 quilos de laranjas	O aluno mostra criatividade ao reformular o

		Que idade tem a capuchinho Vermelho?" (A Capuchinho Vermelho tem 46 anos).	ao preço de 2€ o quilo. O quarto do total corresponde à idade da Capuchinho Vermelho. Que idade tem a Capuchinho Vermelho?"	mesmo enunciado de maneira diferente.
	A12	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O pastor tem de idade o dobro do número de animais do seu rebanho. Que idade tem o pastor?" (O pastor tem 94 anos).	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O total de animais que o pastor tem corresponde à sua idade. Que idade tem o pastor?"	O aluno mostra criatividade ao reformular o mesmo enunciado de maneira diferente.
	A14	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O pastor tem tantos anos como o número de animais vezes 10 e menos 300. Que idade tem o pastor?" (O pastor tem 170 anos).	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O total de animais menos 15 corresponde à idade do pastor. Que idade tem o pastor?"	O aluno mostra criatividade ao reformular o mesmo enunciado de maneira diferente.
	A11	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O triplo do total de animais menos 10 corresponde à idade do pastor. Que idade tem o pastor?" (O pastor tem 131 anos).	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O triplo do total de animais do pastor corresponde à sua idade. Que idade tem o pastor?"	Este aluno não mostrou ser fluente, visto que apresentou a mesma ideia em ambas as reformulações.
	A9	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O número total de animais corresponde à idade do pastor. Que idade tem o pastor?" (O pastor tem 47 anos).	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O total de animais que o pastor tem corresponde à sua idade. Que idade tem o pastor?"	Este aluno não mostrou ser fluente, visto que apresentou a mesma ideia em ambas as reformulações.
	A7	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O número de animais do rebanho corresponde à idade do pastor. Que idade tem o pastor?" (O pastor tem 47 anos).	"Um rebanho tem 35 carneiros e 12 cabras. O total de animais que o pastor tem corresponde à sua idade. Que idade tem o pastor?"	Este aluno não mostrou ser fluente, visto que apresentou a mesma ideia em ambas as reformulações.
	A12	"A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Ela tem de idade o dobro de quinze anos mais a quinta parte do dinheiro que gastou. Que idade tem a Mãe do João Ratão?" (A mãe do João Ratão tem 39 anos).	Não fez TPC.	
	A4	"A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Ela tem de idade a 5ª parte do dinheiro que gastou mais o dobro de 15 anos. Que idade tem a mãe do João Ratão?" (A mãe do João Ratão tem 39 anos.)	"A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. Ela tem menos 15 anos que o valor pago pelo tecido. Que	O aluno mostra criatividade ao reformular o mesmo enunciado de maneira

			idade tem a Mãe do João Ratão?”	diferente.
	A1	“A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. O dinheiro gasto com a compra do tecido mais o dobro de 10 corresponde à idade da Mãe do João Ratão. Que idade tem a Mãe do João Ratão?” (A Mãe do João Ratão tem 65 anos).	“A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. A idade da Mãe do João Ratão é o dobro do dinheiro gasto na compra do tecido. Que idade tem a mãe do João Ratão?”	O aluno mostra criatividade ao reformular o mesmo enunciado de maneira diferente.
	A3	“A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. A idade da Mãe do João Ratão é o dobro do dinheiro gasto na compra do tecido. Que idade tem a Mãe do João Ratão?” (A mãe do João Ratão tem 90 anos).	“A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. A idade da Mãe do João Ratão é o dobro dos 15€. Que idade tem a Mãe do João Ratão?”	O aluno mostra criatividade ao reformular o mesmo enunciado de maneira diferente.
	A13	“A Mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. O total de dinheiro gasto mais 70 corresponde à idade da Mãe. Que idade tem a Mãe do João Ratão?” (A Mãe do João Ratão tem 115 anos).	“A mãe do João Ratão comprou 3 metros de tecido a 15€ o metro. A oitava parte gasta na compra do tecido corresponde à idade da Mãe do João Ratão. Que idade tem a Mãe do João Ratão?	O aluno mostra criatividade ao reformular o mesmo enunciado de maneira diferente.
	A4	“No campo da Bruxa colheram-se 900 quilos de batatas e 200 quilos de feijão. A Bruxa recolheu mais 32 litros de vinho que o total de quilos colhidos. Quantos litros de vinho colheu a Bruxa?” (A Bruxa colheu 1132 litros).		
	A1	“No campo da Bruxa colheram-se 900 quilos de batatas e 200 quilos de feijão. O total de quilos colhidos corresponde ao dobro de litros de vinho que também foram recolhidos. Para saber a quantidade total de litros recolhidos devemos ainda somar os 45 quilos de couves. Quantos litros de vinho colheu a Bruxa?” (A Bruxa colheu 545 litros de vinho).		
	A3	“No campo da Bruxa colheram-se 900 quilos de batatas e 200 quilos de feijão. O total de quilos recolhidos corresponde à metade de litros de vinho que também foram recolhidos. Quantos litros de vinho colheu a Bruxa? (A Bruxa colheu 2200 litros de vinho).		
	A14	“A Gata Borralheira tem 10 pinhões na mão direita e 3 nozes na mão esquerda. O quíntuplo do total de coisas que tem na mão corresponde à sua idade. Que idade tem a Gata Borralheira?” (A Gata Borralheira tem 65 anos).		
	A9	“A Gata Borralheira tem 10 pinhões na mão direita e 3 nozes na mão esquerda. O total de		

		frutos que tem nas mãos corresponde à idade da Gata Borralheira. Que idade tem a Gata Borralheira?" (A Gata Borralheira tem 13 anos).
	A7	"A Gata Borralheira tem 10 pinhões na mão direita e 3 nozes na mão esquerda. O produto entre os pinhões e as nozes corresponde à idade da Gata Borralheira. Que idade tem a Gata Borralheira?" (A Gata Borralheira tem 30 anos).
	A13	"A Gata Borralheira tem 10 pinhões na mão esquerda e 3 nozes na mão esquerda. O dobro desta soma corresponde à sua idade. Que idade tem a Gata Borralheira?" (A Gata Borralheira tem 26 anos).
	A8	"No jardim do Pai Natal havia uma laranjeira com 350 laranjas. O vento deitou ao chão um quarteirão. O número de laranjas que ficaram corresponde à altura da laranjeira em metros. Que altura tem a laranjeira?" (A laranjeira tem 325 metros).
	A2	"No jardim do Pai Natal havia uma laranjeira com 350 laranjas. O vento deitou ao chão um quarteirão. A laranjeira mede menos 8 quarteirões que as laranjas que ficaram na laranjeira. Quantos metros de altura tem a laranjeira?" (A laranjeira tem 125 metros de altura).
	A10	"No jardim do Pai Natal havia uma laranjeira com 350 laranjas. O vento deitou ao chão um quarteirão. O número de laranjas que ficaram na laranjeira correspondem à sua altura em metros. Quantos metros tem de altura a laranjeira?" (A laranjeira tem 325 metros de altura).
	A11	"No jardim do Pai Natal havia uma laranjeira com 350 laranjas. O vento deitou ao chão um quarteirão. O número de laranjas que ficou na laranjeira corresponde à sua altura em metros. Quantos metros altura tem a laranjeira?"
	A6	"No jardim do Pai Natal havia uma laranjeira com 350 laranjas. O vento deitou ao chão um quarteirão. A quinta parte das laranjas que ficaram na laranjeira corresponde aos metros de altura que ela tem. Quantos metros de altura tem a laranjeira?" (A laranjeira tem 65 metros de altura).
	A16	"No jardim do Pai Natal havia uma laranjeira com 350 laranjas. O vento deitou ao chão um quarteirão. A laranjeira mede menos 3 centenas que as laranjas que ficaram na árvore. Quantos metros de altura tem a laranjeira?" (A laranjeira tem 25 metros).

Anexo H – Problemas resolvidos

O Ricardo, que tem 12 anos, gosta muito de brincar com o irmão que tem menos 6 anos que ele. Numa manhã de segunda-feira, pelas 9 horas, os dois irmãos pegaram nas 5 bolas que tinham e foram brincar para a praia. Durante a brincadeira, uma forte onda arrastou para o alto mar 2 bolas.

Quantas bolas tinham os irmãos?

R: Os dois irmãos tinham 5 bolas.

No centro comercial VianaShopping estavam, na loja de bijuteria, as 13 amigas da Joana e as 7 amigas da Andreia.

Quantas pessoas estão no centro comercial?

R: É um problema impossível de resolver, porque o enunciado é diferente da pergunta.
Porque não há dados suficientes para responder à pergunta do problema.

No Centro Escolar existem 86 alunos e 10 professores. Todos os dias cada uma destas pessoas come três maçãs. Hoje estão a faltar 11 alunos.

Quantas maçãs o fornecedor tem de deixar para a semana inteira (5 dias)?

- 86 alunos
- 10 professores
- 3 maçãs
- faltam 11 alunos

86 + 10 = 96
96 × 3 = 288
288 × 5 = 1440

R: O fornecedor tem de deixar para a semana inteira 1440 maçãs.

A mãe da Francisca comprou 20 metros de tecido a 14€ o metro.

Quantos quilómetros percorreu a mãe da Francisca?

O problema é impossível de fazer porque tem poucos dados.

Quando foi ao supermercado, a Patrícia comprou: 8kg de bananas, 4kg de melão, 1 pacote de bolachas de chocolate, 15 pacotes de batatas fritas.

Que quantidade de fruta comprou?

Dados
- 8k bananas
- 4k melão
- 1 pacote de bolachas
- 15 pacotes de batatas fritas.

12k de fruta

R: Comprou 12k de fruta.

Anexo I – Ordem de apresentação dos problemas formulados

Grupo que apresenta	Comentário relativo à formulação	Grupo que responde	Comentário relativo à interpretação
Grupo 1: "O Gonçalo tem 9 galinhas, 12 cavalos, 8 tartarugas, 20 coelhos, 2 galos e 86 porcos. O que comeu o Gonçalo ao almoço?"	Aqui está o exemplo de um enunciado formulado que, apesar de apresentar muitos dados, é um problema com dados a menos, pois com eles é impossível responder à pergunta. Os alunos foram bastante criativos na sua formulação. Souberam aplicar as componentes que definem a criatividade: flexibilidade e originalidade (Vale e colaboradores (2012).	Grupo 5: "Este problema é impossível de resolver porque não tem dados suficientes para responder à pergunta; este problema fala nos animais que o Gonçalo tem e depois a pergunta diz o que comeu o Gonçalo ao almoço e, por isso, o problema não tem dados suficientes para responder".	O grupo 5 conseguiu efetuar uma interpretação crítica do enunciado do problema, culminando numa resposta correta. O mesmo comporta-mento foi observável nos outros grupos, que também interpretaram o enunciado criticamente.
Grupo 5: "O José é um menino com 5 anos que acorda às 10 horas. Hoje o José levou para a escola 86 berlindes, 2 bolas, 1 computador, 5 carrinhos e 3 puzzles. Num jogo perdeu 9 berlindes e no outro ganhou 8 berlindes. Quantos anos tem a mãe do José?"	Pelas suas caraterísticas, este também é um problema bastante criativo, que envolve vários dados diferentes, mas com uma associação credível entre eles, tendo em conta o objetivo da formulação do problema.	Grupo 2: "Este problema é impossível porque tem dados a menos; o problema pergunta quantos anos tem a mãe do José e no enunciado não falava em nada que nos possa dizer a idade da mãe dele".	Este grupo, bem como todos os outros, interpretaram criticamente o enunciado, atribuindo-lhe uma resposta correta.
Grupo 2: "A Bony acordou às 8 horas da manhã para ir acordar os seus 6 irmãos. Foi tomar o pequeno almoço e cada um dos 7 irmãos comeu 86 cereais. Demoraram cerca de	Este é, sem dúvida, um dos problemas mais criativos encontrados na turma. A diversidade de ideias e contextos associados entre	Grupo 4: "Ao todo os 7 irmãos comeram 602 cerais. Nós multiplicamos os 7 irmãos pelos 86 cereais que cada um comeu."	O G4, bem como os restantes, interpretaram criticamente o enunciado do problema, apresentando a resposta

20 minutos e 14 segundos a tomarem o pequeno almoço. Foram buscar as suas 15 bolas e, de imediato, foram ter com o seu tio treinador de vela. Entraram para o barco de apoio e começaram a atirar bolas para a água para os barcos à vela apanharem. Ao todo quantos cereais comeram os 7 irmãos?”	si faz levar a crer que se trata de um problema deveras complexo. Contudo, interpretado criticamente, é possível identificar apenas a informação relevante para a pergunta. De facto a flexibilidade e originalidade estão empregues nesta formulação.		correta.
<u>Grupo 4:</u> “Na festa de Carnaval do Centro Escolar há 86 alunos e 7 professores. Cada aluno tinha uma máscara e um fato carnavalesco. A festa realizou-se no dia 14 de fevereiro às 20 horas. Nesse dia faltaram 10 alunos (5 meninas e 5 meninos). Cada aluno tinha de trazer 5 amigos. Ao todo quantos amigos haviam na festa?”	O objetivo foi concretizado, visto que o grupo formulou um problema com dados a mais onde, entre eles, se encontrava informação relevante para responder ao problema. Os alunos também mostraram criatividade ao associarem as várias ideias.	<u>Grupo 3:</u> “Fomos aos 86 alunos, os que haviam na escola, e tiramos os 10 que faltaram no dia e deu-nos 76 alunos. Depois multiplicamos os 76 por 5 e deu 380 amigos”	Mais uma vez, a interpretação crítica esteve presente em todos os grupos durante a leitura e compreensão do enunciado, bem como na execução e verificação do plano.
<u>Grupo 3:</u> “O Ricardo tinha 13 bolas de futebol, 15 moedas e 20 bolas de ping-pong. Certo dia, ele foi brincar com o Flávio e o Gonçalo ao ping-pong e o Ricardo ganhou. O Flávio e o Gonçalo perderam 8 bolas de ping-pong. Com quantas bolas ficaram o Flávio e o Gonçalo?”	Pela forma como o problema foi formulado dá a entender que se trata de um problema com dados a mais. É, de facto, um problema dotado de criatividade, pelas várias ideias que se encontram associadas entre si.	Circulando junto dos grupos, reparei que o G2, G4 e G5 não estavam a responder corretamente à pergunta. Já o G1 tinha a sua resposta correta. Com isto, decidi “brincar” com o sorteio e retirar, propositadamente, o cartão G4. <u>Grupo 4:</u> “Fomos às 20 bolas de ping-pong e tiramos as 8 bolas que eles perderam e deu-nos 12”. Como a resposta estava errada, sorteei outro grupo. <u>Grupo 2:</u> “Nós respondemos igual ao grupo 4, pois às 20 bolas tiramos 8 e deu 12”. <u>Grupo 5:</u> “Nós fomos às 13 bolas e tiramos 8. O Flávio e o Gonçalo ficaram com 5 bolas.” Apresentadas as respostas erradas	As respostas dos grupos 2, 4 e 5 mostram a aplicação de uma interpretação acrítica do enunciado do problema. O G1, além dos autores do problema, foi o único que realizou uma interpretação crítica ao

		destes grupos sorteei, por fim, o G1. Grupo 1: "Este problema é impossível de resolver porque os dados são insuficientes para responder à pergunta".	problema, apresentando a resposta correta.

Anexo J – CD

Material elaborado ao longo da Prática de Ensino Supervisionada II