INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB
- Matemática e Ciências Naturais

Uma abordagem às isometrias através de um trilho matemático: um estudo no 6º ano de escolaridade

Diana da Rocha Soares

Escola Superior de Educação

2019

Instituto Politécnico
de Viana do Castelo

Diana da Rocha Soares

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB
- Matemática e Ciências Naturais

Uma abordagem às isometrias através de um trilho matemático: um estudo no 6º ano de escolaridade

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Ana Barbosa

novembro de 2019

AGRADECIMENTOS

Durante este percurso tive a oportunidade de me cruzar com pessoas incríveis que me acompanharam e apoiaram para que esta caminhada chegasse ao fim com sucesso. Por este motivo não poderia acabar esta etapa sem agradecer e manifestar a importância que estas pessoas significaram para mim.

Em primeiro lugar gostaria de agradecer a Doutora Ana Barbosa, enquanto minha orientadora, por toda a dedicação, atenção, paciência, disponibilidade e apoio dado na realização do presente relatório.

A todos os professores que tive o prazer de conhecer e que me acompanharam ao longo do todo o percurso académico na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.

Aos Professores Cooperantes pela forma como me fizeram crescer enquanto profissional ao longo desta caminhada.

A todos os meninos e meninas com quem tive sorte de me cruzar, obrigada por me ensinarem a crescer como profissional.

A pessoa que esteve sempre ao meu lado nesta longa caminha, Margarida. Sabes perfeitamente que sem ti esta viagem não teria sido a mesma coisa. A tua forma de ser, persistente, organizada, empenhada, carinhosa, fez com que te tornasses um dos meus maiores apoios neste percurso. Obrigada por tudo de coração, obrigada por me acompanharas a todo lado, até à Espanha.

À Cátia, companheira para desabafar, que nunca falhou quando precisei. Obrigada por estares sempre presente, obrigada pelos gelados e pelas caminhadas. Obrigada prima, por tudo!

À Mariana, a minha açoriana, obrigada por toda a energia positiva que me transmitiste ao longo deste percurso. Sei que és uma pessoa que vou levar para a vida, apesar da distância. Obrigada minha Mary por tudo!

À Catarina por essa loucura, por todas as horas de estudo, por todas as noitadas, por todos os cafés. Obrigada por estares sempre, sempre presente!

Ao Álvaro, parceiro de todos os momentos, obrigada por teres a capacidade de me acalmar nos piores momentos. Obrigada por acreditares em mim, à tua maneira. Obrigada por tudo!

À todos os meus amigos, em especial, ao Tiago, Filipa, Dani, Renata, por me acompanharem de certa forma neste percurso. Obrigada pela força pessoal!

À minha madrinha, Andreia, por me acolheres, acompanhares, protegeres e ajudares. Obrigada, este percurso não teria sido igual sem ti!

As minhas parceiras de Mestrado, Manuela, Sílvia e Nádia por todo o carinho e apoio dado nesta última etapa. Obrigada por terem estado comigo.

A toda a minha família que me acompanhou no meu percurso, transmitindo o apoio necessário para concluir esta etapa. Obrigada a todos.

Por último, mas não menos importante, um agradecimento muito especial aos meus pais, Florbela Viana e Noe Soares, por toda a paciência, ajuda e carinho incondicional. Obrigada pela confiança depositada em mim ao longo destes 5 anos e pelos conselhos fundamentais que sempre me proporcionaram. A vós dedico este trabalho como uma recompensa do tudo o que fizeram por mim.

RESUMO

Este relatório foi desenvolvido no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada no curso de Mestrado em Ensino do 1º CEB e de Matemática e Ciências no 2º CEB. Encontra-se dividido em três partes: na primeira são enquadrados os contextos educativos nos quais decorreram as intervenções didáticas e é feita uma breve descrição do percurso realizado pelas diferentes áreas disciplinares; na segunda é apresentado o estudo realizado no 2.º CEB âmbito da Matemática; e, na última é apresentada uma reflexão final sobre todas as experiências que a Prática de Ensino Supervisionada proporcionou.

O estudo que se apresenta na segunda parte foi realizado na área da Matemática, com uma turma do 6º ano de escolaridade, formada por 20 alunos. Pretendia-se compreender o contributo de um contexto educativo não formal como um trilho matemático para a aprendizagem das isometrias no 6º de escolaridade. Neste sentido, foram formuladas duas questões orientadoras: (1) Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias num trilho matemático?; (2) Que atitudes evidenciam na realização de um trilho matemático?

Optou-se por uma metodologia de investigação de natureza qualitativa num design de estudo caso. Assim, o estudo incidiu, de forma mais focada, em dois grupos-caso, criteriosamente selecionados. Os dados analisados foram recolhidos através de diferentes fontes, nomeadamente notas de campo, observações, registos escritos, fotografias, vídeos, entrevistas e questionários.

A análise dos dados permitiu concluir que a realização do Trilho Matemático proporcionou a possibilidade de consolidar e aplicar os conhecimentos, no âmbito das isometrias, trabalhados nas aulas. Globalmente, quer a turma, quer os grupos caso evidenciaram um bom desempenho na resolução das tarefas. Apesar disso, os alunos mostraram dificuldades em conseguir compreender alguns enunciados, em identificar a utilidade de algumas isometrias e descrever/caracterizar as isometrias. Quanto ao trabalho de grupo, os alunos colaboram, desenvolvendo assim a entreajuda e o espírito crítico. Ao nível das atitudes, de uma forma geral, perceberam aspetos de utilidade de matemática, mostraram motivação e interesse na resolução das tarefas e autoconfiança. Destaca-se, no entanto, uma situação de insegurança e nervosismo, mas que foi gradualmente ultrapassado pelo trabalho colaborativo.

Palavras-chave: Geometria; Isometrias; Trilho Matemático; Desempenho; Atitudes.

ABSTRACT

This report was developed in the context of the Supervised Teaching Practice in the Masters Course in the Teaching of the 1^{st} Cycle and Mathematics and Sciences in the 2^{nd} Cycle of Primary Education. It is divided into three parts: the first one frames the educational contexts in which the didactic interventions took place and gives a brief description of the route carried out in the different disciplinary areas; the second presents the study carried out in the 2^{nd} cycle of Basic Education in the field of Mathematics; and, in the latter, a final reflection is made on all the experiences that the Supervised Teaching Practice has provided.

The study presented in the second part was carried out in the area of Mathematics, with the 6^{th} class grade, formed by 20 students. It was intended to understand the contribution of a non-formal educational context as a math trail for the learning of isometries in the 6^{th} grade. In this sense, two guiding questions were formulated: (1) How do we characterize the students' performance when solving tasks on isometries on a math trail? ; (2) What attitudes are highlighted in the realization of the math trail?

A qualitative research methodology following a case study design. Therefore, the study focused on two case groups, carefully selected. The analyzed data was collected from different sources, including field notes, observations, written records, photographs, videos, interviews and questionnaires.

The data analysis allowed to conclude that the realization of the Math Trail enabled the possibility of consolidating and applying knowledge, within the scope of isometries, worked in the classes. Globaly, the class as well as the case grups showed a good performance when solving the tasks. Nevertheless, they showed difficulties in understanding one or another task, in determining the utility of some isometries and describing and characterizing the isometries. As for the group work, the students cooperated, thus developing their teamwork abilities as well as their critical thinking. Regarding the attitudes, in a general way, they were able to understand the usefullness of mathematics, they showed motivation and interest in solving the tasks as well as self-

confidence. Neverthless, a momento f insecurity and nervousness stood out, but this was gradual overcomed by the teamwork.

Keywords: Isometries; Math Trail; Performance; Attitudes.

Índice

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE QUADROS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE TABELAS

ABREVIATURAS

CEB - Ciclo de Ensino Básico

DGE - Direção Geral de Educação

ICE - Intervenção em Contexto Educativo

INE - Instituto Nacional de Estatística

ME – Ministério de Educação

MEC – Ministério de Educação e Ciências

NCTM –National Council of Teachers of Mathematics

NEE – Necessidades Educativas Especiais

PES – Prática de Ensino Supervisionada

PMEB – Programa de Matemática do Ensino Básico

INTRODUÇÃO

Este relatório procura ilustrar o trabalho desenvolvido no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada (PES), unidade curricular que integra o segundo ano do curso de Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico. O documento encontra-se organizado em três partes que correspondem ao enquadramento da PES, à apresentação do estudo realizado no 2º do Ensino Básico na área da Matemática e à reflexão final sobre o percurso realizado ao longo da PES.

A primeira parte é alusiva à caracterização dos contextos onde decorreu a PES e está dividida em dois capítulos. No primeiro é apresentada a caracterização do contexto educativo do 1º CEB e uma breve descrição do percurso nas áreas de intervenção. No segundo capítulo é enquadrado o contexto educativo do 2º CEB e são detalhadas as intervenções nas áreas da Matemática e das Ciências Naturais.

A segunda parte refere-se ao trabalho de investigação desenvolvido numa turma do 2º CEB, cuja finalidade era compreender o contributo de um contexto educativo não formal como um trilho matemático para a aprendizagem das isometrias no 6º ano de escolaridade. Esta parte do relatório encontra-se organizada em seis capítulos: *Introdução,* onde se justifica a relevância do estudo e se apresenta o problema e as questões orientadoras da investigação; *Fundamentação teórica,* onde são apresentadas diferentes ideias e perspetivas, sustentadas por vários autores e estudos empíricos, procurando discutir os principais aspetos que se relacionam com a temática em estudo; *Metodologia de investigação*, faz referência à opções metodológicas e todos os procedimentos adotados ao longo do estudo, particularmente os usados na recolha e análise de dados; *Sequência didática,* aqui é feita uma descrição pormenorizada das aulas de Matemática lecionadas e das escolhas relacionadas com a realização do trilho matemático; *Discussão dos resultados,* apresentação e interpretação dos principais resultados do estudo; e, por último, as *Conclusões,* onde são apresentadas as conclusões do estudo face às questões que o orientaram, refletindo ainda sobre as limitações e recomendações para futuras investigações.

Na terceira e última parte deste relatório apresenta-se a reflexão global da PES, onde se procura refletir sobre a importância das experiências vividas nos diferentes contextos e a sua importância para o meu futuro profissional.

PARTE I – ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Nesta parte do relatório apresenta-se a caracterização dos contextos educativos onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada. Está subdividida em dois capítulos: o Capítulo I, alusivo à intervenção educativa no contexto do 1º Ciclo do Ensino Básico; e o Capítulo II, relativo à intervenção educativa no contexto do 2º Ciclo do Ensino Básico.

Capítulo I - Intervenção em Contexto Educativo I

1. Caracterização do contexto educativo do 1º Ciclo do Ensino Básico

Começa-se esta contextualização com uma breve descrição geográfica e sociológica em que a escola estava inserida. Seguidamente, passa-se à caracterização do agrupamento, da escola e da turma na qual a intervenção educativa se desenvolveu. Para finalizar, descreve-se o percurso da intervenção educativa e as diferentes áreas curriculares exploradas.

1.1. Caracterização do meio local

A intervenção em contexto educativo no 1º CEB decorreu numa escola básica situada no concelho de Viana do Castelo. Este concelho conta com uma área de, aproximadamente, 320 km^2 e, segundo os dados estatísticos apresentados pelo Instituto Nacional de Estatística (INE, 2014) tem cerca de 87570 habitantes. Viana do Castelo é a cidade atlântica mais a Norte de Portugal. Este concelho é atravessado pelo rio Lima e delimitado, a norte, pelo concelho de Caminha, a sul pelos concelhos de Barcelos e Esposende, a leste pelo concelho de Ponte de Lima e a oeste pelo Oceano Atlântico.

O meio local onde decorreu a prática no 1º CEB está situado numa freguesia deste concelho, que conta com 4865 habitantes e uma área de 11,22 km^2 . Nesta freguesia existem diferentes setores laborais, tais como: agricultura, pecuária, comércio, indústria e hotelaria. Existem, da mesma forma, diversas coletividades, entre elas, a Sociedade de Instrução, Recreio e Social, Grupo Etnográfico, Centro Social e Paroquial, Centro de Educação e Formação Profissional, entre outras.

1.2. Caracterização do agrupamento e da escola

A instituição onde decorreu a prática pertence a um agrupamento que integra três jardins de infância, cinco escolas básicas do 1º ciclo e uma escola básica do 2º e 3º ciclos, que acolhem aproximadamente 1201 alunos.

O centro escolar onde foi feita a PES, foi a primeira escola pública primária masculina da freguesia. Foi sofrendo alterações até que, em 1953, foi construído o edifício que hoje existe. Tem dois pisos, compostos por cinco salas de aula, uma biblioteca, uma sala de docentes, uma cozinha, dois refeitórios, uma despensa, uma arrecadação e instalações sanitárias. A parte exterior conta com um amplo espaço de cimento, bancos de jardim, árvores, um campo de futebol de terra batida, um cesto de basquetebol e uma horta.

O corpo docente desta escola era constituído, em 2018/2019, por um diretor, dez professores, sendo quatro deles titulares, três professoras do Ensino Especial, uma professora de música, uma professora do Grupo Etnográfico e uma professora da área das Expressões Plásticas. O corpo não docente era constituído por três funcionárias, um cozinheiro e uma ajudante de cozinha.

1.3. Caracterização da sala de aula

A intervenção decorreu numa sala ampla, com espaço suficiente e condições necessárias à realização das aulas, uma vez que estava equipada com um computador, um quadro interativo, um projetor e um quadro de giz, recursos bastante usados pela turma.

A Professora Cooperante optou por organizar os alunos em cinco grupos, distribuídos por diferentes conjuntos de mesas (Figura 1). Esta organização da sala foi adotada de forma a promover a concentração, a comunicação, a colaboração e a entreajuda entre os alunos.

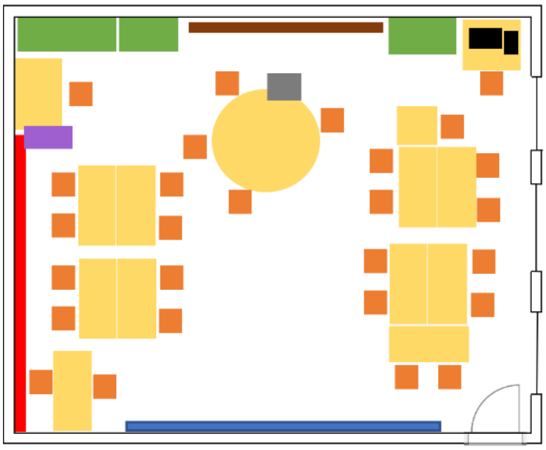


Figura 1: Disposição da sala de aula

Legenda:

	Mesas		Projetor
	Cadeiras		Ecopontos
	Quadro de giz		Computador
	Quadro interativo		Armário
	Placar de cortiça		

A sala contava ainda com dois armários, materiais dos alunos, mesas, cadeiras, uma secretária e cadeira destinadas ao professor, aquecedores e placares, onde estavam expostos trabalhos realizados pelos alunos.

1.4. Caracterização daturma

A intervenção em contexto educativo no 1º CEB (ICE I) desenvolveu-se numa turma do 1º ano de escolaridade. Este grupo era composto por vinte e dois alunos, oito dos quais do sexo feminino e catorze do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 6 e os 7 anos de idade.

Em geral, a turma apresentava alguma imaturidade em termos do comportamento, notando-se na tomada de iniciativa, na falta de concentração e no respeito pelos colegas. O maior problema observado foi a falta de autonomia e responsabilidade no momento de realizar as tarefas. Em contrapartida, estes alunos gostavam da escola e mostravam motivação para aprender e realizar as tarefas propostas. Era um grupo assíduo e pontual, à exceção de um aluno que chegava sempre atrasado, por motivos familiares. É importante destacar que a aquisição de conhecimentos se processava de forma lenta e, por vezes, com dificuldades. O grupo apresentava resultados inconstantes que espelhavam falhas nos hábitos de estudo.

A turma apresentava níveis de aprendizagem muito heterogéneos, já que todos os alunos exibiam diferentes níveis de conhecimento e ritmos de trabalho. Assim sendo, alguns necessitavam de apoio individualizado na realização das tarefas das várias áreas disciplinares. Salienta-se que três alunos apresentavam Necessidades Educativas Especiais (NEE), dois deles com fragilidades ao nível da atenção e o terceiro, diagnosticado com Síndrome de Autismo. Os alunos com NEE estavam integrados na turma com os outros alunos.

No que diz respeito ao horário da turma (Quadro 1), as disciplinas tinham uma carga horária que seguia a matriz curricular do 1º CEB. Todos os dias entravam às nove horas e saiam às quinze horas e trinta minutos, com intervalo da manhã de trinta minutos e intervalo do almoço de uma hora e meia.

<table>
<tr><th>TEMPOS</th><th>SEGUNDA</th><th>TERÇA</th><th>QUARTA</th><th>QUINT A</th><th>SEXTA</th></tr>
<tr><td>9h00 - 9h30</td><td rowspan="3">Matemática</td><td rowspan="3">Estudo do Meio</td><td rowspan="3">Matemática</td><td rowspan="2">Português</td><td rowspan="2">Português</td></tr>
<tr><td>9h30 - 10h00</td></tr>
<tr><td>10h00 - 10h30</td><td>Música</td><td rowspan="2">Atletismo</td></tr>
<tr><td>10h30 – 11h00</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>11h00- 11h30</td><td rowspan="3">Português</td><td rowspan="3">Matemática</td><td rowspan="3">Português</td><td>Música</td><td></td></tr>
<tr><td>11h30 – 12h00</td><td rowspan="2">Matemática</td><td rowspan="2">Apoio ao Estudo</td></tr>
<tr><td>12h00- 12h30</td></tr>
<tr><td>12h30 – 13h00</td><td colspan="5" rowspan="3">ALMOÇO</td></tr>
<tr><td>13h00- 13h30</td></tr>
<tr><td>13h30 – 14h00</td></tr>
<tr><td>14h00- 14h30</td><td rowspan="3">Exp. Artísticas (Artes Visuais)</td><td rowspan="3">Português</td><td rowspan="3">Exp. Artísticas (Educação Física)</td><td rowspan="3">Estudo do Meio</td><td rowspan="3">Matemática</td></tr>
<tr><td>14h30 – 15h00</td></tr>
<tr><td>15h00- 15h30</td></tr>
</table>

Quadro 1: Horário da turma do 1º ano

As aulas de Música e Atletismo eram lecionadas por professoras externas especializadas nas respetivas áreas, as restantes eram asseguradas pela Professora Cooperante e pelas Professoras Estagiárias. Apesar de existir um horário com as disciplinas definidas, tentou-se promover a interdisciplinaridade através das tarefas propostas.

A relação Aluno - Encarregado de Educação - Professor era adequada, havendo uma notória preocupação e atenção dos pais pela educação dos filhos. Todas as sextas feiras era enviada informação relativa ao comportamento de cada aluno ao respetivo encarregado de educação. No que respeita às habilitações dos encarregados de educação, destaca-se que a maioria apresentava o ensino secundário, tal como se pode observar no gráfico 1.

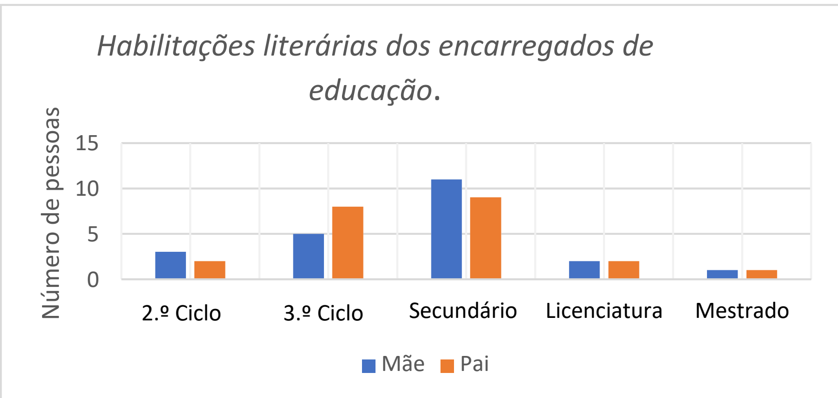


Gráfico 1: Habilitações académicas dos encarregados de educação

É importante destacar que nesta turma trabalhava-se através de dois métodos de ensino: começava-se pelo ensino tradicional e seguia-se para o exploratório. O método tradicional de ensino era usado numa primeira fase, uma vez que os alunos ainda não mostravam autonomia para construir conhecimentos sem o apoio do professor. Após essa abordagem os alunos tinham um papel mais ativo, organizando e interpretando as ações realizadas.

2. Percurso da intervenção educativa no1ºCiclodo EnsinoBásico

O percurso educativo no 1º ciclo realizou-se ao longo de quinze semanas, três de observação e doze de regência, alternada com o par de estágio. Durante dez semanas as regências foram realizadas em três dias consecutivos da semana, de segunda a quarta, tendo havido duas semanas intensivas, com implementações de segunda a sexta.

As primeiras três semanas de observação foram relevantes já que permitiram conhecer a turma e, mais concretamente, as dificuldades e as características dos alunos. Ao mesmo tempo foram importantes para observar as práticas da Professora Cooperante, o modo como abordava os conteúdos e trabalhava com os alunos. Ao longo destas semanas, foi possível interagir com os alunos, de maneira a criar uma relação mais próxima com os mesmos.

As planificações realizadas foram elaboradas em trabalho colaborativo com o par de estágio, tendo sempre a supervisão da Professora Cooperante. As aulas foram planificadas para ir ao encontro das motivações, dificuldades e interesses dos alunos, seguindo o que estava previsto nas orientações curriculares. A Professora Cooperante selecionava os diferentes conteúdos a serem abordados todas as semanas, dando liberdade para os trabalhar da maneira que se achasse mais conveniente.

2.1. Áreas de Intervenção

No decorrer da ICE I, houve oportunidade de lecionar cinco áreas curriculares: Português, Matemática, Estudo do Meio, Expressão Físico-Motora e Expressão Plástica.

No que respeita à área curricular de Português, foram trabalhados diversos aspetos, como a Oralidade, Leitura e Escrita e a Educação Literária (DGEd, 2018), tendo prevalecido a leitura e a escrita. No domínio da Leitura e Escrita, os alunos aprenderam a escrever as letras, maiúsculas e minúsculas. A partir daqui foram sendo capazes de representar com letra manuscrita os fonemas através dos respetivos grafemas e dígrafos, construindo, assim, palavras e frases simples. Na parte da leitura só foi abordada a capacidade de pronunciar segmentos fónicos a partir dos respetivos grafemas, conseguindo ler palavras isoladas e pequenos textos com uma articulação correta. No domínio da Educação Literária abordou-se a leitura e a compreensão de diversos textos literários, mais concretamente de histórias natalícias. Deu-se principal importância à compreensão dos textos (personagens, lugar, tempo, ideia principal), para que os alunos revelassem curiosidade e emitissem juízos de valor face às histórias e textos. No domínio da Oralidade, respondiam às questões realizadas pelas professoras e colegas, desenvolvendo assim a capacidade de comunicar adequadamente e partilhar a sua opinião de forma clara e audível. Nestas aulas os alunos mostraram dificuldades no momento de identificar as diferentes letras nas palavras, isolar palavras, sílabas ou frases, na formação de frases e na sua escrita sem erros ortográficos. No domínio da Linguagem Oral, em geral, mostraram uma boa pronúncia, apesar de um aluno manifestar dificuldade ao nível articulatório.

A área curricular de Matemática no 1º CEB, divide-se em três grandes domínios: Números e Operações, Geometria e Medida e Organização e Tratamento de Dados (MEC, 2013). Ao longo das implementações só foi possível abordar os conteúdos Números e Operações e Organização e Tratamento de Dados de forma pontual. No que diz respeito à abordagem dos Números e Operações, os alunos aprenderam a ler e representar os números do zero ao vinte e a identificar o valor posicional de um algarismo, assim como diferentes representações do mesmo. Também foram trabalhadas as contagens progressivas e regressivas, comparação de números, e a resolução de situações problemáticas de adicionar ou subtrair. Os conteúdos abordados foram trabalhados em todas as aulas através de uma rotina de dez minutos de cálculo mental. Nesta área destacaram-se dificuldades no raciocínio associado à resolução de problemas. Tendo por base esta situação, foram planificadas tarefas com diferentes recursos e materiais manipuláveis, para que os alunos visualizassem o que estava a ser trabalhado, facilitando a aprendizagem. No que refere à Organização e Tratamento de Dados, foram apenas explorados os gráficos de pontos e os pictogramas.

A área curricular de Estudo do Meio está organizada em seis blocos (DGEb, 2018): Bloco 1 - À descoberta de si mesmo, que pretende que os alunos estruturem o conhecimento sobre si próprios; Bloco 2 - À descoberta dos outros e das instituições, que pretende evidenciar o modo de funcionamento e nas regras dos grupos sociais e, ao mesmo tempo, para desenvolver atitudes de respeito pelo património histórico, sua conservação e valorização; Bloco 3 - À descoberta do ambiente natural, compreende os conteúdos relacionados com os elementos básicos do meio físico (o ar, a água, as rochas, o solo), os seres vivos que nele vivem, o clima, o relevo e os astros; Bloco 4 - À descoberta das inter-relações entre espaços, que pretende que as crianças saibam da existência do espaço e das ligações que nele existem; Bloco 5 - À descoberta dos materiais e objetos, visa a identificar diferentes objetos e suas características, através da observação e exploração dos diferentes; Bloco 6 - À descoberta das inter-relações entre a natureza e a sociedade, que pretende promover atitudes relacionadas com a conservação e melhoria do ambiente.

Durante as implementações foram abordados os blocos 1, 3, 4 e 5. No bloco 1, foi trabalhada a saúde do corpo, com as normas de higiene e rotinas, o passado próximo, através da localização no espaço, as unidades de tempo. No bloco 3, trabalharam-se os seres vivos e as suas características, tendo sido introduzida uma mascote de turma para que os alunos ganhassem responsabilidade e pusessem em prática os conceitos trabalhados. Também se abordou as plantas, as partes constituintes e as condições necessárias para um bom crescimento. No bloco 4, trabalhou-se as partes da escola e as funções desses espaços através de um itinerário realizado em grupo. No bloco 5, realizou-se uma experiência com a água, onde os alunos tiveram oportunidade de testar quais os materiais que flutuam ou afundam.

Na área curricular de Expressão Físico-Motora, só foi possível trabalhar os blocos 2 e 4. No bloco 2 – Deslocamento e equilíbrios, foram realizados circuitos (saltar sobre obstáculos, rolar sobre si próprio, manter o equilíbrio, contornar cones, etc). No bloco 4 – Jogos, foram trabalhados o jogo da aranha, da cauda da raposa, da cadeia, salada de fruta, gelo, entre outros, procurando o cumprimento de regras na sua execução. A maioria dos alunos mostraram ter uma boa coordenação motora nos diferentes jogos e circuitos propostos.

No que respeita à área curricular de Expressão Plástica, foram trabalhos os blocos 2 e 3. No bloco 2 – Descoberta e organização progressiva de superfícies, focou-se o desenho de expressão livre, aplicado num mega puzzle sobre os direitos das crianças pintado em giz. No bloco 3 – Exploração de técnicas diversas de expressão, trabalhou-se o recorte, a colagem e a dobragem, mais concretamente na criação de um aquário com diferentes animais aquáticos, todos eles decorados com diferentes materiais. Alguns dos alunos apresentaram dificuldades na motricidade fina, mas a maioria manipulava corretamente os diferentes materiais.

Em paralelo com as aulas foram realizadas outras atividades em par pedagógico. Foi contruído um mini alfabeto temático, que os alunos realizaram em casa com ajuda dos encarregados de educação. Consistia num livro com palavras selecionadas pelos alunos que começavam pela letra trabalhada na aula. Para além de representarem essa palavra tinham de escrever duas frases com ela. Para finalizar a página preenchiam uma linha com a letra maiúscula e outra com a letra minúscula correspondente. Outra iniciativa implementada pelo par pedagógico foi a proposta de atividades de retorno à calma. Estas foram implementadas depois do recreio da tarde para os alunos relaxarem e, ao mesmo tempo, trabalharem em pares.

2.2. Envolvimento nacomunidade

No decorrer das implementações, a turma esteve envolvida em diferentes projetos da escola, tais como: Além-mar e Culturas e Tradições do Alto Minho. Destacaram-se atividadescomo: visitaaolarparacontarahistória ''Aárvoregenerosa'',cantarasJaneiras, recolha delixonapraia,visitaà'Surpreendentefábricadechocolate',saídaaomoinho, assistir àpeçade teatro '' O autómato'', saída à pista de patinagem, entre outras. Para além destes projetos e atividades o par pedagógico participou ainda em festividades como o magusto e a Festa de Natal.

Em paralelo com todas as atividades realizadas neste contexto, e no âmbito da unidade curricular Complementos de Temas de Ensino, foi-nos pedido a planificação e implementação de uma proposta pedagógica num contexto não-formal, que oferecesse aprendizagens diversificadas aos alunos, proporcionando uma experiência pedagógica diferente. Procurou-se integrar esta proposta no Projeto Costumes e Tradições do Alto Minho. No grande grupo dos costumes e tradições do Alto Minho foram trabalhados os seguintes temas: localização, lenda, música, trajes, ouro, cabeçudos e gastronomia, dando a conhecer aos alunos parte da cultura do Alto Minho. No projeto foram realizadas diferentes atividades para evidenciar várias culturas e tradições no Alto Minho. No Anexo 1 é possível consultar uma síntese das diferentes atividades realizadas, o tempo usado para a realização das mesmas, o local onde decorreram, as áreas curriculares abrangidas e o planeamento das aulas. Foi construído um livro com todas as atividades planeadas e, assim, os alunos puderam acompanhar o trabalho desenvolvido e ficar com um registo. Através deste projeto foi possível abordar diferentes tradições e costumes do Alto Minho e os alunos contactaram com objetos e ações do quotidiano do seu meio próximo. Para além disso, desenvolveram capacidades de planeamento, organização, empenho e dedicação.

Capítulo II - Intervenção em Contexto Educativo II

1. Caracterização do contexto educativo do 2º Ciclo do Ensino Básico

Como foi mencionado anteriormente este segundo capítulo refere-se à intervenção educativa no contexto do 2º Ciclo do Ensino Básico. Esta contextualização, contempla apenas a caracterização da escola e da turma que participou no estudo, já que o meio local e o agrupamento são os mesmos do contexto do 1º CEB. Para finalizar, descreve-se o percurso da intervenção educativa nas áreas da Matemática e das Ciências Naturais.

1.1. Caracterização da escola

Esta escola foi criada em 1973, através de despacho ministerial, designada Escola Preparatória. Foi sofrendo alterações até que, em 1996, se inaugurou o edifício como o encontramos atualmente com os 2º e 3º ciclos do ensino básico. O edifício é constituído por dois pisos, compostos por vinte oito salas de aula, sendo que no rés-do-chão se encontram os quartos de banho, a sala do conselho diretivo da instituição, a sala dos professores as arrecadações, a sala de reuniões, os administrativos, a receção, a sala de informática, a sala de atendimento aos encarregados de educação, a sala de convívio dos alunos, a cozinha, a reprografia, a sala de convívio do pessoal não docente e o refeitório. O primeiro piso é constituído por vinte e oito salas de aulas e uma biblioteca. A parte exterior conta com um amplo espaço de cimento, espaço coberto com esplanada, campo de futebol, campo de basquetebol e outro campo de jogos, vedado, com os respetivos balneários.

O corpo docente desta escola era constituído, em 2018/2019, por um diretor e por setenta e três professores, sendo oito do Ensino Especial. O corpo não docente era composto por dezoito funcionários. No que respeita aos recursos educativos, globalmente possuía materiais pedagógicos diversificados e em número suficiente. Evidenciava uma qualidade aceitável já que todas as salas possuíam projetores e quadros, os laboratórios estavam equipados com o material necessário e a escola possuía duas salas com computadores.

1.2. Caracterização da sala de aula

A intervenção decorreu em salas diferentes, tanto nas aulas da disciplina de Matemática como na disciplina de Ciências Naturais. As salas estavam equipadas com um projetor, um computador com as respetivas colunas e um quadro. Em termos de dimensões eram amplas e as mesas estavam dispostas em linhas e colunas, à exceção de uma das salas, na qual as mesas se encontravam distribuídas em forma de "U". Para além do referido, é de realçar que as salas destinadas à disciplina de Ciências Naturais estavam equipadas com material de laboratório e produtos químicos.

1.3. Caracterização da turma

A turma na qual decorreu a intervenção educativa frequentava o 6º ano de escolaridade, sendo constituída por vinte alunos, nove dos quais do sexo feminino e onze do sexo masculino, com idades compreendidas entre os onze e os doze anos.

Em geral, a turma era participativa e interessada, evidenciando maioritariamente resultados positivos. No entanto, havia quatro alunos que não se incluíam nestes patamares, já que dois deles não apresentavam hábitos de trabalho regulares e os outros dois estavam identificados com NEE. Estes últimos tinham apoio pedagógico individualizado na disciplina de Matemática. Era um grupo assíduo e pontual, à exceção de dois alunos que chegavam algumas vezes atrasados.

A turma apresentava níveis de aprendizagem muito heterogéneos, já que todos os alunos exibiam diferentes níveis de conhecimento e ritmos de trabalho. Assim sendo, alguns necessitavam de apoio individualizado na realização das tarefas por parte do professor, principalmente na área da Matemática.

Através do questionário inicial do estudo (Anexo 2) realizado aos alunos, Questionário I, verificou-se que a área disciplinar preferida era a Educação Física, tal como se pode observar no gráfico 2.

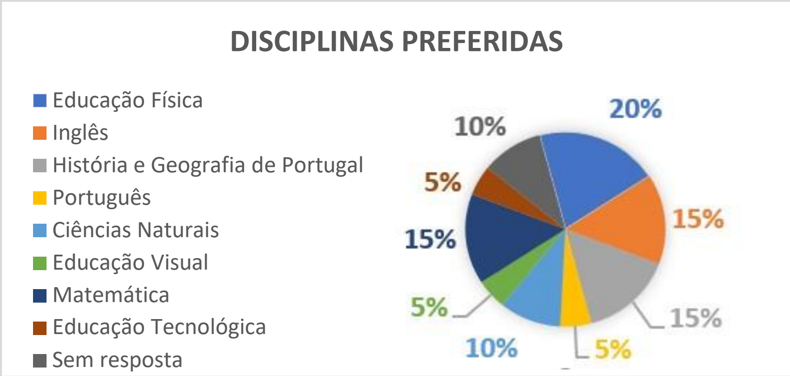


Gráfico 2: Disciplinas favoritas

No que diz respeito ao horário da turma (Quadro 2), as disciplinas tinham uma carga horária que seguia a matriz curricular do 6º ano de escolaridade. Todos os dias entravam às oito horas e trinta minutos e saiam às dezassete horas, dezasseis horas e quinze minutos ou doze horas e quarenta e cinco minutos, com intervalos de vinte minutos entre as aulas.

<table>
<tr><th>TEMPOS</th><th>SEGUNDA</th><th>TERÇA</th><th>QUARTA</th><th>QUINTA</th><th>SEXTA</th></tr>
<tr><td>8h30 - 9h15</td><td rowspan="2">Português</td><td rowspan="2">Português</td><td rowspan="2">Matemática</td><td rowspan="2">Português</td><td rowspan="2">História e Geografia</td></tr>
<tr><td>9h15 - 10h00</td></tr>
<tr><td>10h20 - 11h05</td><td rowspan="2">Matemática</td><td rowspan="2">Educação Física</td><td rowspan="2">Ciências</td><td rowspan="2">Matemática</td><td rowspan="2">EV2</td></tr>
<tr><td>11h05 – 11h50</td></tr>
<tr><td>12h00- 12h45</td><td></td><td>AE EF</td><td>História e Geografia</td><td>Música</td><td>EF</td></tr>
<tr><td>12h45 – 13h30</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>13h45 – 14h30</td><td>Cidadania</td><td rowspan="2">Ética</td><td></td><td rowspan="2">EM</td><td></td></tr>
<tr><td>14h30 – 15h15</td><td>Ciências</td><td rowspan="2">AE (MAT)</td><td></td></tr>
<tr><td>15h30 – 16h15</td><td>Inglês</td><td>AE (PORT)</td><td rowspan="2">Inglês</td><td></td></tr>
<tr><td>16h15 – 17h00</td><td>EMRC</td><td></td><td>AE (PORT)</td><td></td></tr>
</table>

Quadro 2: Horário da turma do 6º ano

Sendo uma turma formada por crianças de onze e doze anos, já apresentavam autonomia, por esse motivo, a relação Aluno - Encarregado de Educação - Professor não era tão visível como no 1º CEB, apesar de alguns pais mostrarem preocupação e atenção pela educação dos filhos, marcando reuniões com o professor titular da disciplina. É importante destacar que nesta turma tentava-se trabalhar através do método exploratório. Esta opção devia-se ao facto de os alunos já mostrarem autonomia suficiente para explorar e construir os seus próprios conhecimentos com a orientação do professor. Assim sendo, estes alunos desempenhavam um papel ativo na sua aprendizagem.

2. Percurso da intervenção educativa no 2º Ciclo do Ensino Básico

O percurso educativo no 2º Ciclo realizou-se ao longo de quinze semanas, três de observação e doze de regência, sendo que nas quatro primeiras semanas foram lecionadas aulas de Matemática e, nas restantes, Ciências Naturais.

As aulas de observação foram relevantes já que permitiram conhecer a turma e, mais concretamente, as dificuldades e as atitudes dos alunos. Ao mesmo tempo, foram importantes para observar o modo como eram abordados os conteúdos e trabalhados os temas por parte da Professora Cooperante. Também foi possível identificar os recursos e materiais disponíveis na escola, que poderiam ser úteis nas implementações.

Apesar do par de estágio estar presente nas aulas de implementação, as planificações foram realizadas individualmente, tendo sempre a supervisão da Professora Cooperante. As aulas foram planificadas com o objetivo de atingir os objetivos propostos nos Programas e nas Aprendizagens Essenciais. No caso da Matemática o conteúdo trabalhado foi isometrias e, em Ciências Naturais, plantas e problemas sociais. As aulas foram pensadas de modo a ir ao encontro das motivações, dificuldades e interesses dos alunos.

2.1. Áreas de Intervenção

Matemática

As regências na área da Matemática decorreram ao longo de cinco semanas, sendo em cada semana implementadas três aulas de 90 minutos. A planificação foi também ao encontro dos objetivos do estudo, tendo os alunos que realizar um trilho matemático. Por esse motivo, pensou-se que seria mais conveniente dedicar as primeiras aulas à lecionação dos conteúdos, com aulas de carácter exploratório e usando material didático. Terminado esse enquadramento, realizou-se o teste e a respetiva correção e, para finalizar, a concretização do trilho na cidade.

No que respeita a esta área curricular, os conteúdos abordados foram as isometrias do plano, concretamente as reflexões axial e central e a rotação. Por outro lado, foram explorados outros conceitos relacionados com as isometrias, como por exemplo: a mediatriz de um segmento de reta e as respetivas propriedades; imagem de um ponto; eixos de simetria; a bissetriz; e simetria de rotação (MEC, 2013). Ao longo das diferentes aulas, os conteúdos foram abordados maioritariamente com exemplos do quotidiano e com material didático, já que eram conceitos abstratos e de difícil compreensão. Todas as aulas iniciavam com um problema, uma imagem, uma tarefa ou um jogo, com a finalidade dos alunos identificarem o conceito novo e as suas propriedades. Posteriormente, realizava-se uma clarificação de conceitos através dos significados, com o suporte de imagens e, para finalizar, eram propostas tarefas, a maioria com material didático. No que respeita ao trilho, realizou-se ao longo de duas aulas mais o tempo de recreio. Neste, os alunos, em grupos, deviam por em prática os conceitos trabalhados na sala de aula. O facto desta atividade ser realizada fora da sala de aula, suscitou muita motivação e interesse por parte dos alunos.

Ciências naturais

Tal como definido, as aulas da área das Ciências Naturais foram lecionadas num período de quatro semanas, sendo que em cada semana eram realizadas uma aula de 90 minutos e outra de 45 minutos. No momento de planificar as atividades, optou-se por tarefas de carácter exploratório, já que um dos aspetos que a turma precisava de melhorar, era o facto de perceberem os conceitos e não memoriza-los.

No que respeita a esta área curricular, foram trabalhados diversos aspetos como: fotossíntese, transpiração e respiração nas plantas, constituição de uma flor completa, a reprodução das plantas, com e sem semente, e alguns problemas sociais (DGEa, 2018). As aulas tinham início com um jogo, para verificar os conhecimentos prévios que os alunos possuíam sobre as plantas, ao mesmo tempo, aproveitava-se para introduzir o tema das plantas e novos conhecimentos que iriam ser abordados ao longo da implementação. O facto de se começar com um jogo interativo motivou os alunos que se mostraram interessados. No decorrer da implementação também se realizaram diferentes experiências para que os alunos pudessem manipular e observar os resultados obtidos, como por exemplo: o movimento da seiva bruta (transpiração), os fatores que influenciam na fotossíntese e as partes e as funções de uma flor completa. Também foram usados vídeos para uma melhor compreensão já que havia conceitos totalmente novos e complexos. Como recurso também foram usados PowerPoint com muitas imagens para os alunos terem a possibilidade de visualizar os conceitos que estavam a ser trabalhados. Realizou-se uma ficha em grupo para conseguirem partilhar as opiniões que tinham e, ao mesmo tempo, explorar as reservas e as utilizações das plantas. Ainda foi abordado o tema dos problemas sociais, mas devido a limitações de tempo, optou-se por realizar uma webquest, em grupo, sobre o tabagismo, obesidade, mudanças climáticas, drogas e álcool. Na mesma aula foi realizada a apresentação aos colegas.

No decorrer de todas as implementações tentou-se realizar sempre questões de forma a interagir com os alunos e chamar a sua atenção, como o objetivo de os manter envolvidos e contribuir para que percebessem os novos conceitos.

PARTE II – TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

Nesta parte do relatório apresentam-se os diferentes aspetos relacionados com o trabalho de investigação no 2º CEB. A estrutura desta parte está organizada em seis capítulos. Primeiramente, é realizado um enquadramento do problema e das questões orientadoras, seguidamente, uma fundamentação teórica sobre as ideias e teorias relacionadas com o problema em estudo e a metodologia de investigação usada no estudo. Segue-se uma breve descrição das tarefas realizadas e do projeto desenvolvido, caracterização dos alunos caso e, por último, a exposição das conclusões.

Capítulo I - Introdução

Neste capítulo procura-se justificar a pertinência do tema escolhido para a investigação, identificando o problema e as questões que o orientam.

1. Pertinência do estudo

A matemática é uma ciência muito antiga, cuja aplicação data pelo menos desde a pré-história, uma vez que há relatos que o homem já contava os seus animais e também os objetos que o rodeavam. Com o passar dos tempos esta ciência evoluiu em paralelo com a sociedade (MEC, 2013). Atualmente, a matemática está presente em tudo o que nos rodeia, desde os edifícios, as calçadas, os livros, os documentos, os monumentos, entre outros elementos, o que explica a sua importância.

A acompanhar a evolução da Matemática enquanto ciência está a matemática escolar, aspeto que justifica por vezes as mudanças observadas no currículo escolar. O ensino da matemática tem como grande objetivo proporcionar aprendizagens sólidas, para que, num futuro próximo, os alunos sejam capazes de usar a Matemática tanto a nível escolar, como profissional e até pessoal (Gonçalves, 2007; ME, 2007).

Este estudo concentra-se concretamente no domínio da Geometria e Medida e no conteúdo das isometrias, tema lecionado nas aulas de Matemática da PES. Por essa razão importa centrar esta discussão nesse contexto. Para abordar a Geometria, é necessário trabalhar os conteúdos deste domínio de modo a diminuir as dificuldades sentidas pelos alunos, optando por tarefas em que sejam capazes de construir conhecimentos. Começando com tarefas intuitivas e experimentais, gradualmente passando para tarefas dedutivas, onde a dedução e intuição são articuladas (e.g. Matos & Serrazina, 1996; Ponte & Serrazina, 2000). Assim sendo, as tarefas devem procurar desenvolver capacidades fundamentais como a resolução de problemas, a comunicação matemática e o raciocínio matemático. Para que este objetivo se atinja, o professor tem um papel significativo, sendo que é ele que determina as tarefas a realizar pelos alunos, bem como os recursos a utilizar. Também é importante que os alunos estabeleçam conexões matemáticas com o dia a dia, de modo a dar sentido e a entender a aplicabilidade dos conceitos trabalhados, já que a eficácia das aprendizagens está relacionada com as conexões, o raciocínio e as estratégias usadas durante a resolução das tarefas. Neste sentido, é fundamental proporcionar aos alunos ambientes favoráveis que lhes permitam desenvolver estas capacidades. Desta forma, a educação em espaços não formais ligada com o trabalho desenvolvido nas aulas podem beneficiar a aprendizagem, a motivação e colaboração na resolução das tarefas (Paixão & Jorge, 2014).

Deste modo, nos contextos não formais de aprendizagem surgem os trilhos matemáticos realizados fora da sala de aula. Os trilhos realizados no exterior, criam um ambiente de exploração, que proporciona aos alunos a oportunidade de criar conexões entre a matemática e o mundo que os rodeia (Vale, Barbosa & Cabrita, 2019). Recentemente, tem-se vindo a defender que a aprendizagem fora da sala de aula torna-se mais significativa, devido ao envolvimento positivo dos alunos na resolução das tarefas e nas conexões que estabelecem com o meio que os rodeia (Barbosa & Vale, 2015; Castro, 2016; Fernandes, 2019; Vale, Barbosa & Cabrita, 2019).

Assim sendo, achou-se por bem realizar um Trilho Matemático, para analisar de que forma poderia contribuir para a aprendizagem e para o envolvimento dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias.

2. Problema e questões de investigação

De acordo com o referido no ponto anterior, a realização de tarefas fora da sala de aula é fundamental para captar atenção e interesse dos alunos na área da Matemática. Com base nestas ideias desenvolveu-se um estudo no qual se pretendia compreender o contributo de um contexto não formal como um trilho matemático para a aprendizagem das isometrias no 6º ano de escolaridade. Com este propósito, foram formuladas duas questões de investigação:

Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias num trilho matemático?

Q.2. Que atitudes evidenciam na realização de um trilho matemático?

2

Capítulo II – Fundamentação teórica

Este capítulo enquadra teoricamente as diferentes temáticas inerentes ao problema em estudo, tendo por base documentos e autores de referência. Inicialmente, apresenta-se as principais orientações para o ensino e aprendizagem da matemática no ensino básico. Segue-se uma clarificação do conceito de isometria, bem como uma breve discussão sobre o trabalho com isometrias no ensino básico, já que é um tema importante para esta investigação. O terceiro ponto realça os contextos formais, informais e não formais de aprendizagem, reforçando a aprendizagem fora da sala de aula, em particular os trilhos matemáticos. Seguidamente, discute-se a importância dos fatores afetivos na aprendizagem da Matemática e termina-se com uma breve síntese sobre alguns estudos empíricos.

1. Orientação para o ensino e aprendizagem da Matemática

Ponte e Serrazina (2000) identificam a Matemática como a ''ciência que trata da quantidade e do espaço ou, o que é equivalente, do número e da forma'' (p. 25). Esta definição aparece como ponto de partida para lançar a discussão acerca da evolução da Matemática ao longo dos tempos. Analisando a definição, encontra-se uma ligação com as primeiras manifestações de atividade matemática, medir e contar, já que a matemática derivou principalmente dos conceitos de grandeza, com a necessidade do homem de resolver problemas do dia a dia e de se integrar na sociedade. A Matemática tem vindo a acompanhar as necessidades da sociedade, sendo muitos os temas que têm emergido como objeto de estudo, para além da Aritmética e da Geometria. Dada a diversidade de subáreas encontradas dentro da Matemática, a definição mais consensual é a de matemática como ciência dos padrões (Devlin, 2002). As orientações curriculares para a matemática escolar têm procurado responder às sucessivas descobertas resultantes do facto de a Matemática ser uma ciência em permanente evolução (Ponte & Serrazina, 2000).

A Matemática tem um papel primordial no currículo escolar, sendo trabalhada em todos os níveis da escolaridade obrigatória. Estas orientações curriculares têm sido adaptadas ao longo dos anos para dar resposta às necessidades impostas à formação dos alunos. Embora já não esteja em vigor, começa-se por destacar o *Programa de Matemática* *do Ensino Básico* de 2007 (ME, 2007), pelo seu carácter inovador nas mudanças que introduziu na altura. Este documento propôs duas finalidades fundamentais para o ensino da Matemática. Para além da aquisição de informação, conhecimentos e experiências em Matemática, destacava o desenvolvimento de atitudes positivas face à Matemática. Sublinhava a importância da escola proporcionar uma formação sólida em Matemática, proporcionando aos alunos o gosto e a apreciação por esta área, aplicando-a noutras disciplinas, sendo capazes de a aplicar após a escolaridade, em sociedade e na vida pessoal (ME, 2007). Para além de temas matemáticos, este documento punha em evidência, entre outras, três capacidades transversais a toda a aprendizagem matemática: Resolução de Problemas, Raciocínio Matemático e Comunicação Matemática. Deu assim um espaço próprio a estas capacidades, associando-lhe objetivos gerais e específicos, salientando a importância de trabalhar outros aspetos para além de conteúdos puramente matemáticos. Em 2013 foi homologado o atual PMEB, mas é importante destacar que foi construído com base nos conteúdos temáticos expressos no *Programa de Matemática do Ensino Básico* de 2007 (MEC, 2013). As principais finalidades do atual PMEB centram-se na estrutura do pensamento, na análise do mundo natural e na interpretação da sociedade. São propostos, ao longo do ensino básico, cinco domínios de conteúdos: Números e Operações, Geometria e Medida, e Organização e Tratamento de Dados, trabalhados nos três primeiros ciclos de ensino; Álgebra, lecionada nos 2º e 3º ciclos; e, por último, Funções, Sequências e Sucessões, que só abrange o 3º ciclo. Destaca-se, neste documento, que a exploração dos conceitos matemáticos deve ser iniciada a partir do concreto, já que a passagem do concreto para o abstrato é realizada gradualmente, de acordo com o ritmo de aprendizagem dos alunos. Também é pretendido que os alunos adquiram e desenvolvam conhecimentos e capacidades fundamentais, de forma progressiva, dando-lhes a conhecer a sua contribuição e autonomia para o seu dia a dia (MEC, 2013).

Mais recentemente, em julho de 2017, foi homologado um novo documento curricular, o *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória* (ME-DGE, 2017). Trata-se de um referencial com uma matriz comum para todas as escolas ao nível curricular, de planeamento, de realizações e de avaliação interna e externa do ensino e da aprendizagem. Configura o que se pretende que os jovens alcancem no final da escolaridade obrigatória

2

entre princípios, valores e áreas de competências. Segundo este documento (ME-DEG, 2017), existem competências que os alunos devem adquirir na escolaridade obrigatória, entre elas: devem ser dotados de literacia cultural, científica e tecnológica que lhes permita examinar e questionar criticamente a realidade; devem ser preparados para o imprevisto, para as dificuldades e para a resolução de problemas; e, sobretudo, gerar em cada indivíduo a vontade e o conhecimento que lhe permitirá aprender e ter a capacidade de encontrar respostas para as novas situações do dia a dia, mobilizando o raciocínio e tomando decisões. Assim sendo, devem adquirir aprendizagens essenciais em função da evolução do conhecimento e do contexto, devem desenvolver competências em linguagens e textos para uma utilização ativa que lhes permita exprimir e representar conhecimentos, resultando em produtos linguísticos, artísticos, tecnológicos, matemáticos e científicos.

Em 2018 surgiram as *Aprendizagens Essenciais* (DGEc, 2018), que são documentos de orientação curricular que visam promover o desenvolvimento das áreas de competências inscritas no *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. No caso da Matemática são propostas aprendizagens essenciais para cada um dos níveis de ensino da escolaridade obrigatória, articulando conhecimentos, capacidades e atitudes numa perspetiva de continuidade e articulação.

Tendo sido feita uma retrospetiva pelas orientações curriculares mais recentes, é ainda relevante fazer referência a orientações expressas por uma organização internacional de referência, o *Nacional Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). Ainda se destaca a publicação *Princípios e Normas para a Matemática Escolar* (NCTM, 2007). Nela são valorizados seis princípios na disciplina de Matemática: o Princípio da Equidade – que visa proporcionar os recursos necessários aos alunos para a sua aprendizagem; o Princípio do Currículo – o currículo deve ser congruente e bem estruturado ao longo de toda a escolaridade; o Princípio do Ensino –os professores devem saber e possuir bons conhecimentos sobre a matemática que ensinam, serem capazes de transmitir esses conhecimentos de forma moldável e devem compreender os alunos; o Princípio da Aprendizagem – os alunos devem construir novos conhecimentos através da experiência e dos conhecimentos prévios; o Princípio da Avaliação – a avaliação é uma parte necessária no ensino e deve ser feita para os alunos; o Princípio da Tecnologia – a tecnologia fundamenta um ensino eficaz, por este motivo é fundamental já que melhora a aprendizagem dos alunos.

Em conclusão, o conhecimento, tanto científico como tecnológico, tem exibido um desenvolvimento exponencial, por esse motivo é necessário que as escolas estejam preparadas para dar resposta aos problemas apresentados pela sociedade, e assim, sendo os currículos e os programas devem estar em constante adaptação para cumprir essas necessidades (ME-DGE, 2017).

2. O ensino e a aprendizagem das isometrias

Este ponto apresenta uma breve discussão sobre o conceito de isometria. Segue-se uma discussão sobre a abordagem das isometrias no currículo do 2º ciclo do ensino básico. E, para finalizar, são apresentadas questões de ensino e aprendizagem ligadas às isometrias.

2.1. Isometrias: breve abordagem

Segundo Oliva (1981, referido por Nogueira, 2009) a geometria é uma das áreas da matemática mais antigas. As primeiras referências surgiram com a necessidade de se medir terras, construir moradias, templos, e na resolução de problemas do quotidiano. Na mesma linha de ideias encontra-se Freudenthal (1973, referido em Veloso, 1998), que afirma que a geometria consiste na compreensão do espaço em que se vive, respira e move; o espaço que a criança deve aprender a conhecer, explorar e conquistar, de modo a poder aí viver, respirar e mover-se melhor.

Apesar da geometria ser significativa para o desenvolvimento do ser humano, uma vez que é essencial que desenvolvam a capacidade de se situar no espaço e de organizá-lo, nem sempre lhe foi atribuída a devida importância no currículo. Durante as décadas de 70 e 80 era vista como um parente pobre da álgebra linear. Mas nos finais da década de 80, com o início da reforma dos programas de Matemática, voltou a ocupar o seu respetivo lugar no currículo (Gonçalves, 2007). É importante realçar que as finalidades que lhe estão associadas, como situar-se e situar objetos no espaço, reconhecer e representar formas geométricas e as suas propriedades, medir distâncias, comprimentos e áreas (MEC, 2013), salientam aspetos que estão presentes no mundo que nos rodeia, por ser fundamentalmente geométrico. Por estes motivos, a aprendizagem de conceitos geométricos é essencial, já que permite que o indivíduo resolva problemas do dia a dia, como orientar-se, estimar grandezas, comunicar, realizar medições e até contemplar a estética da natureza e da arte (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). Pode afirmar-se que a geometria é a parte da matemática mais intuitiva, concreta e relacionada com a realidade, dando oportunidade ao indivíduo de desenvolver várias capacidades (Nogueira, 2009). Por isso, tem uma presença bem vincada nas orientações curriculares atuais.

De entre os tópicos abordados no domínio da Geometria, interessa destacar as isometrias do plano, abordadas no 6º ano do 2º ciclo do ensino básico, já que foi o tema central deste estudo. Assim, passa-se a apresentar uma breve definição de cada uma das diferentes isometrias abordadas naquele nível de ensino.

Segundo Tinoco (2012) ''uma transformação geométrica é uma função que faz corresponder a cada ponto do plano, um novo ponto do plano; normalmente exige-se que essa função seja bijetiva (cada ponto do plano é a imagem de um e um só ponto do plano), e que preserve as figuras geométricas: por exemplo a imagem de um triângulo seja ainda um triângulo e a imagem de uma reta seja uma reta''(p.30). Dentro deste conceito encontra-se o caso particular das isometrias, nas quais as imagens só discordam da posição em relação ao original, logo são geometricamente iguais e estão à mesma distância em relação aos respetivos objetos (Veloso, 2012). Podemos, deste modo, considerar como isometrias a rotação, a reflexão, a translação e a reflexão deslizante (Veloso, 2012). Neste trabalho, serão apenas abordados os casos da rotação e da reflexão, já que são as isometrias trabalhadas no 6º ano de escolaridade, nível de ensino em que decorreu o estudo.

Rotação

Uma rotação caracteriza-se por ter dois elementos fundamentais, um centro de rotação O e um ângulo de amplitude α (Tinoco, 2012). Assim, qualquer que seja o ponto *P* do plano, a distância de O a P é igual à distância de O à imagem de P (P') e a amplitude do ângulo orientado, definido por P, O e P' é igual a α (Boavida, 2011). É necessário destacar que o centro da rotação O permanece invariante. Para perceber melhor estas duas premissas observe-se o exemplo na figura 2.

Figura 2: Rotação de centro O e amplitude 90°, no sentido positivo

Relativamente ao sentido da rotação, considera-se que se a amplitude for maior que zero, a rotação é feita no sentido positivo ou anti-horário, e se a amplitude for menor do que zero, a rotação é feita no sentido horário, designado de sentido negativo. Como podemos observar na figura 2 as duas rotações têm sentido positivo, já que amplitude do ângulo é maior do que zero. Outra característica a ter em conta na rotação é a posição do centro de rotação, se pertence ou não à figura que vai ser transformada. Como verificamos na imagem da esquerda o centro pertence à figura F, em contrapartida na segunda imagem o centro de rotação não pertence a figura F. Caso o ponto a ser transformado corresponda ao centro da rotação, a amplitude do ângulo de rotação é nula. Por outro lado, se o centro da rotação não corresponde ao ponto a ser transformado, então a amplitude do ângulo da rotação será igual à definida e a distância do ponto transformado ao centro será igual à distância do centro ao ponto inicial (Tinoco, 2012). Conclui-se que "a rotação é uma isometria porque quando aplicada a dois pontos, preserva as distâncias entre eles" (Tinoco, 2012, p.34).

Na rotação existe um caso particular designado por reflexão central. Apresenta as mesmas premissas que a rotação, à exceção da amplitude de rotação que é sempre 180° (Oliveira, 2012).

Reflexão

Segundo Tinoco (2012) a reflexão caracteriza-se pela "transformação de cada ponto O, relativamente a um eixo, noutro ponto O', tal que a distância de O ao eixo de reflexão, medida na perpendicular, é igual à distância de O' ao eixo de reflexão também medida na perpendicular, ou seja, o eixo de reflexão é a mediatriz do segmento de reta [OO']" (p.34). Para perceber melhor a definição apresenta-se a figura 3.

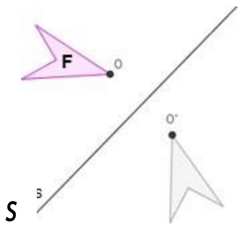


Figura 3: Reflexão da figura F

Conclui-se que a reta *s* é a mediatriz de [OO'] (Boavida, 2011). Nesta transformação os pontos pertencentes ao eixo de reflexão mantêm-se invariantes. Conclui-se que a reflexão axial é uma isometria, já que a medida do comprimento do segmento de reta até a mediatriz é igual a medida do seu transformado (Ferreira & Faria, 2017; Tinoco, 2012).

Por outro lado, também é importante destacar as simetrias de reflexão e rotação. Segundo Ferreira e Faria (2017) considera-se que ''uma figura plana tem simetria de reflexão quando existe uma reflexão tal que as imagens dos pontos da figura por essa reflexão formam a mesma figura'' (p.19), tal como se apresenta na figura 4. A simetria de rotação identifica-se quando numa figura se observa pelo menos uma rotação de ângulo não nulo e não giro, tal que as imagens dos pontos por essa rotação formam a mesma figura (Ferreira & Faria, 2017), tal como apresenta na figura 5.

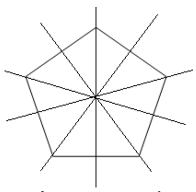


Figura 4: Pentágono regular que apresenta cinco simetrias de reflexão

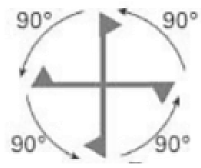


Figura 5: imagem que apresenta quatro simetrias de rotação: 90°, 180°, 270° e 360°

2.2. Isometrias no currículo de Matemática do ensino básico

No *Programa de Matemática do Ensino Básico* (MEC, 2013) estão definidos os conteúdos que os alunos devem trabalhar ao longo dos diferentes níveis de escolaridade, associados aos respetivos domínios. Nesta secção serão apenas abordados conteúdos do 6º ano, no domínio da Geometria, concretamente as isometrias, já que foram o foco deste estudo. Neste documento lê-se que os alunos devem ser capazes de: construir e reconhecer as propriedades de isometrias do plano; identificar que mediante a transformação de um ponto é originada a sua imagem; saber que ao construir o transformado da figura inicial, a figura obtida mantém a amplitude dos ângulos e o comprimento dos lados; reconhecer que na construção de um segmento de reta num dado plano, o ponto médio da reta perpendicular a esse segmento é a mediatriz; saber que os pontos da mediatriz de um segmento de reta são equidistantes das respetivas extremidades; construir as diferentes isometrias (reflexão axial, rotação e reflexão central) utilizando material de desenho; identificar o sentido (negativo ou positivo) na rotação; identificar a bissetriz como eixo de simetria de um ângulo; resolver problemas envolvendo figuras com simetria, tanto de rotação como de reflexão.

Para além do PMEB (MEC, 2013), é importante que o professor tenha ainda em consideração as *Aprendizagens Essenciais*, neste caso as definidas para o ensino das isometrias. De acordo com este documento os alunos devem ser capazes de: descrever figuras no plano e no espaço com base nas suas propriedades e nas relações entre os seus elementos; identificar e construir o transformado de uma dada figura através de isometrias (reflexão axial e rotação); reconhecer simetrias de rotação e de reflexão em figuras, em contextos matemáticos e não matemáticos; conceber e aplicar estratégias na resolução de problemas usando ideias geométricas; desenvolver a capacidade de visualização, justificações matemáticas e raciocínios lógicos; exprimir oralmente e por escrito ideias matemáticas (DGEc, 2018).

Apesar de as *Aprendizagens Essenciais* não constituírem por si só um programa, devem ser suportadas por programas que potenciem as aprendizagens dos alunos e apoiem os professores nas suas práticas (DGEc, 2018). Torna-se, por isso, fundamental uma articulação entre os dois documentos, em paralelo com o *Perfil dos alunos à saída de Escolaridade Obrigatória*.

2.3. Isometrias: questões de ensino e aprendizagem

Formalmente, o que se ensina está condicionado pelas orientações curriculares, no entanto cabe ao professor selecionar as estratégias e os recursos mais adequados de modo a criar situações favoráveis à aprendizagem por parte dos alunos, tendo em conta as suas características e as condições de trabalho. Para que isto aconteça, o professor deve contribuir para que os alunos construam os seus conhecimentos, começando com abordagens intuitivas e experimentais, caminhando gradualmente para uma abordagem dedutiva, onde a intuição e dedução vão articuladas (Matos & Serrazina, 1996; Ponte & Serrazina, 2000).

Nos primeiros anos de escolaridade a relação que as crianças têm com a geometria é puramente espontânea, já possuem alguns conhecimentos superficiais sobre o espaço e a forma. Para construir um conhecimento sólido é essencial que a aprendizagem seja feita com compreensão e não meramente por memorização (NCTM, 2017). Por esse motivo, é importante que os alunos sejam capazes de apropriar-se, compreender e aplicar os conhecimentos com clareza e de forma adequada a situações diversas (NCTM, 2017).

Concretamente no 6º ano de escolaridade, para proceder ao ensino e aprendizagem das isometrias, as *Aprendizagens Essenciais* aconselham, primeiramente, criar condições adequadas para que os alunos vivenciem, tanto individualmente como em grupo, diferentes experiências, tendo oportunidade de: explorar, analisar e interpretar situações em contextos variados; realizar tarefas diversificadas (projetos, explorações, investigações, resolução de problemas, exercícios, jogos); utilizar materiais manipuláveis e instrumentos variados na aquisição de novos conceitos e consolidação de outros, já que a geometria é um tema abstrato; utilizar instrumentos adequados (régua, compasso, esquadro e transferidor) na construção de objetos geométricos; relacionar ideias matemáticas em geometria com outros domínios matemáticos e não matemáticos; resolver problemas com ajuda dos conhecimentos já aprendidos; resolver e formular problemas; analisar estratégias variadas de resolução, e apreciar os resultados obtidos; comunicar utilizando linguagem matemática correta, para descrever e justificar, raciocínios, procedimentos e conclusões; e analisar o próprio trabalho (DGEc, 2018).

Apesar de as *Aprendizagens Essenciais* aconselharem que os alunos explorem as situações anteriormente designadas, cabe ao professor escolher uma abordagem de ensino adaptada aos seus alunos. A abordagem das isometrias deve ser feita a partir de experiências concretas de observação e manipulação, visto que o pensamento está ligado às propriedades elementares das figuras. As aulas devem ser de carácter exploratório, tendo os alunos um papel ativo e o professor o papel de orientador. Os alunos devem aprender através do desenvolvimento da compreensão dos conhecimentos e procedimentos, mediante o raciocínio e a resolução de problemas. Nesta abordagem, as tarefas devem ser diversificadas e promover a exploração e o envolvimento por parte dos alunos (Ponte, 2005). Segundo Vale (2011) para o ensino da matemática, a realização de tarefas desafiadoras e que tenham por base a utilização de materiais manipuláveis diversificados são essenciais para que aprendizagem do aluno seja efetiva, já que desta forma os alunos através da experiência podem verificar intuitivamente como funcionam as coisas. Tendo como exemplo a utilização do espelho, dobragens e furos, com estes é possível trabalhar todos os tipos de isometrias apesar de que os espelhos apresentam algumas limitações, como por exemplo não é possível com um livro de espelhos obter uma rosácea. Outro material manipulável é o papel transparente, fácil de manipular e acessível a todos os alunos, também ajuda na compreensão de alguns aspetos importantes como, por exemplo, a preservação da orientação. Quando trabalham com materiais manipuláveis os alunos tendem a adquirir uma visão mais positiva da matemática tornando-se mais conscientes das suas próprias capacidades e conhecimentos sobre a área (Vale, 2011).

Os alunos mostram dificuldades no pensamento geométrico que tem as suas particularidades. Segundo Duval (1998) neste pensamento existem três processos cognitivos; (1) a visualização; (2) a construção; (3) e o raciocínio. O primeiro, a visualização, relaciona-se com o espaço onde ocorre a exploração de uma situação complexa. O segundo, a construção, consiste na criação de aspetos que apresentem a relação entre os objetos observados e os representados. Finalmente, o terceiro, o raciocínio, consiste em criar uma conexão entre a linguagem e à explicação e/ou à prova. Estas etapas evidenciam a sua complexidade. No processo ensino aprendizagem das isometrias também é importante o desenvolvimento do pensamento geométrico, que é difícil para os alunos pela sua abstração. Poderá ajudar a realizar tarefas fora da sala de aula, estabelecendo conexões de natureza visual entre os conceitos trabalhados e a realidade.

Segundo Turgut, Yenilmez e Anapa (2014) os alunos não sentem dificuldades no desenho da reflexão axial, mas sim em identificar o eixo de simetria e em determinar se um objeto é o transformado do outro. Também referem que, no geral, os alunos apresentam mais dificuldades na rotação porque têm de considerar vários aspetos em simultâneo, como a distância do objeto, a amplitude do ângulo, entre outros. Gomes (2012) também corrobora esta ideia, porque no estudo que realizou os alunos apresentaram maior dificuldade em resolver tarefas que envolviam rotação.

2

Em conclusão, na abordagem das isometrias é importante utilizar tarefas que apelem à utilização de materiais manipuláveis e envolvimento ativo dos alunos através de uma aprendizagem construtivista (Vale, 2011). O processo de aprendizagem deve ser realizado passo a passo, já que é complexo, e os alunos devem começar por uma parte mais visual e concreta até aos conceitos abstratos, usando tecnologias, materiais manipuláveis, desenhos, dobragens, entre outros recursos e estratégias. Isto é fundamental, já que as dificuldades que apresentaram se relacionam com uma pobre visualização espacial, uma vez que não foi bem desenvolvida (Turgut, Yenilmez & Anapa, 2014).

3. Contextos de aprendizagem

Neste ponto apresenta-se uma discussão sobre diferentes contextos de aprendizagem. Primeiramente, compara-se as características da educação formal, não formal e informal, havendo depois um foco maior na aprendizagem fora da sala de aula. Neste âmbito é salientado o caso dos trilhos matemáticos, terminando com uma discussão de ideias sobre as conexões da matemática com a vida real.

3.1. Educação formal, informal e não formal

Um jogo de tabuleiro, um problema do quotidiano, enfrentar as dificuldades do trabalho, todas estas situações proporcionam aprendizagens. Uma das características que as diferencia é o contexto em que ocorrem. A aquisição de conhecimentos pode suceder em três circunstâncias diferentes: em contexto formal, em contexto não formal e em contexto informal. De modo geral, a aprendizagem em contexto formal ocorre dentro da escola, enquanto que a aprendizagem não formal e a aprendizagem informal sucedem, por norma, fora da escola, podendo, no entanto, ocorrer dentro da escola, coexistindo com a educação formal (Paixão & Jorge, 2014). Apesar da distinção entre educação formal e as restantes ser consensual, o mesmo não se pode dizer da distinção entre educação não formal e informal (Fernandes, 2019). É, por isso, importante discutir algumas ideias da literatura.

A aprendizagem formal ocorre normalmente na sala de aula, é programada e estruturada de acordo com objetivos, conteúdos, estratégias e tempos bem definidos (e.g. Morais & Miranda, 2014; Paixão & Jorge, 2014). Normalmente ocorre em instituições educacionais ou centros de formação de adultos, mas também pode ocorrer no local de trabalho (Fernandes, 2019). Na educação formal, o professor tem autonomia e responsabilidade pelo planeamento e preparação das aulas (Borges, 2012), sendo que os alunos são avaliados tendo em vista a atribuição de uma classificação e dá acesso a certificado.

A aprendizagem não formal tem semelhanças com o contexto anterior, já que é igualmente programada, estruturada e orientada. Apesar de, por norma, ocorrer fora da escola e os alunos serem avaliados de forma sumativa (Morais & Miranda, 2014), o professor deve preocupar-se em dar feedbacks, de forma a ajudar o aluno nas suas aprendizagens. Outra característica que distingue a aprendizagem não formal da formal é o facto da primeira não ter de seguir rigorosamente o currículo, no entanto, é conveniente que alguns aspetos sejam considerados nos objetivos do planeamento (Borges, 2012). Assim sendo, não ocorre em instituições de ensino ou de formação e, habitualmente, não conduz a uma qualificação. É mais comum surgir em situações como a realização de trabalhos de casa, museus, cursos, bibliotecas, entre outros (Morais & Miranda, 2014). Neste tipo de contexto, pretende-se que os alunos aprendam através da experiência e a partir das intervenções com outros intervenientes. Segundo Rodrigues e Martins (2005) o facto da aprendizagem ser realizada fora da sala de aula, proporciona experiências diversificadas, atuais, democráticas e acessíveis. Desta forma, é importante salientar que da aprendizagem não formal emergem aprendizagens significativas, já que o ambiente onde decorre normalmente desperta nos alunos maior motivação e interesse. Na mesma linha de pensamento, e segundo Borges (2012), os contextos não formais estão frequentemente equipados de forma apelativa, produzindo maior motivação, entusiasmo e, como consequência, maior vontade na aquisição de conhecimentos.

Em muitas situações é difícil distinguir a aprendizagem não formal da aprendizagem informal. Ambas ocorrem, normalmente, fora do espaço escolar e não são sujeitas a avaliação sumativa. No entanto, a aprendizagem informal não é programada, não é estruturada e também não é sequencial, dependendo, essencialmente, da motivação e predisposição do aluno para aprender com situações do quotidiano ou de lazer (Paixão & Jorge, 2014). Nestas circunstâncias a aprendizagem não é intencional, sendo os ‘’educadores’’ os pais e as pessoas próximas dos alunos, e os conhecimentos adquiridos são consolidados através de experiências e práticas que não possuem qualquer organização (Borges, 2012).

Apesar da aprendizagem formal e não formal terem características diferentes, devem ser concretizadas em paralelo, já que a aprendizagem não formal poderá ajudar a corrigir situações não resolvidas no contexto formal (Borges, 2012). Apesar das diferenças, tal como apresenta a figura 6, segundo Morais e Miranda (2014) os contextos de aprendizagem devem "ser articulados de uma forma dinâmica e inovadora" sendo que a aprendizagem proporcionada em cada um deles pode "beneficiar, enriquecer e complementar o processo de aprendizagem nos outros contextos" (p. 33). Todas as experiências, tanto na escola como em casa ou em outros locais, proporcionam a aquisição de capacidades, competências e novos conhecimentos. Por esse motivo, todos os tipos de aprendizagens são essenciais porque se complementam (Fernandes, 2019).

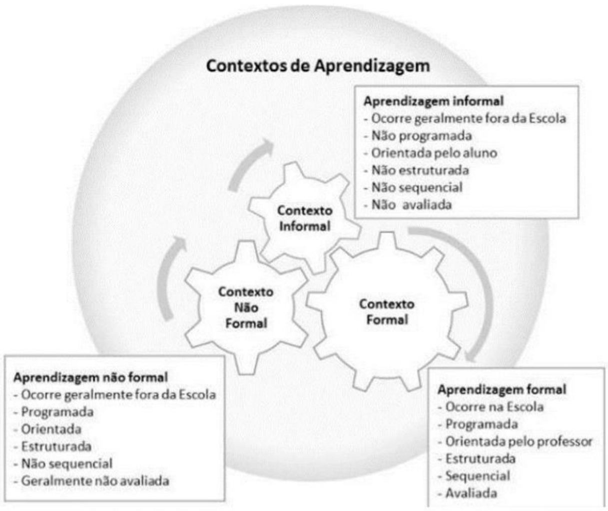


Figura 6: Contextos de aprendizagem (Morais & Miranda, 2014)

Resumindo, o ensino só é eficaz quando alguém aprende efetivamente o que se pretendia ensinar (Borges, 2012). Para que este processo seja completo, dinâmico e inovador é necessário que os três contextos de aprendizagem estejam interligados.

3.2. Aprendizagem da Matemática fora da sala de aula

Nesta secção são abordados dois aspetos fundamentais: os trilhos matemáticos e as conexões da matemática com a vida real. É necessário salientar estes tópicos já que o estudo dá relevância a um contexto de aprendizagem não formal, um trilho matemático, evidenciando elementos do quotidiano através de um olhar matemático.

3.2.1. Os trilhos matemáticos

Os Trilhos Matemáticos surgem como um contexto não formal de aprendizagem que ocorre fora da sala de aula. Começa-se por apresentar uma definição de trilho matemático. Adota-se neste estudo a definição proposta por Vale, Barbosa e Cabrita (2019, adaptado de Cross, 1997) que consideram um trilho matemático uma sequência de tarefas ao longo de um percurso previamente planeado (com início e fim), composto por um conjunto de paragens nas quais os alunos resolvem tarefas no meio envolvente.

A realização de trilhos fora da sala de aula, promove um ambiente envolvente de aventura e exploração, que permite aos alunos verificar que a matemática está presente no mundo que os rodeia e não somente nos manuais escolares e nas abordagens adotadas na sala de aula (Barbosa & Vale, 2015; Fernandes, 2019). Trata-se de um contexto que oferece experiências de aprendizagem específicas para que os alunos explorem diferentes conceitos matemáticos presentes no currículo escolar. Através da realização de um trilho, os alunos usam e aplicam, em contexto real, a matemática que trabalharam na sala de aula, podendo mobilizar também conhecimentos informais do dia-a-dia. Os trilhos têm o objetivo de motivar e promover, de forma ativa, aprendizagens significativas (Barbosa, Vale & Ferreira, 2015).

Em termos organizacionais o professor deve preparar o trilho previamente, já que se trata de uma aprendizagem orientada que tem como finalidade a aquisição e/ou aplicação de conhecimentos. Pode ser executado dentro do espaço escolar, não obstante, a dado momento, será aconselhável que passe para outro local, exterior à escola (Barbosa, Vale & Ferreira, 2015; Vale, Barbosa & Cabrita, 2019). O trilho deve ser implementado em grupo de forma a incentivar a comunicação de ideias matemáticas (Richardson, 2004).

Richardson (2004) estipula vários passos para a preparação de um trilho matemático: (1) o primeiro é a seleção do local. Pode ser qualquer lugar, desde que seja rico em matemática. O professor deve observar os elementos do contexto escolhido e procurar padrões, formas, coisas para medir, contar ou representar; (2) tirar fotos a cada local escolhido para, posteriormente, usá-las na construção das tarefas; (3) selecionadas as fotografias, deve criar um mapa e nele identificar os locais escolhidos para a realização das tarefas de forma a verificar a distribuição das paragens e a distância do percurso; (4) formular as diferentes tarefas e as instruções para chegar até elas. Estas tarefas devem possuir diferentes níveis de exigência e diferentes enfoques matemáticos. A resolução das tarefas, deve ser efetuada com os conhecimentos aprendidos previamente na sala de aula; (5) sempre que possível, é interessante estabelecer conexões entre a matemática e outras áreas curriculares através das tarefas. Ainda neste âmbito, recomenda-se que sejam incluídas duas ou três tarefas em cada estação, para ajudar a manter o interesse dos participantes assim como para aumentar o tempo total dedicado à aprendizagem (Fernandes, 2019). No que refere à formulação de tarefas, Richardson (2004) recomenda que se façam boas perguntas, perguntas que despertem a curiosidade, tanto do professor, como dos alunos, obrigando-os a observar o meio ambiente para conseguir uma resolução bem-sucedida.

Há outros aspetos a ter em consideração nos trilhos. Segundo Shoaf, Pollak, e Schneider (2004) os trilhos matemáticos: devem ser para todos, independentemente da idade e experiência, já que se pretende que discutam e comparem o seu raciocínio e as suas estratégias; exigem colaboração e não competição; o participante deve ser capaz de gerir o tempo; a participação deve ser voluntária, dado que os participantes devem sentir-se envolvidos e interessados; estão presentes em qualquer lugar público seguro, já que a matemática se encontra em todos o lado; e são temporários, uma vez que os locais estão sujeitos a alterações ao longo do tempo. Após a realização do trilho, os participantes devem efetuar a sua avaliação, de forma a expor as dificuldades sentidas, bem como os aspetos a manter e a melhorar.

3.2.2. Conexões da matemática com a vida real

Atualmente, segundo González-Pienda et al. (2007), os alunos entendem a matemática como uma área complexa na qual manifestam muitas dificuldades, e como consequência, pouca afinidade. Muitas vezes os alunos veem a matemática de uma forma descontextualizada da vida real, originando sentimentos e comportamentos de ansiedade e insucesso. Para combater estas situações, a escola e todos os seus membros devem criar ambientes que promovam atitudes e valores positivos nos seus alunos, visto que, ao longo do processo de ensino-aprendizagem, os alunos não devem apenas aprender conteúdos matemáticos, mas também desenvolver o gosto pela matemática e saber aplicá-la. O estabelecimento de conexões matemáticas é um caminho possível.

Boavida, et al. (2008) consideram que as conexões se destinam à criação ou exploração de situações matemáticas, relacionadas com a realidade ou com outras áreas. As conexões matemáticas têm natureza distinta. Consideram-se três tipos: conexões dentro da matemática, conexões da matemática com a vida real e conexões da matemática com outras áreas curriculares. Neste ponto, somente será dada relevância às conexões da matemática com a vida real, visto que são as que mais se evidenciam na realização de um trilho. No entanto, salienta-se que os outros tipos de conexões têm também um papel fundamental. O trilho realizado neste estudo procura relacionar diferentes elementos da vida quotidiana com as isometrias.

Bonotto (2001) realça que o facto de se trazer situações do quotidiano para a matemática escolar é uma condição fundamental, apesar de insuficiente, para proporcionar atitudes positivas face à matemática. Os futuros professores de matemática devem estar preparados para: incorporar a matemática no mundo real; investigar as ideias e práticas matemáticas dos seus alunos; incorporar elementos curriculares socioculturais dos alunos em tarefas matemáticas da sala de aula. Deste modo, o professor consegue aumentar a motivação, o interesse e a curiosidade dos alunos. Esta abordagem não é difícil de concretizar visto que há diversos exemplos de tarefas que os alunos realizam no dia a dia e que podem ser analisadas do ponto de vista matemático (Boavida et al., 2008). Um dos principais objetivos da matemática é ensinar os alunos a interpretar criticamente a realidade que os envolve, para não permanecerem excluídos ou serem iludidos (Bonotto, 2001). As conexões matemáticas com a realidade, implicam que os alunos sejam capazes de deixar de lado as estruturas matemáticas internas e que passem a formar associações com objetos reais, através das próprias experiências (Borromeo-Ferri, 2010). As experiências prévias e os interesses apresentados pelos alunos podem ser o ponto de partida para explorar inúmeras possibilidades de articular a matemática e a realidade, contribuindo para a compreensão da utilidade e da relevância da matemática na sociedade em que vivem (Boavida et al., 2008).

O estabelecimento de conexões e, em particular, aquelas que ligam a Matemática à realidade são uma forma de contrariar a tendência que tem prevalecido ao longo do tempo, em que a matemática abordada na sala de aula parecia nada ter a ver com o mundo real (Shoenfeld, 1992, referido por Fernandes, 2019) e os trilhos matemáticos são um contexto privilegiado para realçar estas relações.

4. Fatores afetivos na aprendizagem da Matemática: as atitudes

Nas últimas décadas tem-se verificado que os fatores afetivos exercem um papel fundamental no sucesso escolar dos alunos. Segundo Spinoza (2009, referido por Fernandes, 2019) o afeto é um fenómeno emocional, agradável ou não, produzido por uma influência exterior. Considerando as ideias de Spinoza (2009, referido por Fernandes, 2019) o corpo humano está capacitado a ser afetado e a afetar, ou seja, quanto maior for a capacidade de afeto, maior será a capacidade mental para desenvolver pensamentos, e maior será a facilidade em compreender as relações entre eles.

Concretamente, o ensino da matemática estimula muitas pessoas e incontáveis reações afetivas, mais ou menos intensas (Amado, Carreira & Ferreira, 2016). Segundo McLeod (1992) o domínio afetivo completa três subdomínios: crenças, atitudes e emoções. Apesar destes conceitos diferirem, são inseparáveis já que se influenciam mutuamente. McLeod (1992) considera a crença, o domínio com menor intensidade de resposta e envolvimento afetivo, mas, com o maior envolvimento cognitivo e de estabilização de resposta. Em contrapartida, as emoções possuem menor envolvimento cognitivo e maior envolvimento afetivo. Segundo McLeod (1992) as atitudes podem ser definidas como respostas afetivas que envolvem sentimentos positivos ou negativos de intensidade moderada e estabilidade razoável. Este trabalho foca-se nas atitudes.

É no âmbito escolar que as crianças devem aprender a tomar as suas próprias decisões, através da aquisição dos valores transmitidos no processo educativo. Usando este processo os alunos apresentam motivação, entusiasmo, empenho, interesse, colaboração e confiança (Neves & Carvalho, 2006). É desta maneira que se formam ligações emocionais que influenciam o ensino. Assim sendo, o papel do professor é orientar e auxiliar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades, tanto a nível emocional, como na resolução de tarefas (Neves & Carvalho, 2006). Desta forma, os professores devem promover atitudes que incentivam a motivação dos alunos de tal forma que se sintam confortáveis na resolução de tarefas e na sala de aula. Isto contribui para que os alunos desenvolvam a autoconfiança e a autoestima. Também devem desenvolver o pensamento crítico, que ''requer observar, identificar, analisar e dar sentido à informação, às experiências e às ideias e argumentar a partir de diferentes premissas e variáveis'' (ME- DGE, 2017, p.24). Na mesma linha de pensamento, Martinez-Padrón (2008, referido por Fernandes, 2019) afirma que as atitudes, tanto negativas como positivas afetam o processo de aprendizagem. Por exemplo, um aluno que apresenta felicidade e otimismo irá ter a capacidade de resolver as tarefas com motivação e entusiasmo, alcançando mais rapidamente o resultado. O mesmo acontece a um aluno que possua uma atitude negativa, já que esta pode levá-lo ao fracasso e desmotivação. Martinez-Padrón (2008, referido por Fernandes, 2019) afirma que tanto os alunos como os professores são responsáveis pelos bloqueios que aparecem na aprendizagem da matemática. Tendo conhecimento disto, o professor deve ter a capacidade de criar situações e tarefas que suscitem nos alunos motivação e interesse para que a aprendizagem seja significativa.

Tal como referido anteriormente as atitudes são consideradas um dos fatores que contribuem para o desempenho em matemática (Mazana, Montero & Casmir, 2019). Na mesma linha de pensamento Ajzen (1988, referido por Liljedahl & Oesterle, 2014) define atitude como uma disposição para responder favoravelmente ou desfavoravelmente a um objeto, pessoa, instituição ou evento. Sendo assim, de um modo geral, a atitude é uma reação perante uma situação, que influencia o comportamento a ter.

Segundo Amado et al. (2016) as atitudes desenvolvem-se, o que significa que não são inatas, por esse motivo, dependem do contexto onde são aprendidas e construídas. Também Martinez-Padrón (2008, referido por Fernandes, 2019) afirma que as atitudes dependem do contexto onde se manifestam e são relevantes quando existe a intenção de descrever, compreender ou explicar o êxito ou o fracasso dos alunos. Para este autor, podem manifestar-se na forma de: ideias, perceções, gostos, preferências, opiniões, crenças, emoções, sentimentos, comportamentos e tendências para atuar. Segundo Syyda (2016, referido por Mazana et al., 2019) estas demostrações podem ser organizadas em função de três componentes principais: afeto, cognição e comportamento. Estas componentes encontram-se interrelacionadas. De acordo com Syyda: (1) a componente afetiva (o sentir) inclui emoções e sentimentos de aceitação ou rejeição perante a presença de um objeto, pessoa ou situação; (2) a componente comportamental (conduta), corresponde a um conjunto de predisposições observáveis em relação ao objeto; e (3) a componente cognitiva (o saber), depende da informação e experiência adquirida pelo sujeito e determina a atitude preferencial que a pessoa vai adotar. As três componentes devem estar presentes antes de se afirmar que existe uma atitude (Syyda, 2016, referido por Mazana et al., 2019). Por exemplo, ‘’se um aluno se sente feliz numa aula de matemática (afeto), pretende aprender mais (comportamento) e acredita que é fácil aprender (cognição). Neste caso, o aluno pode criar uma atitude positiva em relação à matemática” (Mazana et al., 2019, p.210).

As atitudes são fatores hipotéticos, não podem ser observáveis diretamente, mas podem ser inferidas a partir de medidas mensuráveis. As medidas para entender a atitude dos alunos em relação à matemática são: a autoconfiança, ansiedade e gosto, na componente afetiva; a motivação intrínseca, na componente comportamental; e a utilidade da matemática, na componente cognitiva (Mazana et al., 2019).

Na *componente afetiva*, quando se refere a *autoconfiança* em matemática corresponde à consciência que o aluno tem de si mesmo. Se possui autoconfiança está pronto para realizar tarefas e desafios matemáticos e, ao mesmo tempo, melhorar o desempenho académico. Por outro lado, também é importante destacar a *ansiedade* em matemática. Esta é entendida como uma condição de resposta emocional negativa a conceitos matemáticos e testes. A ansiedade é um sentimento de tensão e angústia que impede a capacidade de concentração e, consequentemente, afeta negativamente a aprendizagem da matemática. Para finalizar a componente afetiva, é importante referir o *gosto* em fazer matemática. Esta dimensão influencia cognitivamente o momento de aprendizagem. Quanto mais os alunos gostarem de fazer matemática, mas envolvidos estarão na resolução das tarefas, melhorando assim o seu desempenho (Mazana et al., 2019).

Na *componente comportamental* avalia-se a *motivação intrínseca*. Relaciona-se com o interesse e o desejo de aprender matemática. A motivação afeta tanto o envolvimento, como o desempenho dos alunos em relação à matemática (Mazana et al., 2019).

Na *componente cognitiva*, destaca-se a *utilidade da matemática*. Refere-se à perceção dos alunos sobre a importância de matemática na vida quotidiana atual e no futuro. Se os alunos reconhecerem essa importância nas suas vidas, a matemática torna-se motivadora, o que é positivo para o sucesso nesta disciplina (Mazana et al., 2019).

Há também evidências que sugerem que as abordagens colaborativas podem promover atitudes positivas nos alunos (Hannula, 2002). No estudo realizado esta componente é fundamental já que o trilho foi realizado em pequenos grupos. Segundo Boavida e Ponte (2002), o trabalho colaborativo é o processo em que várias pessoas trabalham conjuntamente, fazendo com que o nível de energia aumente, fortalecendo a determinação para atuar. Ao mesmo tempo, juntam-se mais recursos e competências para resolver as tarefas e criar companheirismo, o que dá oportunidade para a formulação de reflexões e para a análise pormenorizada dos problemas. Os intervenientes trabalham conjuntamente, com igualdade, de modo a existir ajuda mútua e a atingir um objetivo comum (Boavida & Ponte, 2002).

Conclui-se, da discussão prévia, que o processo de ensino e aprendizagem depende de vários fatores, de natureza afetiva, comportamental e cognitiva, que são influenciados pelo contexto onde ocorre a aprendizagem.

5. Estudo empíricos

Para complementar a fundamentação teórica foi realizada uma leitura sobre estudos assentes nos contextos não formais, principalmente, relacionados com os trilhos matemáticos. Verificou-se a escassez de investigação desta natureza já que estes temas ainda são recentes no âmbito da Educação Matemática em Portugal. Este estudo em particular realça a relação da aprendizagem das isometrias com os trilhos, reforçando o contexto fora da sala de aula. Assim, nesta secção serão referidos alguns estudos empíricos e os respetivos resultados, escolhidos pela proximidade com o estudo realizado: os quatro primeiros centram-se nos trilhos matemáticos num contexto não formal e o último aborda a resolução de tarefas no âmbito das isometrias numa turma no 6º ano.

Vale e Barbosa (2015), estudaram o impacto dos trilhos matemáticos no ensino e aprendizagem da Matemática enquanto contextos fora da sala de aula. Centram-se nas potencialidades do conhecimento matemático, nas capacidades de resolução e formulação de problemas, bem como nas atitudes relativamente à matemática. Neste estudo aplicaram uma metodologia qualitativa de caráter exploratório. Os participantes foram 70 futuros professores de Licenciatura em Educação Básica, que frequentavam uma unidade curricular Didática da Matemática. Os resultados evidenciaram que os futuros professores adotaram uma atitude positiva face à matemática e alargaram as suas perspetivas acerca das conexões que podem existir com o meio envolvente. Também se aperceberam que os trilhos proporcionam um melhor conhecimento do meio através de um olhar matemático, patrimonial e cultural. Não obstante, apesar de os futuros professores terem apresentado motivação, tiveram algumas dificuldades na formulação de problemas, uma vez que implica um trabalho regular.

O estudo realizado por Castro (2016) pretendia compreender o contributo dos trilhos matemáticos no envolvimento dos alunos e na mobilização de conceitos geométricos, numa turma do 5º ano. Para isso, realizou um estudo de natureza qualitativa de carácter exploratório e interpretativo. A recolha de dados realizou-se através de observações, entrevistas, questionários, gravações, registos fotográficos e documentos. Os resultados do estudo apuraram um progresso positivo na mobilização dos conhecimentos geométricos na resolução de tarefas fora da sala de aula, em forma de trilho matemático.

Estes resultados foram associados ao facto de os alunos terem sido confrontados com problemas da vida real na realização do trilho e terem manipulado objetos concretos. Este processo fez com que os alunos aprendessem através da descoberta, aumentando o seu grau de implicação na resolução das tarefas. Por outro lado, permitiu-lhes cooperar em grupo, desenvolvendo o espírito de cooperação e o pensamento crítico, promovendo assim o gosto pela matemática, o entusiasmo, autoconfiança e a entreajuda.

Oliveira (2018) realizou um trabalho de investigação que pretendia compreender de que forma a utilização de um trilho matemático poderia contribuir para a aprendizagem matemática, através do desempenho e envolvimento dos alunos, de uma turma do 5º ano, na resolução de tarefas no âmbito da geometria fora da sala de aula. Para a realização da investigação optou por uma metodologia de investigação qualitativa de carácter exploratório. A recolha de dados incidiu sobre toda a turma, através de observações, entrevistas, questionários, gravações e documentos. Os dados recolhidos permitiram afirmar que a realização do trilho facilitou a aplicação e consolidação dos conhecimentos geométricos trabalhados na sala de aula. O facto de se realizar o trilho matemático proporcionou aos alunos exprimir entusiasmo e persistência na realização de cada tarefa, já que foi concretizado num contexto não formal, permitindo aos alunos que cooperassem em pequenos grupos. Ao resolver as tarefas desta forma, desenvolveram o pensamento crítico, a entreajuda e a componente criativa na resolução das tarefas, contribuindo para a descoberta e o gosto da matemática. Apesar de globalmente a realização do trilho ter sido um contributo positivo, foram identificadas algumas dificuldades no processo de resolução das tarefas e na aplicação de diferentes estratégias de resolução.

A investigação concretizada por Fernandes (2019) tinha como foco a resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem, sendo dirigida a uma turma do 3º ano de escolaridade. A autora pretendia compreender o desempenho e o envolvimento dos alunos na sua realização. Ao mesmo tempo tencionava identificar habilidades dos trilhos, enquanto contexto educativo não formal, através de experiências de aprendizagem que contribuíssem para um ensino mais eficaz. Para a realização deste estudo optou por uma investigação qualitativa, de natureza interpretativa, longitudinal, na modalidade de estudo de caso. A recolha de dados foi realizada através de observações,

2

entrevistas, questionários, registos áudio e documentos diversos, tendo sido realizados três trilhos. Com a análise dos resultados concluiu que, ao longo da resolução das tarefas, os alunos foram superando as dificuldades apresentadas inicialmente, como por exemplo, a compreensão. Por outro lado, tiveram facilidade em mobilizar conhecimentos, capacidades, estratégias de resolução e diferentes tipos de representações na resolução das tarefas. Ao longo dos três trilhos, observou muita interação verbal, em forma de discussões, no momento da partilha de ideias e tomadas de decisão. O envolvimento por parte dos alunos verificou-se positivo já que mostraram atenção, esforço, persistência e interação social saudável e respeitosa. Em contrapartida, foi identificado que o limite de tempo na realização do trilho e a falta de conhecimentos pode provocar situações de ansiedade e frustração nos alunos. Os trilhos contribuíram para o desenvolvimento de várias capacidades relacionadas com o raciocínio, a resolução de problemas, a comunicação, a criação de conexões, a tomada de decisões, a colaboração, a autonomia, a orientação no espaço e a autorregulação. Todas estas capacidades fazem com que os alunos reconheçam a aplicabilidade e utilidade da matemática e o meio que os envolve.

O último estudo aqui descrito foi realizado por Martins (2018). Pretendia compreender de que forma a participação de alunos do 6º ano num congresso matemático poderia contribuir para o desenvolvimento da resolução de problemas, no âmbito das isometrias. Considera-se que este estudo é relevante por ter sido realizado num 6º ano, com foco nas isometrias e num contexto, que embora tenha sido realizado dentro da sala de aula, é um ambiente diferente do tradicional. A investigadora optou por uma metodologia de natureza qualitativa interpretativa, na modalidade de estudo caso. A recolha de dados realizou-se através de observações não estruturadas, questionários, entrevistas e documentos. Após análise dos dados, concluiu que as tarefas desafiantes estimulavam o interesse e o empenho dos alunos, quer na resolução, quer na apresentação da respetiva resolução no congresso matemático. Além do mencionado, manifestaram dificuldades em expressar-se oralmente não aplicando os conceitos de forma adequada. Em termos de representações os alunos recorreram, sobretudo, ao desenho para conseguir interpretar e traduzir o enunciado. O facto de realizarem as tarefas em grupo, suscitou o trabalho colaborativo, proporcionando o espírito de entreajuda, troca de opiniões e

2

reflexões em torno das tarefas. Apesar disso, no momento de apresentar as tarefas os alunos manifestaram grandes dificuldade em expressar-se oralmente, não conseguindo aplicar corretamente os conceitos adequados.

Se comparamos os quatro primeiros estudos mencionados, é possível salientar semelhanças ao nível dos resultados obtidos, especificamente, a motivação e empenho que os alunos mostraram na resolução das tarefas dos trilhos num contexto não formal. Também é necessário destacar o desenvolvimento do trabalho colaborativo na resolução das tarefas do trilho e as dificuldades que os alunos mostraram em relacionar os conhecimentos adquiridos na sala de aula com a realidade. Relativamente ao último, é de destacar a motivação e empenho dos alunos na preparação e participação das tarefas e a sua dificuldade ao nível da comunicação matemática.

Capítulo III – Metodologia de Investigação

Neste capítulo apresentam-se as opções metodológicas do estudo, bem como uma breve caracterização dos participantes, do contexto e dos métodos e técnicas usados na recolha de dados. O capítulo termina com a descrição dos procedimentos utilizados na análise dos dados.

1. Opções metodológicas

Com este estudo pretendia-se compreender o contributo de um contexto não formal como de um trilho matemático para a aprendizagem das isometrias no 6º ano de escolaridade. Tendo em conta a natureza deste problema, optou-se por fazer uma investigação qualitativa de cariz interpretativo, já que se pretendia analisar e explicar como um conjunto de alunos reagem a uma determinada situação (Vale, 2004). Como afirma Coutinho (2016), é difícil definir investigação qualitativa, e alguns manuais limitam-se a considerar qualitativa a investigação que não é quantitativa, ou como refere Wiersma, ''a investigação qualitativa descreve os fenómenos por palavras em vez de números ou medidas'' (1995, referido por Coutinho, 2016, p.29). Há, no entanto, autores que vão mais além, como Denzin e Lincoln (1994, citados em Vale, 2004) que referem que:

> A investigação qualitativa é um método multifacetado envolvendo uma abordagem interpretativa e natural do assunto em estudo. Isto significa que os investigadores qualitativos estudam as coisas no seu ambiente natural numa tentativa de interpretar o fenómeno (p.175)

Importa, por isso, destacar que na investigação qualitativa o foco está na análise de intenções e situações, ou seja, as questões comportamentais não são tão relevantes como as ideias, as ações e as interações entre os sujeitos (Coutinho, 2016).

Bogdan e Biklen (1994) associam à investigação qualitativa cinco características fundamentais: (1) por um lado consideram que na investigação qualitativa a fonte direta de informação é o ambiente natural, apesar de muitas vezes os investigadores utilizarem aparelhos para registar dados e situações. Os dados são complementados com a informação que se obtém através do contacto direto. Os investigadores frequentam o contexto onde decorre o estudo para observar as ações no ambiente natural; (2) também é descritiva, já que as informações observadas são apresentadas em forma de palavras ou imagens e não de números. Os dados recolhidos incluem notas de campo, fotografias, vídeos, transcrições de entrevistas, entre outros; (3) interessa-se pelo procedimento e não pelo resultado; (4) a análise dos dados é feita de forma intuitiva e à medida que se realiza a recolha e análise dos dados vão se formando as ideias; e (5) o significado é de importância vital, os investigadores estudam as diferentes perspetivas dos participantes.

Por todas estas características que assume um estudo de carácter qualitativo, o investigador deve apresentar paciência e sabedoria para ser capaz de obter a informação necessária durante a recolha de dados, já que uma investigação qualitativa não é estruturada, por esse motivo os resultados são imprevisíveis e incertos (Vale, 2004). Segundo a mesma autora, o observador deve assumir diferentes papéis: ouvinte, avaliador, narrador, comunicador, observador, intérprete, explorador, inquiridor, instrumento e negociador. Para que o investigador realize estas funções corretamente, segundo Yin (2003, referido por Fernandes, 2019), deve: (1) ser capaz de ouvir a opinião dos estudados sem impor as suas ideias; (2) saber formular boas perguntas e ter a capacidade de interpretar as respostas; (3) possuir um conhecimento elevado sobre o assunto do estudo; (4) ser neutro em situações conflituosas; e (5) aceitar novas situações e ter a capacidade de se adaptar em caso de alterações.

Tendo em atenção o problema a investigar, optou-se pelo estudo de caso, já que torna possível obter um conhecimento mais profundo dos acontecimentos (e.g. Ponte, 2006; Stake, 1995). Tal como refere Yin (1989, citado por Vale, 2004):

> O estudo de caso é uma metodologia adequada quando as questões do "como" e "porquê" são fundamentais, quando o investigador tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos e quando o objecto do estudo é um fenómeno que se desenrola em contexto real e para o qual são necessárias fontes múltiplas de evidência para o caracterizar (p. 139).

Segundo Merriam (1988, referido por Vale, 2004) os estudos de caso qualitativos em educação apresentam quatro características: (1) particularistas, já que se focam somente numa situação específica; (2) descritivos, visto que o resultado é uma descrição detalhada do estudo; (3) heurísticos, porque ajudam a compreender a descoberta do acontecimento em estudo; (4) indutivos, porque a informação surge da análise dos dados que estão presentes no contexto. Ponte (2006) também designa estas quatro características, mas realça a importância de analisar, interrogar e confrontar os dados recolhidos com teorias e ideias já existentes. De um modo geral, um estudo de caso desenvolve-se num contexto real e foca-se na análise de dados ou no trabalho de campo onde o investigador extrai diferentes evidências (Yin, 1984, referido por Ponte, 2006).

De acordo com Stake (1995) e Yin (2003, referido por Fernandes, 2019), a escolha dos casos não é feita de forma aleatória, mas sim, através de uma seleção criteriosa e intencional para recolher a maior quantidade de evidências, para uma melhor compreensão da situação investigada. Os critérios utilizados para a seleção dos grupos-caso estão mencionados no ponto seguinte.

2. Participantes e Contexto

A investigação decorreu no ano letivo 2018/2019, durante a intervenção em contexto educativo no 2º CEB, com uma turma do 6º ano de escolaridade de um agrupamento de escolas de Viana do Castelo. A caracterização da turma e a dos grupos-caso serão detalhadas no Capítulo V.

Toda a turma participou no trilho, por esse motivo, foi necessário formar grupos. Inicialmente verificou-se que só estavam disponíveis três acompanhantes para a realização da atividade fora do recinto escolar. Assim, achou-se por bem distribuir dois grupos por cada acompanhante para que este tivesse a possibilidade de controlar, observar e gerir cada um dos grupos. Sendo assim, cada grupo ficou constituído por três ou quatro elementos.

Para este estudo, foram selecionados dois grupos-caso tendo em conta diferentes critérios. Os grupos foram formados tendo por base o parecer da docente titular da turma. Os critérios para a escolha dos casos foram: (1) participação no trilho, na resolução de tarefas em sala de aula, nos questionários e entrevistas; (2) resolução do maior número de tarefas; (3) vontade em participar na investigação e nas suas diferentes fases; (4) apresentação de soluções variadas; e (5) comunicação fluente, tanto na vertente escrita como oral.

De modo a garantir o anonimato dos alunos cada um será identificado com a inicial do nome. Os grupos também foram distinguidos por nomes escolhidos pelos alunos. Os grupos-caso têm a designação de ‘’transferidores’’ e ‘’Os três mosqueteiros’’.

2

No que concerne ao contexto, pode dizer-se que este estudo decorreu em dois locais distintos. Na sala de aula e fora do recinto escolar. Era necessário escolher um local fora da sala de aula, onde fosse possível trabalhar a Matemática e com o qual os alunos estivessem familiarizados, para efetuar o trilho matemático. Por isso, selecionou-se o centro histórico de Viana do Castelo, opção que será justificada no Capítulo IV.

3. Fases do estudo e procedimentos

O estudo decorreu entre fevereiro e novembro de 2019, tendo sido desenvolvido em três fases, cujo período e procedimentos se encontram identificados na tabela 1.

Tabela 1: Calendarização do estudo

Fases do estudo	Período	Procedimentos
Preparação do estudo	Fevereiro a março de 2019	Definir o problema do estudo e as questões de investigação Pedidos de autorização aos Encarregados de Educação Planificação da unidade didática Caracterização do contexto e da turma Elaboração dos questionários Observação Recolha Bibliográfica Construção e planificação das tarefas a realizar dentro da sala de aula Seleção e elaboração das tarefas para o trilho matemático Preparação do trilho matemático
Implementação do estudo e continuação da preparação	Março a abril de 2019	Aplicação dos questionários inicial e final Implementação de tarefas em sala de aula Intervenção didática Observação Recolha de documentos Entrevistas aos grupos caso Realização do trilho matemático Apresentação do trabalho
Redação do relatório final da PES	Maio a novembro de 2019	Análise dos dados Recolha Bibliográfica Redação do Relatório Final da PES

A primeira fase do estudo decorreu entre fevereiro e março de 2019 e coincidiu com as aulas de observação da intervenção em contexto educativo no 2º ciclo. Neste período houve oportunidade de conhecer o contexto e a turma onde iria decorrer a prática e, em particular, o estudo. Simultaneamente, iniciou-se a planificação da unidade didática a lecionar. Posteriormente, definiu-se o problema e as questões de investigação que

2

orientaram este estudo. Nesta fase, foi também necessário entregar os pedidos de autorização aos encarregados de educação (Anexo 3), tendo em vista a participação dos alunos nas várias etapas de recolha de dados. Além disso, foi ainda realizada uma pesquisa bibliográfica de modo a preparar o enquadramento teórico do estudo e apoiar a construção das tarefas utilizadas nas aulas e no trilho matemático. Nesta primeira fase, também se elaboraram os questionários, tanto o inicial (Anexo 2), também designado por questionário I, como o final (Anexo 4), ou designado como questionário II. Por outro lado, começou-se a preparação das tarefas que iriam constituir o trilho matemático.

No decorrer da segunda fase, de março a abril de 2019, foram lecionadas onze alunas de noventa minutos, nas quais o conteúdo trabalhado foi Isometrias do Plano. Estas foram organizadas de maneira a abordar todos os conteúdos relacionados com o tema das isometrias na sala de aula, para posteriormente os alunos terem conhecimentos para a realização do trilho. Ao longo das aulas decorridas foram recolhidas notas e comentários dos alunos. Após obter as autorizações, aplicou-se o Questionário I (Anexo 2). Para além disso, todas as aulas de matemática foram gravadas. Nesta fase, foi ainda necessário fazer várias visitas ao contexto para ajustar as tarefas propostas no trilho e selecionar o material necessário à sua realização.

Ainda na fase de implementação do estudo os alunos realizaram o trilho matemático aplicando a matéria abordada na sala de aula. Depois da turma ter realizado o trilho, os grupos-caso foram entrevistados acerca das tarefas e das respetivas resoluções. Ao construir e organizar as tarefas do trilho, surgiu a ideia de propor uma atividade complementar para verificar se os alunos eram capazes de identificar outras isometrias no meio envolvente. Ao longo do percurso cada grupo devia recolher fotografias de: uma reflexão axial, uma reflexão central, uma rotação, uma figura com simetrias de reflexão e uma figura com simetrias de rotação. Estas imagens foram posteriormente apresentadas à turma. Para culminar a participação no estudo os alunos responderam ao Questionário II (Anexo 4) sobre o trilho realizado.

A última fase do estudo decorreu de maio a novembro de 2019, com a finalidade compilar todas as informações obtidas no Relatório Final da PES. Durante este período foram analisados os dados e redigido o relatório, tendo havido necessidade de atualizar algumas referências bibliográficas.

4. Recolha de dados

Esta secção centra-se na etapa de recolha de dados. Segundo Vale (2004), para realizar uma boa recolha de dados é necessário seguir um conjunto de passos que se traduzem em quatro estádios: *estádio de entrada*, organizar a investigação, reconhecer os sujeitos a estudar e o contexto do estudo; *estádio de produção e recolha de dados*, compreender e analisar os dados, para isso é necessário recolher dados recorrendo a múltiplas fontes; *estádio de afastamento*, momento de refletir sobre a investigação realizada; e por último, *estádio de escrita*, o investigador deve recorrer a citações já existentes para ilustrar a sua interpretação dos dados.

Num estudo de natureza qualitativa devem ser recolhidos dados através de diferentes métodos, como por exemplo: entrevistas, questionários, observações e documentos (Bogdan & Biklen, 1994; Coutinho, 2016; Stake, 1995; Vale, 2004) já que todo o material/informação recolhida é fulcral para a análise dos dados. No que diz respeito à recolha de dados, nesta investigação, foram utilizados os seguintes instrumentos: observações, inquérito por questionários, inquérito por entrevista, documentos escritos e registos audiovisuais.

4.1. **Observação**

A observação é uma técnica fundamental na recolha de dados qualitativos (Bogdan & Biklen, 1994; Vale, 2004), que permite uma melhor compreensão do caso a estudar (Stake, 1995). Segundo Vale (2004) com a técnica de observação é possível comparar aquilo que o estudado diz ou não diz, com o que faz. A vantagem da observação em relação aos inquéritos e entrevistas, é que o investigado é estudado na sua zona de conforto e não está a ser dirigido nem influenciado pelo investigador (Vale, 2004).

Segundo Coutinho (2016), é possível classificar a observação em duas categorias, de acordo com o tipo de registo: observação estruturada e observação não estruturada. A observação estruturada, é realizada tendo por base regras previamente definidas, onde estão determinados os aspetos que se pretendem analisar (Coutinho, 2016). Por outro lado, na observação não estruturada, o investigador faz anotações segundo o comportamento do observado, que são registadas numa folha de papel (Coutinho, 2016). Neste estudo optou-se pela observação não estruturada. No entanto, orientada pelo problema e pelas questões de investigação, cujo foco estava no desempenho e nas atitudes ao longo do trilho matemático.

Por outro lado, segundo Yin (1989, referido em Vale, 2004) a observação pode ser participante ou não participante. Quando o investigador executa observações pode assumir uma posição passiva, exterior ao que pretende observar, sendo assim observador não participante. Ou pode adquirir uma posição participativa, onde passa assumir um papel ativo no contexto, sendo um observador participante. Ao longo do estudo houve necessidade de assumir o duplo papel de professor e investigador razão que fundamenta o recurso à observação participante. Como nem sempre esta tarefa é fácil, foi necessário recorrer a evidências de outras fontes, como os registos áudio. Para além disso a investigadora contou com a colaboração do par de estágio que também realizou registos pormenorizados das intervenções e observações dos alunos.

4.2. Inquérito por questionário

Os inquéritos têm o objetivo de recolher informação que não é possível observar diretamente. Neste estudo recorreu-se ao inquérito por questionário e ao inquérito por entrevista. A principal diferença entre o questionário e a entrevista é que o primeiro pode ser respondido sem a presença do investigador (Vale, 2004), mas também é adequado quando se pretende obter respostas de um grande número de participantes (Vale, 2004).

O questionário é um instrumento estruturado, no entanto pode variar em relação ao grau de abertura das questões. Pode ser constituído por perguntas abertas, semiabertas ou fechadas (Vale, 2004). Nas questões de resposta aberta, não existe qualquer limitação e o inquirido responde livremente à pergunta. É necessário destacar que os dados obtidos são mais ricos, mas mais difíceis de tratar. Nas questões fechadas, as respostas são impostas e o respondente não pode acrescentar mais informação. Nas questões semiabertas, estão compreendidas as respostas abertas e fechadas. Neste tipo de questões o inquirido tem a possibilidade de acrescentar informação à opção previamente selecionada. Na formulação dos dois questionários, inicial e final, optou-se por formular questões dos três tipos acima referidos, apesar de prevalecerem as questões de resposta semiaberta.

Outros aspetos que prevaleceram no momento de construir os questionários foram: (1) apresentar indicações explícitas sobre o procedimento a seguir para responder às questões; (2) adaptar a linguagem ao nível de escolaridade dos inquiridos; (3) e evitar que as questões tivessem as respostas implícitas.

Neste estudo foram aplicados dois questionários em papel. Na primeira aula foi realizado o questionário inicial, designado por Questionário I (Anexo 2) teve como objetivo recolher informação para caracterizar os participantes e, ao mesmo tempo, conhecer a sua relação com a Matemática, bem como as suas ideias sobre a aplicabilidade desta disciplina no dia a dia. Este foi o primeiro instrumento a ser usado na recolha de dados.

Por outro lado, o questionário final, designado por Questionário II (Anexo 4), foi implementado na última aula, depois de concluídas todas as tarefas relacionadas com o estudo, com a finalidade de entender se a realização do trilho teve algum impacto nos alunos, particularmente na sua opinião sobre a aplicabilidade de Matemática no dia a dia, tendo como foco as isometrias. Pretendeu-se ainda aceder à sua opinião sobre a aprendizagem da matemática fora da sala de aula. Optou-se por distribuir os questionários nas aulas, de forma a garantir o preenchimento autónomo pelos alunos. Apesar de apenas seis dos alunos formarem os grupos-caso, os questionários foram aplicados a toda a turma.

4.3. Inquérito por entrevista

Segundo Morgan (1988, referido por Bogdan & Biklen, 1994) uma entrevista é uma conversa intencional com o objetivo de obter informações que não se podem observar diretamente. Este método permite ao entrevistador recolher informação de natureza subjetiva (Vale, 2004) e de forma descritiva na linguagem do próprio sujeito (Bogdan & Biklen, 1994). Por esse motivo, é necessário selecionar questões cuja resposta não seja ‘‘sim’’ ou ‘‘não’’, já que são as respostas que permitem a recolha de informação precisa (Bogdan & Biklen, 1994; Vale, 2004).

As entrevistas podem variar entre: não estruturadas, estruturadas e semiestruturadas (Bogdan & Biklen, 1994). Na entrevista não estruturada ''o entrevistador encoraja o sujeito a falar sobre uma área de interesse'' (Bogdan & Biklen, 1994, p. 135). Neste tipo de entrevistas, o entrevistado exerce um papel fundamental no estudo (Bogdan & Biklen, 1994). Considera-se a entrevista estruturada, aquela em que as questões realizadas pelo investigador vêm de um guião previamente pensado. Por último, as entrevistas semiestruturadas são uma junção dos dois tipos previamente mencionados. Neste caso, o entrevistador deve escolher previamente os temas que pretende tratar, mas no decurso da entrevista, pode acrescentar questões (Bogdan & Biklen, 1994). As entrevistas realizadas neste estudo foram semiestruturadas. Achou-se por bem ter previamente um conjunto de questões orientadoras, mas ao mesmo tempo que decorria a entrevista, os participantes tinham a possibilidade de apresentar as suas opiniões e raciocínios. As questões orientadoras foram pensadas tendo por base os objetivos do estudo e centraram-se essencialmente no trilho matemático realizado e nas tarefas associadas (Anexo 5).

Foi feita uma entrevista a cada um dos grupos-caso a seguir à realização do trilho. Raramente num estudo de caráter qualitativo são feitas as mesmas perguntas para diferentes entrevistados, pelo contrário, aguarda-se que cada indivíduo tenha tido experiências diferentes (Stake, 1995). Por este motivo, foi necessário adaptar a entrevista a cada grupo-caso, com a finalidade de obter informações, clarificar os registos escritos, identificar as dificuldades apresentadas e perceber o raciocínio usado na resolução das tarefas. Nos anexos 6 e 7 podem ser consultadas as questões que orientaram as entrevistas e que resultaram da observação do comportamento dos grupos-caso na realização do trilho e na análise dos registos escritos.

As entrevistas foram gravadas em áudio para: conseguir captar toda a informação necessária; que a conversa fosse mais fluida; que os entrevistados se sentissem mais à vontade; e, para posteriormente ter a possibilidade de as transcrever e analisar. As entrevistas foram realizadas aos três elementos de cada grupo ao mesmo tempo, para conhecer os raciocínios individuais, a interação entre os elementos do grupo e, ao mesmo tempo, terem a possibilidade de explicar as resoluções e se complementarem. As entrevistas tiveram uma duração aproximada de 30 minutos.

4.4. Documentos

Quando se fala de documentos da investigação refere-se ''a toda a variedade de registos escritos e simbólicos, assim como todo o material e dados disponíveis '' (Vale, 2004, p.184). Estes influenciam a investigação antes e durante o processo, e podem ser: trabalhos, relatórios, fotografias, gravações de vídeos, jornais, brochuras, entre outros (Vale, 2004).

Neste estudo em particular foram usados documentos de carácter distinto. Nas primeiras sessões a professora orientadora cooperante forneceu documentos que continham informação sobre os alunos e que facilitaram a sua caracterização.

Ao longo das aulas foram recolhidas as resoluções das tarefas propostas, constituindo assim registos do raciocínio dos alunos. Por outro lado, como foi dito anteriormente, o papel da investigadora foi o de observadora participante, no entanto foi possível registar notas de campo, para posteriormente analisar e interpretar resultados e raciocínios. Na ação de compilar essas notas o par de estágio foi também registando comentários, numa grelha (Anexo 8) ou num guião (Anexo 9). Finalizadas as aulas, a investigadora reunia os diferentes registos formando um só documento.

4.5. Registos audiovisuais

Outra técnica de recolha de dados foi o registo fotográfico e de áudio. Segundo Bogdan e Biklen (1994) a presença de um fotógrafo pode alterar o comportamento do investigado, por esse motivo optou-se por pedir ao par de estágio situado ao fundo da sala que realizasse esses registos da forma mais discreta possível. Assim, evitou-se que o comportamento dos alunos fosse alterado pela presença do gravador ou da câmara fotográfica.

Os registos áudio permitiram analisar os comentários e participações dos alunos dentro da sala de aula para eventualmente comparar com as observações realizadas no decorrer do trilho. Na execução do trilho não foi possível efetuar gravações devido à logística envolvida. Com estas gravações pretendeu-se realizar uma análise mais concreta sobre o envolvimento dos alunos e a comunicação matemática, sendo que com estas, o investigador pode avançar ou recuar dependendo das necessidades. Também foram realizados registos fotográficos das tarefas trabalhadas dentro e fora da sala de aula para registar o raciocínio ou reações dos alunos.

5.Análise de dados

Na investigação qualitativa são muito importantes os métodos e os instrumentos usados na recolha de informação, já que, terminada esta fase, o investigador deve interpretá-los e analisá-los (Coutinho, 2016). A análise dos dados é uma parte fundamental numa investigação e, de um modo geral, trata-se de um processo que consiste em observar os dados, interpretá-los e sintetizá-los através de categorias (Myers, 1997, referido por Coutinho, 2016).

Segundo Bogdan e Biklen (1994), não existe nenhum método ideal para analisar dados, já que é o investigador que deve escolher aquilo que é mais adequado em função dos objetivos do estudo. No entanto, tratando-se de um estudo de natureza qualitativa, achou-se por bem adotar o modelo de análise proposto por Miles e Huberman (1994, referidos por Vale, 2004). Este modelo de análise de dados é constituído por três fases: A redução dos dados, a apresentação dos dados e as conclusões e verificações. Na *redução dos dados* o investigador deve simplificar e resumir as notas de campo, de modo a obter conclusões, para isso deve transformar todos os registos em resumos, parágrafos, frases, números, entre outros. É um processo contínuo ao longo do estudo até estar completo o relatório final. A *apresentação dos dados* é a fase mais importante na análise dos dados, já que é aqui que os dados são transformados em matrizes, gráficos, tabelas e redes, para que a informação seja acessível ao leitor e que o investigador possa ver rapidamente o que está a acontecer e conseguir tirar conclusões. Na *apresentação das conclusões e verificações*, o investigador deve clarificar as conclusões realizadas desde o início. Estas conclusões devem ser válidas, sendo que devem ser testadas pela sua consistência, a sua razoabilidade e a sua comprovação. De acordo com Miles e Huberman (1994, referidos por Vale, 2004) a análise dos dados é um processo cíclico e interativo, existindo a possibilidade de criar relações entre os três momentos.

Como se trata de um estudo de caráter qualitativo, o investigador usa uma análise indutiva, recorrendo a categorias, temas e padrões obtidos a partir dos dados (Vale, 2004). Neste processo, os dados são agrupados para encontrar regularidades entre eles e formar as diferentes categorias. Para a formação destas categorias, Lincoln e Guba (1985, referidos por Vale, 2004), sugerem algumas recomendações: (1) devem representar o objetivo da investigação; (2) devem apresentar todos os itens dos documentos; (3) devem ser singulares, isso é, um item não deve ser colocado em mais de uma categoria; (4) devem ser independentes, sendo que a classificação de uma unidade não deve alterar outra categoria; e (5) todas as categorias devem ser representadas por um princípio simples de classificação.

Realizou-se uma seleção de dados importantes (e.g. registos das tarefas, notas de campo, transcrições das entrevistas, questionários) e realizou-se uma leitura geral tendo como referência o problema e as questões de investigação. Posteriormente agrupou-se essas evidências em categorias, procurando padrões, de modo a descobrir redes lógicas nessas evidências e a verificar a coerência através da literatura. Depois de examinadas estas caraterísticas e de confrontar a literatura revista, decidiu-se considerar duas grandes categorias de análise: o desempenho e as atitudes dos alunos, na realização do Trilho Matemático. As categorias e subcategorias foram informadas pelas questões de investigação, fundamentadas pelo enquadramento teórico e referidas com os dados empíricos (Stake, 1994) tal como podemos observar no quadro 3.

Quadro 3: Categorias de análise

Categorias	Subcategorias	Indicadores
Desempenho	Resolução da tarefa	- Não apresenta resolução - Resolução incorreta - Resolução parcialmente correta -Resolução correta
	Dificuldades	
Atitudes	Domínio afetivo	Auto-confiança Ansiedade Gosto
	Domínio comportamental	Motivação intrínseca
	Domínio cognitivo	Utilidade da matemática

A primeira categoria, relaciona-se com a análise do desempenho dos alunos, particularmente dos grupos-caso, identificando se resolveram de forma correta, parcialmente correta ou incorreta ou se não apresentaram resolução em cada uma das tarefas do trilho. Nesta categoria também se pretendia identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução das tarefas, verificando a sua capacidade de aplicar os conhecimentos trabalhados nas aulas.

A segunda categoria de análise tem as suas subcategorias sustentadas na literatura. Decidiu-se analisar as atitudes dos alunos na realização do trilho. Em relação a estas, procurou-se analisar o domínio afetivo, destacando a autoconfiança, ansiedade e o gosto. Por outro lado, no domínio comportamental, considera-se a motivação intrínseca e no domínio cognitivo, a utilidade da matemática.

Capítulo IV – Sequência didática

Neste capítulo descreve-se a sequência didática associada a este estudo. Começa-se por apresentar a dinâmica das aulas de Matemática, de modo a perceber a abordagem feita ao tema das isometrias. Conclui-se com a descrição dos procedimentos usados na construção do Trilho Matemático, descrevendo as tarefas que o constituem.

1. As aulas de Matemática

Na intervenção em contexto educativo no 2º ciclo foram lecionadas onze aulas, dedicadas à exploração de conteúdos de geometria, relacionados com as isometrias do plano. As aulas foram divididas em três blocos. As primeiras sete aulas, decorreram no contexto de sala de aula; as duas aulas seguintes corresponderam à realização do Trilho Matemático; e as últimas duas aulas foram dedicadas à preparação e apresentação de um trabalho, no qual os alunos tinham de ilustrar isometrias em contexto real.

As aulas foram planificadas para toda a turma, de acordo com o Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013). As tarefas foram criadas e escolhidas para que a aprendizagem se realizasse de forma exploratória, já que os alunos devem ter a oportunidade de consolidar novos conhecimentos através de diferentes experiências (DGEc, 2018). De modo a envolver os alunos procurou-se selecionar tarefas diversificadas, que incluíssem jogos, utilização de materiais de desenho, recurso a materiais manipuláveis, entre outros aspetos. Estas opções são justificadas porque o professor tem o papel fundamental de contribuir para que os alunos construam eles próprios os seus conhecimentos, com base em situações intuitivas e experimentais (e.g. Matos & Serrazina, 1996; Ponte & Serrazina, 2000).

Como se pode observar no exemplo da planificação apresentada no Anexo 10, as aulas iniciavam com a resolução de uma ou duas tarefas propostas pela professora para relembrar conteúdos trabalhados nas aulas anteriores. Desta forma, os alunos eram incentivados a rever os conceitos anteriores e ultrapassar dúvidas existentes. Ao mesmo tempo, a professora tinha a possibilidade de avaliar se os conceitos trabalhados tinham sido corretamente aprendidos. Terminadas as tarefas, cuja resolução tinha um tempo limite de cinco minutos, eram corrigidos os trabalhos de casa. A correção era realizada no quadro pelos alunos, já que a maioria não tinha o hábito de o fazer oralmente. No decorrer das aulas percebeu-se que era despendido muito tempo com a correção, o que levou a optar por um feedback individual, depois da aula ou ao mesmo tempo que os alunos realizavam as tarefas propostas. Após a correção ou após a realização destas tarefas iniciais, a professora ditava o sumário, com a finalidade de dar a conhecer aos alunos os conteúdos que iriam abordar na aula.

Seguidamente, na exploração dos conteúdos, optou-se por trabalhar em cada aula um conteúdo novo, tal como se observa na tabela 2. Nesta fase de exploração, era apresentado um jogo, um problema, uma imagem, uma animação digital, uma dobragem ou um material manipulável, para que, em diálogo com o professor, os alunos conseguissem compreender o novo conceito e as suas propriedades. Ao longo desta exploração eram realizados registos no caderno e resolvidas tarefas relacionadas com o conteúdo trabalhado.

Tabela 2: Conteúdos trabalhados nas aulas

Aulas	Conteúdos
1ª	Revisão de conceitos anteriores (reta, segmento de reta, semirreta, tipos de triângulos, critérios de igualdade dos triângulos); mediatriz e as suas propriedades.
2ª	Reflexão axial e as suas propriedades.
3ª	Eixos de simetria e as suas propriedades; bissetriz de um ângulo; reflexão central e as suas propriedades.
4ª	Reflexão central e as suas propriedades; rotação.
5ª	Propriedades da rotação; simetria rotacional; revisão de todos os conteúdos, preparação para o teste.
6ª	Teste: Mediatriz e as suas propriedades; reflexão axial e as suas propriedades; Eixos de simetria e as suas propriedades; bissetriz; reflexão central e as suas propriedades; rotação e as suas propriedades; simetria rotacional.
7ª	Correção do teste.
8 e 9ª	Realização do trilho: Mediatriz e as suas propriedades; reflexão axial e as suas propriedades; Eixos de simetria e as suas propriedades; bissetriz; reflexão central e as suas propriedades; rotação e as suas propriedades; simetria rotacional.
10ª	Preparação do trabalho relacionado com o trilho: Mediatriz e as suas propriedades; reflexão axial e as suas propriedades; Eixos de simetria e as suas propriedades; reflexão central e as suas propriedades; rotação e as suas propriedades; simetria rotacional.
11ª	Apresentação do trabalho: Mediatriz e as suas propriedades; reflexão axial e as suas propriedades; Eixos de simetria e as suas propriedades; reflexão central e as suas propriedades; rotação e as suas propriedades; simetria rotacional.

Terminada a exploração do novo conteúdo a professora propunha uma ou duas tarefas para os alunos realizarem na aula, envolvendo os conceitos trabalhados. No fim de cada aula era realizada uma síntese da matéria abordada na aula.

Como já se referiu, as quatro últimas aulas de matemática tiveram uma dinâmica diferente, duas foram dedicadas à realização do trilho e as outras duas foram usadas para a preparação de um trabalho e a sua apresentação. Ao longo do trilho foi proposto aos alunos que tirassem fotografias que ilustrassem: reflexão axial, reflexão central, rotação, simetria de reflexão e simetria rotacional. Já em sala de aula, prepararam uma apresentação que incluía as imagens recolhidas e uma descrição das suas características.

2. O Trilho Matemático pela cidade de Viana do Castelo

A literatura refere que a aprendizagem pode ocorrer dentro ou fora da sala de aula, cabendo ao professor usar estratégias e criar situações diversificadas para que os alunos tirem o máximo proveito destes contextos (e.g. Borges, 2012; Rodrigues & Martins, 2005). A realização de tarefas no exterior permitiu potenciar o estabelecimento de relações entre conceitos aprendidos na sala de aula, com situações ou objetos do dia a dia e, ao mesmo tempo, perceber a utilidade da matemática. Tendo por base estas ideias desenhou-se um Trilho Matemático (Anexo 11), que foi implementado em duas aulas da disciplina de matemática, correspondendo a um total de quatro horas e trinta minutos.

2.1. Desenho do trilho

Tal como foi mencionado no enquadramento teórico, um Trilho Matemático é uma sequência de tarefas ao longo de um determinado percurso previamente planeado, composto por um conjunto de paragens nas quais os alunos resolvem tarefas no meio envolvente (Vale, Barbosa & Cabrita, 2019, adaptado de Cross, 1997). É necessário proceder à sua planificação e organização com a devida antecedência, de forma a proporcionar aprendizagens significativas, cumprindo os objetivos do currículo.

Previamente ao desenho do trilho, decidiu-se que seria implementado com os alunos organizados em grupos, pensados com ajuda da professora orientadora cooperante. Apesar de as tarefas do trilho serem resolvidas em grupos de três ou quatro elementos, cada aluno devia registar a sua resolução. Esta opção permitiu que o trabalho de equipa fosse mais rico porque se ajudavam entre si e, ao mesmo tempo, conseguiam comparar as diferentes resoluções. Ainda assim, após a resolução de cada tarefa era realizada uma reflexão em grupo.

Depois de pensar na organização da turma, pensou-se no contexto. Para isso, foram considerados os seguintes aspetos: (1) possibilidade de sair do recinto escolar; (2) proximidade do centro educativo; (3) acesso facilitado e em segurança aos locais; (4) contexto constituído por elementos ricos e diversificados com possibilidade de explorar o tema das isometrias e formular tarefas variadas; e (5) espaço conhecido dos alunos, de modo a observarem a utilidade da matemática no dia a dia. Por estes motivos, a opção recaiu sobre o centro histórico de Viana do Castelo. Posteriormente houve necessidade de ir para o terreno analisar as possibilidades para o percurso e para as paragens onde seriam resolvidas as tarefas. Foi realizado um registo fotográfico de vários elementos do meio e recolhidos os dados necessários. Por fim foram selecionadas nove paragens consideradas ricas para formular tarefas diferentes. Ao juntar à descrição do trilho, achou-se interessante colocar curiosidades acerca dos locais a percorrer, tal como se pode observar no exemplo da figura 7. Estas notas informativas estavam relacionadas com a história de Viana do Castelo. Assim, ao mesmo tempo que os alunos realizavam o trilho e resolviam as tarefas, tinham a possibilidade de aumentar o seu conhecimento sobre o património local.

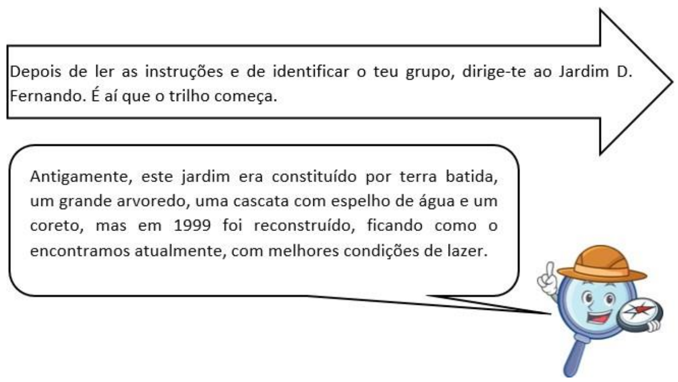


Figura 7: Exemplo de nota informativa

Depois de selecionar o percurso e os diferentes locais de paragem criou-se uma imagem satélite do Trilho Matemático, com a indicação dos postos para servir de mapa (Anexo 12). Toda a informação foi compilada num documento com as indicações, as curiosidades e as tarefas, tendo surgido o trilho (Anexo 11). É necessário frisar que o trilho pensado inicialmente teve de ser reduzido para se adaptar ao ritmo de trabalho dos alunos e ao tempo disponível para a atividade. Finalizada a construção do Trilho Matemático, foi testado para corrigir algumas lacunas e incorreções e estimar o tempo necessário à sua execução.

2.2. As tarefas

O Trilho Matemático ficou composto por nove tarefas, nas quais se pretendia abordar as isometrias e simetrias trabalhadas nas aulas. Na formulação das tarefas pretendeu-se abordar diferentes conteúdos, variando entre propostas que apelavam à construção, à identificação, à caracterização de isometrias, entre outras.

No começo do trilho foi apresentado um quadro (Figura 8), com informação geral sobre a dinâmica envolvida (e.g. onde começava e acabava, quantas tarefas contemplava, como devia ser realizado, o kit de materiais necessários à resolução das tarefas o desafio extra). Depois desta introdução, surgiram as diferentes tarefas, cada uma antecedida por uma indicação sobre o local onde seriam realizadas e uma breve informação sobre o mesmo.

> Os 1,6 km de trilho deves percorrer para os desafios resolver!
>
> O caminho começa no Jardim D. Fernando, também conhecido como Lago dos patos e acaba no Largo Amadeu Costa.
>
> Ao longo do trilho terás 9 paragens, nas quais irás realizar um conjunto de tarefas matemáticas. Não te esqueças que vais trabalhar em grupo. Por isso, é importante ouvir e partilhar as ideias.
>
> Para o trilho efetuar, um mapa e o kit deves usar. O kit tem: lápis, borracha, régua, compasso, transferidor, calculadora, fita métrica e bloco de desafios.
>
> O percurso deves aproveitar para o tema das isometrias relembrar. Em grupo deves fotografar representações de: reflexão axial, reflexão central, rotação, figuras com simetrias de reflexão e figuras com simetrias de rotação.
>
> BOM TRABALHO!

Figura 8: Instruções iniciais do Trilho Matemático

O bloco onde se encontravam as tarefas, as indicações e as curiosidades do trilho, também continha, um espaço onde era pedido aos alunos para explicarem o seu raciocínio. Estas resoluções foram usadas posteriormente para analisar os dados recolhidos.

Segundo Vale (2011) e Ponte (2005), as tarefas são a parte fundamental de todo o processo de ensino e aprendizagem, por isso é importante analisar mais detalhadamente as tarefas que integram o Trilho Matemático. A seguir, serão apresentadas as nove tarefas e as respetivas propostas de resolução

Tarefa 1

Na primeira paragem, Jardim Dom Fernando, os alunos deviam localizar o telefone público (Figura 9). Na resolução da tarefa 1.1. tinham de identificar os botões, usando, posteriormente, o conceito de reflexão axial de eixo horizontal para determinar as imagens dos botões 2, 4 e 8. Tinham de desenhar os botões no espaço disponível e, com ajuda do eixo horizontal, encontrar a imagem de cada um. A imagem do número 2 correspondia ao número 0, a do número 4 seria o número 7 e a imagem do número 8, o número 5.

Figura 9: Botões do telefone público

De seguida, na tarefa 1.2, apresentou-se um problema em contexto numérico. Com os algarismos 2, 4, 8 e as suas imagens tinham de encontrar o maior número divisível por 5. Neste caso, a resolução esperada consistia em que os alunos recorressem aos critérios de divisibilidade, sendo que o número devia terminar em 0 ou 5. Posteriormente, para obter o maior número, os alunos deviam ordenar os algarismos por ordem decrescente, ficando o 0 na ordem das unidades.

Tarefa 2

Na tarefa 2, pretendia-se que os alunos observassem os vitrais no exterior da Igreja de São Domingos (Figura 10). Seguidamente, na T2.1, pretendia-se a construção de uma figura com simetria de reflexão tendo por base uma figura já existente. Nesta tarefa, os alunos tinham de encontrar uma estratégia para construir uma figura que tivesse simetria de reflexão pintando mais dois vidros. A utilização de um eixo imaginário seria uma estratégia facilitadora, sendo que se pintassem um vidro de um lado do eixo, deviam fazer o mesmo do outro lado.

Figura 10: Vitrais da Igreja de São Domingos

Na T2.2 a questão era semelhante, no entanto pedia-se a construção de uma figura com simetria de rotação, depois de pintar mais dois vidros. Neste caso era necessário que os alunos imaginassem um ponto como centro de rotação, para serem capazes de criar a nova figura a partir da figura observada nos vitrais. Nesta tarefa foi fornecida uma folha de registo quadriculada para facilitar na construção das novas figuras.

Tarefa 3

Nesta paragem da Rua Manuel Espregueira, os alunos tinham de localizar a casa com o número 246 e posteriormente observar os azulejos nas paredes (Figura 11). Na tarefa T3.1. era pedido que os alunos identificassem e representassem um exemplo de uma reflexão axial presente no friso de azulejos. Nesta tarefa, pretendia-se que os alunos conseguissem identificar um tipo de isometria, neste caso a reflexão axial, num objeto da vida quotidiana. Para resolver esta tarefa, os alunos tinham de analisar detalhadamente os diferentes elementos que constituíam o padrão do azulejo perceber, se possuía ou não reflexão axial. Esta tarefa permite diferentes soluções já que o azulejo está composto por diferentes elementos que possuem reflexão axial, tal como se pode verificar na figura 12. Terminado o desenho os alunos tinham de descrever a reflexão.

Figura 11 - Azulejos da casa 246 na Rua Manuel Espregueira

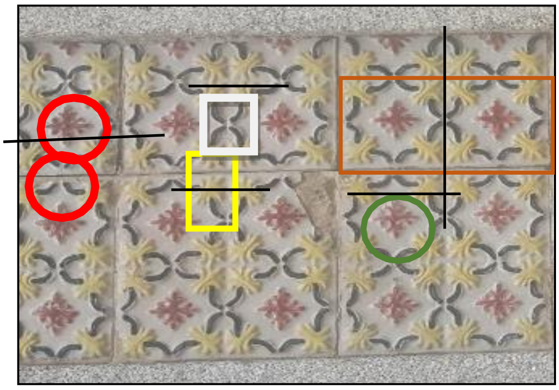


Figura 12: Possíveis situações de reflexões axiais da T.3.1

Seguidamente, na T3.2. os alunos deviam procurar nos azulejos um exemplo de uma rotação, desenhando e caracterizando a situação identificada. Poderiam seguir a mesma estratégia usada na T3.1. para conseguir identificar pelo menos um elemento, no azulejo, com rotação. O objetivo destas duas tarefas passava por consciencializar os alunos para a observação atenta dos elementos que os rodeiam.

Tarefa 4

Na tarefa 4, e ainda na Rua Manuel Espregueira, os alunos deviam localizar o logótipo de uma loja (Figura 13). Seguidamente na T4.1. tinham de verificar se possuía alguma das isometrias trabalhadas nas aulas. Nesta análise, os alunos teriam de analisar o logótipo e relacioná-lo com as isometrias conhecidas. Para isso poderiam usar diferentes estratégias, como por exemplo imaginar que conseguiam dobrar a figura por um eixo e verificar se os dois elementos coincidiam, imaginar um centro de rotação, entre outras possibilidades, e verificar se as características se verificavam. Depois esperava-se que concluíssem que não se aplicava nenhuma das isometrias trabalhadas, nem reflexão axial, nem reflexão central, nem rotação. Para que os alunos apresentassem uma resposta completa, era esperado que justificassem as suas conclusões.

Figura 13: Logótipo da loja ''Toque Final''

Para consolidar esta tarefa, na T4.2. pedia-se um esboço de um novo logótipo para loja que tivesse pelo menos uma das isometrias aprendidas. Na figura 14 observam-se algumas possibilidades. Os alunos teriam de recorrer ao desenho e posteriormente identificar a isometria presente no novo logótipo. Nesta tarefa também é esperado que os alunos evidenciem criatividade.

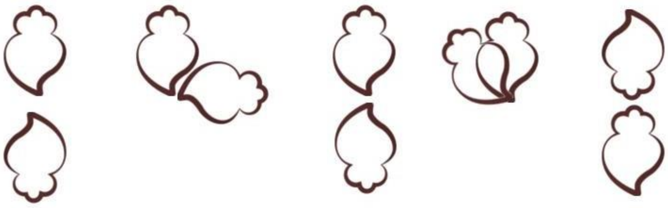


Figura 14: Possíveis resoluções da T4.2.

Tarefa 5

Nesta tarefa 5.1., também realizada na Rua Manuel Espregueira, pretendia-se que os alunos localizassem as ripas de um banco (Figura 15) e, com ajuda da fita métrica que fazia parte do kit de materiais, medissem o comprimento de cada uma. O

Figura 15: Banco de madeira na Rua Manuel Espregueira

comprimento de cada ripa era de dois metros. A fita métrica tinha apenas um metro de comprimento, por esse motivo, os alunos tinham de pensar em estratégias para executar a medição porque as ripas eram mais compridas. Uma das estratégias mais fáceis seria medir a ripa com a fita métrica com a colaboração de um membro do grupo, usando-a repetidas vezes. Era pretendido que os alunos tivessem a capacidade de trabalhar em grupo e colaborar entre si e, ao mesmo tempo, manipular um instrumento de medida.

Posteriormente, na T5.2., era pedido que determinassem um valor vinte vezes inferior ao encontrado na alínea anterior (2 metros), para depois desenharem um segmento de reta com esse comprimento. Nesta tarefa os alunos tinham de dividir os dois metros, por vinte, conversão pedida, obtendo assim a medida do segmento de reta que deviam desenhar.

Na T5.3., com ajuda do material de desenho, os alunos tinham de desenhar um segmento de reta com o comprimento de 0,1 metros, anteriormente calculado e, com ajuda do compasso, construir a mediatriz do respetivo segmento. Nesta tarefa era esperado que os alunos relembrassem como construir a mediatriz de um segmento de reta. Para isso poderiam seguir os seguintes passos: (1) assinalar os extremos do segmento de reta, pontos A e B; (2) com o compasso, com centro em A e raio superior a metade de $\overline{AB}$, traçar dois arcos de circunferência; (3) realizar o mesmo procedimento, mas com centro em B, obtendo dois arcos de circunferência que se intersetam, originando dois pontos, E e F; e (4) para finalizar, com uma régua desenhar a reta EF a mediatriz do segmento de reta [AB].

Para finalizar, na T5.4., era pretendido que os alunos identificassem a aplicabilidade da mediatriz ao banco. Para isso, os alunos deviam conversar em grupo sobre situações em que poderia ser útil imaginar ou construir a mediatriz num banco, como por exemplo, dividir o banco por duas pessoas para que estas tivessem a mesma superfície de banco para se sentarem, entre outros.

Tarefa 6

A tarefa 6 foi proposta no exterior do Museu do Traje. Os alunos tinham de observar com atenção as imagens dos bordados presentes na parede do edifício (Figura 16). Autonomamente tinham de selecionar um elemento com reflexão axial, outro com reflexão central e outro com rotação. Desta forma, os alunos desenvolveriam a capacidade de identificar isometrias em seu redor. Para resolver esta tarefa era suposto analisar os elementos constituintes das imagens, individualmente, facilitando assim a identificação da reflexão axial, reflexão central ou rotação, tal como se pode observar na figura 17. Na resolução desta tarefa foi ainda pedido o desenho desses elementos e a caracterização das isometrias. Desta forma, os alunos relembrariam os conceitos trabalhados nas aulas relacionando-os com o quotidiano. Na resolução foi pedido que usassem a mesma figura para as diferentes isometrias.

Figura 16: Imagens presentes na fachada do edifício do Museu do Traje.

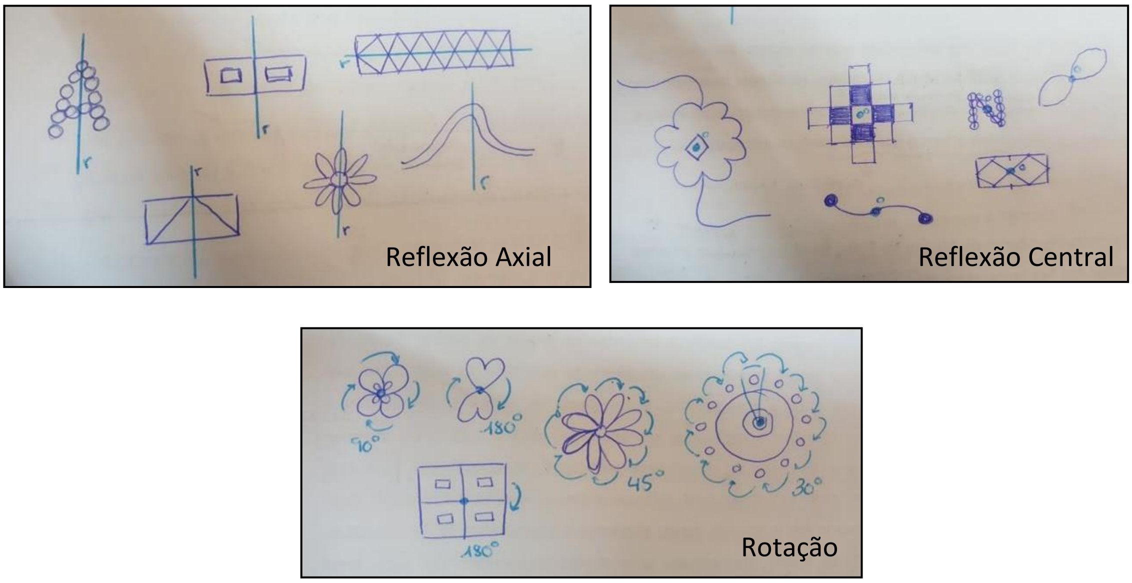


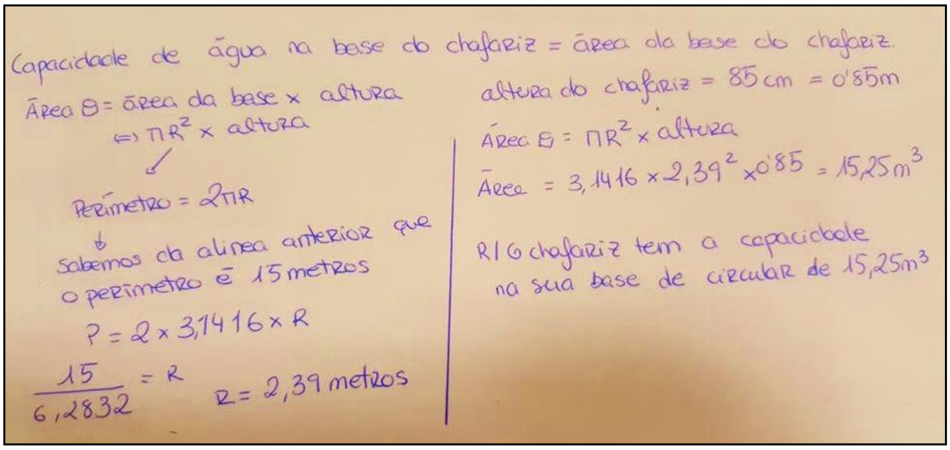
Figura 17: Possíveis resoluções da T.6.

Tarefa 7

A T7 teve por base o Chafariz da Praça da República (Figura 18). Na T7.1., pediu-se para calcular o perímetro da base do chafariz. Esperava-se que os alunos pensassem em diferentes estratégias, havendo duas mais expectáveis: o recurso à fita métrica com o envolvimento direto dos elementos do grupo na medição. Ou em alternativa, no interior do chafariz existem doze lâmpadas colocadas à mesma distância entre si. Portanto, sabendo a distância de uma lâmpada à seguinte, somente teriam de multiplicar esse valor pelo número de lâmpadas, obtendo o perímetro. Na solução deviam registar o resultado aproximado, sendo que este era aproximadamente 15 metros.

Figura 18: Chafariz da Praça da República

Na tarefa 7.2. pediu-se o cálculo da capacidade da base do chafariz. Para isso, os alunos teriam de calcular o volume do cilindro, aplicando a fórmula. Antes disso teriam de calcular medida aproximada do raio, sabendo o valor do perímetro calculado na tarefa anterior, através da fórmula do perímetro ($2\pi r$), conseguindo assim obter o valor do raio. Seria necessário efetuar estes cálculos já que não tinham a possibilidade de entrar no chafariz para medi- lo. Determinado o valor do raio, os alunos teriam de calcular o volume da base do chafariz, através da fórmula do volume de um cilindro. Terminado o raciocínio, os alunos deviam explicar como pensaram e efetuar os cálculos no espaço fornecido na folha de registo, podendo observar-se uma possibilidade de resolução na figura 19.



Capacidade de água na base do chafariz = área da base do chafariz

Área B = área da base × altura
$\Leftrightarrow \pi R^2 \times$ altura

Perímetro = $2\pi R$

Sabemos da alínea anterior que o perímetro é 15 metros

$P = 2 \times 3{,}1416 \times R$

$\frac{15}{6{,}2832} = R$ R = 2,39 metros

altura do chafariz = 85 cm = 0'85m

Área B = $\pi R^2 \times$ altura

Área = $3{,}1416 \times 2{,}39^2 \times 0'85 = 15{,}25 m^3$

R| O chafariz tem a capacidade na sua base de circular de $15{,}25m^3$

Figura 19: Possível resolução da T.7.2

Ainda no Chafariz da Praça da República, na T5.3., os alunos tinham de encontrar uma estratégia para calcular o ângulo que separa duas lâmpadas consecutivas. Neste caso, deviam relembrar que um círculo tem 360 graus de amplitude, portanto, dividindo essa amplitude pelo número de lâmpadas presentes no interior do chafariz, obtinham a amplitude do ângulo pedido. Nesta tarefa os alunos deviam descrever como pensaram e efetuar um desenho para ilustrar o raciocínio. O principal objetivo desta tarefa é relembrar os conceitos de área, perímetro, volume e amplitude de ângulos e, ao mesmo tempo, salientar aos alunos que não são só as isometrias estão que presentes no dia a dia, também há outros conteúdos da matemática aplicados na vida real.

Tarefa 8

Neste posto, na Igreja Matriz, os alunos tinham de localizar a rosácea representada no vitral (Figura 20). Na tarefa 8.1. pediu-se que identificassem o número de simetrias de rotação nessa rosácea. Posteriormente, deviam descrever cada uma delas. Era pretendido que identificassem a rosácea e que tivessem a capacidade de dividi-la em motivos iguais, sendo que esse seria o elemento fundamental para que se repetisse ao longo da figura. Tinham a possibilidade de usar a folha de registo e ilustrá-la. Posteriormente, tinham de contar quantas vezes se repetia para determinar o número de simetrias de rotação. A quantidade de simetrias de rotação presentes na rosácea são 10.

Figura 20: Rosácea da Igreja Matriz

Na seguinte tarefa, T8.2., era pedido o número de simetrias de reflexão. Para isso, os alunos deviam seguir o mesmo procedimento, mas identificando os eixos, para depois contabilizar as simetrias de reflexão presentes na rosácea. Os alunos tinham de encontrar as 10 simetrias de reflexão. Como já foi referido, tinham a possibilidade de desenhar a figura, o que facilitaria a resolução.

Figura 21: Relógio da Igreja Matriz

Ainda na Igreja Matriz, na T8.3, os alunos teriam de observar o relógio (Figura 21) e registar as horas desenhando os ponteiros. Posteriormente, na T8.4. pretendia-se que construíssem a bissetriz do ângulo com menor amplitude formado pelos ponteiros. Era pretendido que, com ajuda do material de desenho e identificando o ângulo com menor amplitude, conseguissem construir a bissetriz desse ângulo. Para isso, deviam seguir os seguintes passos: (1) com a ponta do compasso no vértice, e com uma abertura qualquer, deviam traçar um arco de circunferência que intersetasse os dois lados do ângulo; (2) ainda com o compasso, e com uma abertura um pouco maior do que o arco anterior, deviam colocar a ponta do compasso num dos pontos onde o arco inicialmente desenhado interseta-se com o dos lados do ângulo; (3) seguidamente, traçar um arco no interior do ângulo; (4) com a mesma abertura, deviam colocar o compasso no outro ponto de interseção e realizar o mesmo procedimento, traçando outro arco de modo a que os dois arcos traçados se intersetem; e (5) para finalizar, com ajuda do lápis e a régua, traçar uma semirreta com início no vértice e que passasse pelo ponto onde se intersetam os dois arcos. Nesta tarefa os alunos deviam ser capazes de desenhar a bisetriz com ajuda do material de desenho.

Para terminar, na T8.5., foi formulado um problema relacionado com a construção da bissetriz da tarefa anterior. Questionava-se se: ''o ponteiro das horas passasse a pertencer à bissetriz do ângulo, o relógio estaria atrasado ou adiantado? Quanto tempo?''. Os alunos poderiam ter por base a construção realizada anteriormente. Primeiramente, teriam de associar o ponteiro maior às horas e o pequeno aos minutos. Depois disto, e através do desenho, deviam pensar se a hora marcada seria mais cedo ou mais tarde do que a anterior. Nesta tarefa pretende-se que os alunos relacionem o tempo e a amplitude, e que, ao mesmo tempo, aperfeiçoem a capacidade de determinar as horas.

Tarefa 9

Esta última tarefa do trilho, realizada na Rua dos Manjovos, está dividida em três questões. Nas duas primeiras, os alunos tinham de estimar o número de passos e os metros percorridos de um determinado ponto a outro. Era esperado que, entre os membros do grupo, escolhessem a melhor estratégia de contagem, já que não sabiam qual seria a distância a percorrer. Na resolução uma estratégia possível seria dividir tarefas entre os membros do grupo. Por exemplo, se o grupo fosse constituído por três elementos, dois realizariam a contagem dos passos e o terceiro elemento poderia localizar a porta número 5, que determinaria o fim do percurso. Finalizada a contagem dos passos, seria aconselhável ajustar os valores obtidos na contagem dos passos para responder à T9.1. Seguidamente, na T9.2., os alunos deviam multiplicar o número de passos obtidos pelo comprimento aproximado do passo em metros. Nestas duas tarefas era esperado que se mantivessem concentrados, conseguissem trabalhar em grupo e trabalhassem as medições e arredondamentos.

Na 9.3., tinham de localizar a porta com o número 5 (Figura 22) e observar com atenção as figuras de ferro forjado. Posteriormente, era pedido aos alunos para construírem uma figura que possuísse alguma das isometrias trabalhadas nas aulas, mas essa figura devia estar composta pelos elementos apresentados no padrão da porta. Era pretendido que os alunos identificassem a figura que se repetia para conseguir separar os elementos que a constituíam. Uma vez encontrados esses elementos, os alunos deviam construir uma nova figura com isometria, como os exemplos observados na figura 23.

Figura 22: Porta da casa número 5 na Rua dos Manjovos

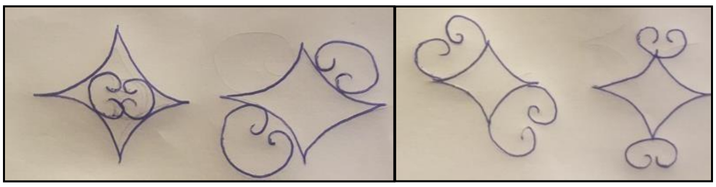


Figura 23: Possíveis resoluções da T9.3.

De modo a sintetizar as ideias apresentadas, na tabela 3 encontram-se as várias tarefas propostas ao longo do trilho e os objetivos associados a cada uma delas, no que refere ao tema das isometrias.

Tabela 3: Objetivos associados às tarefas do trilho matemático.

Tarefa		Objetivos
T1	T1.1	Identificar uma reta *r* como «eixo de simetria» de uma dada figura plana quando as imagens dos pontos da figura pela reflexão de eixo *r* formam a mesma figura. Designar, dados dois pontos O e *M*, o ponto *M´*por «imagem do ponto pela reflexão central de centro O» quando *0* for o ponto médio do segmento [*MM'*] e identificar a imagem de O pela reflexão central de centro *0* como o próprio ponto O.
	T1.2	Utilizar a decomposição em fatores primos para simplificar frações, determinar os divisores de um número natural e o máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum de dois números naturais.
T2	T2.1	Identificar uma reta *r* como «eixo de simetria» de uma dada figura plana quando as imagens dos pontos da figura pela reflexão de eixo *r* formam a mesma figura. Construir simetria de reflexão.
	T2.2	Designar, dados dois pontos *O* e *M*, o ponto *M´*por «imagem do ponto pela reflexão central de centro *O*» quando *0* for o ponto médio do segmento [*MM'*] e identificar a imagem de *O* pela reflexão central de centro *O* como o próprio ponto O.
T3	T3.1	Identificar, dada uma reta *r* e um ponto *M* não pertencente a *r*, a «imagem de *M* pela reflexão axial de eixo *r*» como o ponto *M'* tal que *r* é mediatriz do segmento [*MM'*] e identificar a imagem de *r* um ponto de *r* pela reflexão axial de eixo *r* como o próprio ponto.
	T3.2	Identificar simetrias de rotação e de reflexão em figuras dadas. Reconhecer, dados dois pontos *O* e *M* e um ângulo a (não nulo, não raso e não giro), que existem exatamente duas imagens do ponto *M* por rotações de centro *O* e ângulo a e distingui-las experimentalmente por referência ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio, designando uma das rotações por «rotação de sentido positivo» (ou «contrário ao dos ponteiros do relógio») e a outra por «rotação de sentido negativo» (ou «no sentido dos ponteiros do relógio»).
T4	T4.1	Analisar as propriedades das diferentes isometrias.
	T4.2	Construir imagens de figuras geométricas planas por rotação utilizando régua e transferidor.
T5	T5.1	Utilizar um objeto rígido com dois pontos nele fixados para medir distâncias e comprimentos que possam ser expressos como números naturais e utilizar corretamente neste contexto a expressão «unidade de comprimento».
	T5.2	Efetuar divisões exatas utilizando as tabuadas de multiplicação já conhecidas.
	T5.3	Construir a mediatriz (e o ponto médio) de um segmento utilizando régua e compasso.
	T5.4	Identificar simetrias de rotação e de reflexão em figuras dadas. Designar por «mediatriz» de um dado segmento de reta num dado plano a reta perpendicular a esse segmento no ponto médio. Reconhecer a utilidade da mediatriz.
T6		Identificar uma reta como «eixo de simetria» de uma dada figura plana quando as imagens dos pontos da figura pela reflexão de eixo formam a mesma figura. Identificar uma figura como tendo «simetria de rotação» quando existe uma rotação de ângulo não nulo e não giro tal que as imagens dos pontos da figura por essa rotação formam a mesma figura. Identificar simetrias de rotação e de reflexão em figuras dadas.

T7	T7.1	Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas de polígonos e de círculos.
	T7.2	Resolver problemas envolvendo o cálculo de volume de polígonos e de círculos.
	T7.3	Designar, dada uma circunferência, por «ângulo ao centro» um ângulo de vértice no centro.
T8	T8.1	Identificar simetrias de rotação e de reflexão em figuras dadas. Identificar uma figura como tendo «simetria de rotação» quando existe uma rotação de ângulo não nulo e não giro tal que as imagens dos pontos da figura por essa rotação formam a mesma figura.
	T8.2	Saber, dada uma reta *r*, dois pontos *A* e *B* e as respetivas imagens *A'* e *B'* pela reflexão de eixo *r,* que são iguais os comprimentos dos segmentos [*AB*] e [*A'B'*] e designar, neste contexto, a reflexão como uma «isometria».
	T8.3	Ler e escrever a medida de tempo apresentada num relógio de ponteiros, em horas, meias horas e quartos de hora.
	T8.4	Saber que a reta suporte da bissetriz de um dado ângulo convexo é eixo de simetria do ângulo (e do ângulo concavo associado), reconhecendo que os pontos a igual distância do vértice nos dois lados do ângulo são imagem um do outro pela reflexão de eixo que contém a bissetriz.
	T8.5	Resolver problemas envolvendo figuras com simetrias de rotação e de reflexão axial.
T9	T9.1	Efetuar medições referindo a unidade de comprimento utilizada.
	T9.2	Resolver problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta. Estimar distância percorrida.
	T9.3	Construir imagens de figuras geométricas planas com reflexão.

Analisando a tabela anterior pode-se afirmar que todos os conteúdos matemáticos relacionados com as isometrias, trabalhados nas aulas e propostos para o 6º ano de escolaridade, foram abordados ao longo das várias tarefas que constituem o trilho matemático. Apesar disso, tentou-se incluir outros conceitos matemáticos já abordados pelos alunos (e.g. áreas, perímetros, estimativas, divisores) por se considerar que os elementos do meio selecionados permitiam fazer essa exploração.

Capítulo V – Apresentação e análise dos dados

Este capítulo está dividido em três subcapítulos. No primeiro, realiza-se uma caracterização da turma, incidindo na sua relação com a Matemática e dando importância ao desempenho e atitudes dos alunos ao longo do trilho. No segundo e terceiro subcapítulos, estão descritos os dois grupos-caso e, mais detalhadamente, o seu desempenho e atitudes na realização do trilho.

1. A turma

1.1. A turma e a Matemática

Como já se referiu, a turma que participou neste estudo era heterogénea e era constituída por vinte alunos, 9 do sexo feminino e 11 do sexo masculino, com idades compreendidas entre os 11 e os 12 anos. Globalmente, a turma apresentava resultados satisfatórios, evidenciando um bom comportamento nas aulas. Eram alunos participativos, interessados, curiosos e motivados para aprender, sendo que a maioria dos alunos resolviam as tarefas corretamente ou de forma parcialmente corretas. Apesar disso, era possível identificar diferentes níveis de aprendizagem, já que alguns exibiam dificuldades na compreensão e aplicação dos conteúdos.

Tendo por base o questionário I (Anexo 2), foi possível concluir que a matemática não era a disciplina que os alunos enumeraram como preferida, apesar de 85% terem afirmado que gostavam de matemática, já que é importante para a vida na sociedade.

A maioria dos alunos referiam que uma boa aula é aquela que: ''está dividida em duas partes (prática e teórica)''; ''os alunos evidenciam bom comportamento''; ''a professora explica bem a matéria''; ''os alunos descobrem a utilidade da matéria trabalhada''. Estes alunos gostavam de realizar todo tipo de tarefas ainda que, segundo as respostas no questionário I, preferissem trabalhar a matemática a partir de jogos matemáticos, tarefas de investigação e resolução de exercícios. Quanto ao modo de trabalhar na aula de matemática, a maioria dos alunos (80%) preferiam trabalhar em grupo, porque conseguiam ''comparar ideias e raciocínios perante as dificuldades''. Por outro lado, os que preferiam trabalhar individualmente declararam que sozinhos conseguiam ''concentrar-se e trabalhar melhor''.

Tendo por base o problema em estudo, questionou-se os alunos sobre a utilização da matemática no dia a dia. Todos responderam que a matemática é importante para viver em sociedade, para: ''Não sermos enganados '', ''o nosso futuro quando formos grandes'', ''pagar as contas, como a água, luz…'', '' encontrar estratégias para ganhar os jogos'', ''comprar e para a culinária''. Estes são alguns exemplos de respostas dos alunos que reforçaram que ''a matemática está em todo o lado, tudo tem a ver com a matemática''.

Foram ainda questionados sobre a possibilidade de aprender matemática fora da sala de aula. Neste caso, 85% dos alunos responderam que gostariam de ter uma aula no exterior. Em contrapartida, só três alunos afirmaram que não gostavam, sendo que não escreveram uma justificação válida para essa resposta. Os alunos que se mostraram a favor justificaram dizendo que seria ''bom mudar de ambiente'' (7 alunos), que seria ''interessante'' uma experiência desta natureza (6 alunos) e que ''existem coisas que contêm matemática que não se podem observar dentro da sala de aula''(4 alunos).

Ainda com base no questionário I, conclui-se que 35% dos alunos acham que as aulas de matemática são rotineiras já que quase todas seguem o mesmo padrão. Esta opinião poderá atribuir-se à estrutura das aulas de matemática que tinha um esqueleto fixo.

Concluindo, é possível referir que a maioria dos alunos desta turma tinha uma boa relação com a matemática, apesar de alguns sentirem dificuldades nesta área.

1.2. Desempenho da turma no Trilho Matemático

O trilho matemático foi realizado ao longo de duas aulas, incluindo os respetivos intervalos, tendo uma duração de 4 horas e 30 minutos.

Ao longo da realização do trilho, os alunos desta turma mostraram entusiasmo e bom comportamento, sendo trabalhado em grupo. A preferência da maioria dos alunos pelo trabalho de grupo, evidenciada no questionário I, poderá explicar estas reações. De um modo geral, a turma apresentou um bom desempenho, apesar de terem surgido dificuldades na resolução de algumas tarefas do trilho matemático. No gráfico 3, apresenta-se, de forma global, os resultados obtidos em cada uma das tarefas.

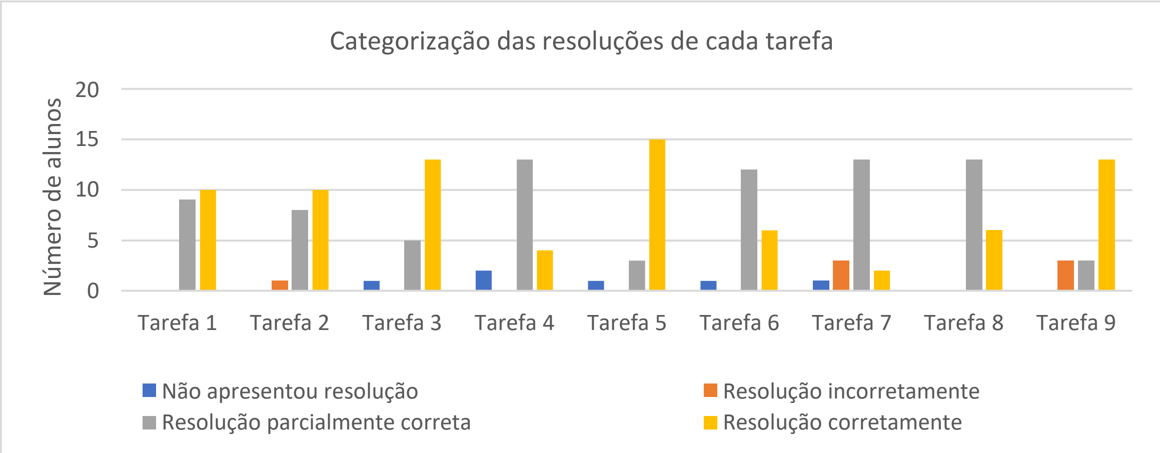


Gráfico 3: Categorização das resoluções apresentadas pelos alunos em cada tarefas

Apesar da turma estar constituída por 20 alunos, só foram considerados 19 já que um deles não esteve presente na realização no trilho matemático. Tendo por base o gráfico 3, verifica-se que na maioria das tarefas os alunos evidenciaram uma resolução correta ou parcialmente correta, e nenhuma resolução incorreta nas tarefas 1, 3, 4, 5, 6 e 8.

Na tarefa 1, todos os alunos foram capazes de realizar a reflexão axial dos números pedidos, porém 9 dos alunos não souberam ordenar os algarismos de modo a obter o maior número que fosse divisível por 5.

Na tarefa 2, 89,50% dos alunos conseguiram criar uma figura com simetria de reflexão a partir da figura dada. Mas, na segunda parte da tarefa, só 52,63% foram capazes de criar uma figura com simetria de rotação a partir da já existente.

Na tarefa 3, apesar da grande maioria dos alunos terem sido capazes de identificar corretamente um exemplo de uma reflexão axial e de uma rotação no azulejo, nem todos descreveram as isometrias como era pedido.

Na tarefa 4, todos os alunos responderam corretamente à questão apresentada percebendo que o logótipo não tinha nenhuma isometria trabalhada, mas 63,20% dos alunos não justificaram a resposta dada. Por outro lado, todos os alunos conseguiram criar um novo logótipo aplicando uma isometria à figura inicial.

Na tarefa 5, todos os alunos conseguiram construir a mediatriz do segmento de reta, mas, em contrapartida, só 78,95% foram capazes de identificar uma utilidade para esta construção. Esta tarefa foi aquela que os alunos menos gostaram de resolver, devido à pergunta sobre a utilidade da mediatriz, apesar de não se ter revelado nos resultados.

Na tarefa 6, a maioria dos alunos conseguiram identificar uma figura com reflexão axial, uma com reflexão central e outra com rotação, mas só 31,59% foram capazes de as caracterizar, apresentando assim uma resolução parcialmente correta.

Apesar da grande maioria dos alunos mostrarem dificuldades no momento da resolução da tarefa 7, 78,95% conseguiram apresentar um raciocínio adequado. Encontraram uma estratégia válida para calcular o perímetro e o volume dos elementos pedidos e, posteriormente, forem capazes de identificar a amplitude do ângulo em causa. No entanto, apenas só 10,53% dos alunos tiveram o cuidado de efetuar os cálculos com a mesma unidade de medida.

Na tarefa 8, todos os alunos identificaram o número de simetrias de rotação presentes na rosácea, mas só 6 identificaram o número correto de simetrias de reflexão. Na mesma tarefa, 89,47% dos alunos foram capazes de construir a bissetriz do ângulo pedido com ajuda do compasso e da régua.

Para finalizar, na tarefa 9, três alunos apresentaram uma resolução incorreta. Estes alunos não prestaram atenção ao pedido. Tinham de construir uma figura diferente da apresentada na porta e desenharam a mesma figura. Os restantes alunos resolveram corretamente a tarefa 9.

Destaca-se que as maiores dificuldades apresentadas, de acordo com as observação e registos escritos, relacionaram-se com as explicações dos raciocínios. Analisando os registos escritos resultantes da realização do trilho pode-se comprovar que 73,68% dos alunos apresentaram dificuldades em pelo menos uma tarefa. De acordo com as respostas no questionário II (Anexo 4), estas dificuldades relacionaram-se maioritariamente com: encontrar uma estratégia adequada para resolver a tarefa (10 alunos); conseguir explicar o raciocínio (3 alunos); compreender o enunciado (1 aluno); e trabalhar em grupo (1 aluno).

No mesmo questionário, 65% dos alunos afirmaram ter encontrado com maior facilidade exemplos de reflexão axial fora da sala de aula e outros 35% a simetria de rotação. Para além disso, tiveram de identificar qual das tarefas tinham gostado mais e menos. Analisando os dados, conclui-se que a maioria assumiu ter gostado de resolver todas, tal como se pode observar no gráfico 4. Por outro lado, ao questionar sobre a tarefa que tinham gostado menos, surgiu um empate entre a tarefa 7, do chafariz, e a resposta ''nenhuma'', tal como se pode verificar no gráfico 5.

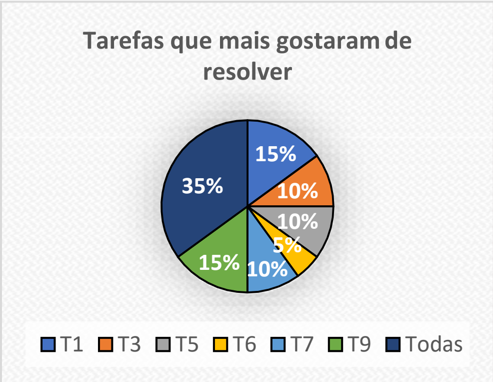


Gráfico 4: Tarefas que mais gostaram de resolver

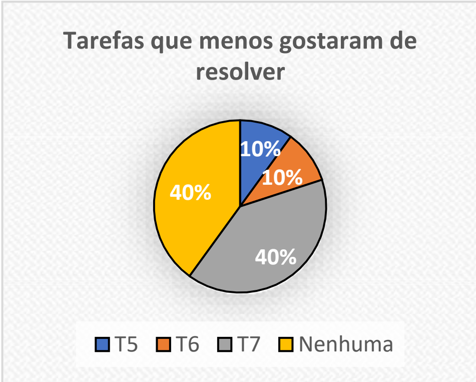


Gráfico 5: Tarefas que menos gostaram de resolver

Globalmente os alunos da turma, apresentaram nos registos escritos um raciocínio pouco fundamentado e por vezes com falta de clareza, apesar de, na maioria dos casos terem resolvido corretamente as tarefas. Esta situação deve-se às dificuldades evidenciadas ao nível da comunicação, em particular a comunicação escrita.

Através do questionário II procurou-se saber a reação dos alunos à realização do trilho, questionando-os se tinham gostado ou não. Quatro alunos responderam negativamente. Estas respostas foram justificadas com argumentos como: ''tive que andar muito, mas as atividades gostei'', ''tive muitas dificuldades'', ''é necessário pensar muito'', ''tivemos que andar muito, foi cansativo''. Globalmente o balanço foi positivo, já que os restantes alunos afirmaram ''que tinha sido uma experiência diferente, divertida e uma boa forma de aprender matemática fora da sala de aula''.

1.3. Atitudes da turma no Trilho Matemático

Nesta secção, apresentam-se resultados referentes às atitudes da turma na realização do trilho matemático. Esta reflexão será focada nos domínios afetivo, comportamental e cognitivo global da turma.

No domínio afetivo foram adotadas as subcategorias autoconfiança, ansiedade e gosto. Primeiramente, no que refere à autoconfiança, começou-se por recolher alguns indicadores através do questionário I. Na questão ''Consideras-te um bom aluno a Matemática?'' 11 dos alunos responderam afirmativamente, justificando: ''sei a matéria'', ''compreendo sempre toda a matéria'', ''claro que sou bom aluno, faço sempre os T.P.C. e o meu empenho é bom'', ''aprendo rapidamente a matéria'', ''porque os meus raciocínios estão quase sempre corretos''. Os restantes mostraram falta de confiança, tal como se pode verificar em afirmações como: ''tenho muitas dificuldades em entender a matéria'', ''não sei se sou bom aluno ou não'', ''tenho algumas dúvidas nos exercícios, muitas vezes não me sinto capaz de os resolver'', ''não sou muito boa, tenho alguma dificuldades'', ''tenho bastantes dificuldades e com o stress dão-me brancas e fico aflita''.

Nas observações realizadas percebeu-se que, globalmente, a autoconfiança dos alunos ao longo do trilho mostrou-se mais positiva, já que ao trabalharem em grupo a entreajuda foi fundamental. Desta forma os alunos com menos autoconfiança eram motivados pelos outros membros do grupo, tal como se pode verificar na conversa do grupo ''compasso'':

L: (Lê o enunciado da tarefa 7)
B: Hei, temos de fazer muitas contas, eu não sei fórmulas nenhumas.
L: Calma B, temos de ler novamente o enunciado e resolver passo a passo.
H: Sim! Vamos fazer os cálculos todos juntos, também podemos utilizar a calculadora.
B: Mas eu não me lembro de nenhuma fórmula.
L: Eu sim!

Outra das atitudes analisada no domínio afetivo foi a ansiedade apresentada pelos alunos no decorrer do trilho. As tarefas, principalmente aquelas que os alunos consideram mais difíceis, podem causar frustração, insegurança ou nervosismo, no momento da resolução. Esta situação aconteceu com alguns alunos, como se pode perceber pelos comentários seguintes:

S: Na tarefa 3 tivemos com muitas dificuldades, por isso não conseguimos acabá-la.
N: Não gostei da tarefa do chafariz, porque para mim foi difícil de perceber.
C: Custou-nos a resolver a tarefa do chafariz, porque acho que tinha muita gente e então não conseguíamos medir o perímetro bem.
M: Na tarefa do chafariz sentimo-nos nervosos porque todos os grupos sabiam as fórmulas menos nós.
H: Não gostei de realizar a tarefa dos passos, porque não sabíamos onde parar.

Para finalizar, analisou-se ainda o gosto no domínio afetivo. No questionário II, 16 alunos afirmaram ter gostado de realizar o trilho e se pudessem realizavam outro. Nas respostas à pergunta ''Gostaste de realizar o trilho matemático?'', foram encontradas afirmações como:

N: Sim gostei, porque fiquei a ver as coisas de fora, de outra maneira mais simples.
M: Sim, porque aplicamos o que tínhamos aprendido nas aulas. Tínhamos de fazer mais atividades como estas.
L: Foi divertido e bom para aprender mais. Se pudesse repetia.

R: Gostei, porque aprendemos que havia matemática em quase tudo que vemos, a partir de uma atividade.

Para reforçar esta ideia, recorda-se, através do gráfico 4, que 35% dos alunos gostaram de realizar todas as tarefas propostas no trilho.

De um modo geral, a maioria dos alunos mostraram autoconfiança no decorrer do trilho, apesar de terem existido momentos de frustração e nervosismo por parte de alguns ao não conseguirem resolver determinadas tarefas. Em geral, através do questionário II e das observações realizadas, os alunos transpareceram gosto e satisfação por terem resolvido todas as tarefas propostas no trilho.

As atitudes relacionadas com o domínio comportamental são aqui analisadas a partir da motivação intrínseca evidenciada pelos alunos. Inicialmente, no questionário I, questionou-se os alunos se gostavam de ter uma aula de Matemática fora da sala de aula, ao que 80% responderam afirmativamente, justificando: ''para ver se posso aprender matemática fora da sala'', ''mudar de ambiente pode ser bom e interessante'', ''acho que seria interessante aprender coisas fora da sala de aula, para perceber a utilidade'', ''poderia ser uma experiência nova''. Estas afirmações evidenciam interesse e vontade em aprender Matemática fora da sala de aula.

A motivação intrínseca também esteve presente ao longo da resolução do trilho, como por exemplo quando os alunos apresentavam interesse por aprender mais para além das tarefas propostas e prestavam atenção aos pormenores:

L: Vamos resolver rápido este problema, porque temos de conseguir resolver o trilho todo.
H: Professora? Vamos realizar outro trilho? Era fixe que fosse no recreio da escola!
S: Isto é mais divertido que ter aulas na sala de aula. Nem parece que estamos a trabalhar matemática. Podíamos sempre dar aulas de matemáticas fora da sala.

Em síntese, os alunos apresentaram interesse em querer resolver as tarefas corretamente e ao mesmo tempo ir mais além do que estava pedido.

Para finalizar, no domínio cognitivo, analisou-se mais concretamente a utilidade da matemática. Neste tópico é necessário destacar que existiam alguns alunos que afirmavam que a matemática não era útil no dia a dia. Mas, posteriormente à realização do trilho, mudaram de opinião. Afirmaram que a matemática era útil no dia a dia, tal como se pode verificar nos comentários realizados no decorrer do trilho e no questionário II:

G: A matemática é útil para contar as moedas.
J: Pode ser útil para sabermos a quantidade de água que tem uma piscina, uma garrafa, etc.

B: É útil para cozinha, para saber as medidas dos ingredientes.
H: Usamos a matemática para por um quadro direito na parede.
L: Usamos a matemática na construção, nos preços, em muita coisa.
M: Usamos para comparar medidas, preços, volumes dos objetos.
C: Professora, todos os azulejos têm alguma isometria? É que eu estive a ver e desde a praça até agora tinham todos.

A realização do trilho permitiu que os alunos estabelecessem conexões dos conceitos matemáticos com a vida real.

2. O grupo-caso "Transferidores"

2.1. Caracterização do grupo

O grupo ''transferidores'' era constituído por dois rapazes e uma rapariga. Os três eram participativos nas aulas, colocando sempre as suas dúvidas. Formavam um grupo coeso que gostava de partilhar ideias e comparar raciocínios. Apesar de possuírem personalidades totalmente diferentes, eram alunos interessados e consideravam ''a matemática essencial e importante para fazer a diferença''. Seguidamente, passa-se a caracterizar cada um dos alunos do grupo-caso ''transferidores'', já que, como se referiu, eram alunos com traços de personalidade distintos, com atitudes e comportamentos diferentes.

O aluno P era um rapaz com doze anos, simpático e reservado. A sua disciplina preferida era Educação Visual e Tecnológica. No questionário I posicionava a disciplina de matemática no quinto lugar num total de dez, já que se considerava um mau aluno por ''não tirar boas notas'' nos testes, apesar de ter nível 4. No mesmo questionário, independentemente de colocar a disciplina de matemática nesse lugar, reconheceu ''que a matemática é essencial, mas muitas vezes difícil de perceber''. Se pudesse escolher, realizaria todas as tarefas propostas em grupo ou pares, já que dizia ''trabalhar em grupo é mais fácil porque podemos ajudar-nos uns aos outros e ao mesmo tempo convivemos com outros colegas''. O tipo de tarefas que preferia eram os jogos matemáticos e as tarefas de investigação. Era um rapaz inteligente, mas nas aulas mostrava-se falador, irrequieto e muitas vezes distraído, sendo que incomodava e distraia os colegas da turma. Apesar disso, realizava todas as tarefas pedidas, tanto na aula como em casa. Por outro lado, sempre que apresentava alguma dificuldade tentava ultrapassá-la questionando ou realizando outros exercícios. Concluindo, era um aluno que tinha interesse em aprender, apesar de ser agitado e alguma vezes distraído.

A aluna M era uma rapariga de onze anos. Em geral, tinha nível 5 em todas as disciplinas. Apesar de considerar a Matemática a área que menos gostava, no questionário I, afirmou: ''gosto de matemática porque gosto de trabalhar com números acho que é uma aula menos chata e cansativa''. Considerava-se boa aluna já que, como dizia ''trabalho, tiro boas notas, não tenho mau comportamento, faço todos os T.P.C. e sou participativa''. Preferia trabalhar individualmente ou só com um colega, porque ao formar grupos ''a sala fica desorganizada e barulhenta''. Ainda no questionário I, afirmou gostar de desafios, e por esse motivo, preferia a resolução de problemas e de exercícios. Era uma aluna com grande capacidade de absorver informação e de perceber novos conceitos. Mostrava-se sempre atenta e com curiosidade para aprender. Era aplicada, organizada e participativa. Em geral, era uma aluna muito completa que se destacava não só a nível do desempenho, mas também a nível de comportamento e companheirismo com os colegas.

O aluno G era um rapaz de onze anos, diagnosticado com dislexia e, por isso, sinalizado com NEE. No questionário I, referiu que a matemática era a disciplina menos favorita dele, apesar de gostar ''porque aprendo coisas na Matemática podem fazer a diferença na vida real''. Era um aluno de nível de 3. Considerava-se um mau aluno porque tinha muitas dificuldades. Preferia trabalhar em grupo porque ''assim tinha a possibilidade de trocar ideias com os colegas do grupo''. No que concerne ao tipo de tarefas, preferia realizar jogos matemáticos, ''porque assim aprendo de uma maneira mais divertida''. O aluno G, apesar de estar diagnosticado com NEE, mostrava muito interesse e era participativo nas aulas. Devido ao seu problema, apresentava uma caligrafia muito irregular e com muitos erros ortográficos, mas o seu comportamento na sala de aula e o facto de estudar em casa, compensavam algumas das suas lacunas nos registos escritos. Por outro lado, tentava sempre procurar resoluções alternativas, por vezes mais complexas, o que fazia com que, frequentemente, obtivesse resultados errados, complicando o que era simples.

2.2. Desempenho do grupo-caso ''transferidores'' no Trilho Matemático

Este tópico, refere-se à análise do desempenho do grupo-caso ''transferidores'' na resolução das diferentes tarefas do trilho. Neste seguimento, serão analisados aspetos como as estratégias usadas, os conhecimentos aplicados ou a comunicação do raciocínio. As subcategorias de análise centram-se na resolução das tarefas e nas dificuldades sentidas.

Destaca-se que na realização do trilho, este grupo adotou a estratégia de um elemento ler o enunciado, tarefa executada quase sempre pela aluna M. Posteriormente realizavam os respetivos raciocínios, dando cada um o seu parecer. Revelaram algumas dificuldades no momento de comunicar as suas ideias, aspeto comum a toda a turma. É necessário salientar que, no momento de resolução das tarefas, o aluno G apresentava mais dificuldades do que os colegas, devido à dislexia, facto que levou a que os restantes membros do grupo tentassem explicar o raciocínio de diferentes maneiras, adaptando-se ao colega de grupo.

2.2.1. Tarefa 1

Esta tarefa divide-se em duas questões. A primeira, T1.1., foi resolvida corretamente pelos alunos, já que foram capazes de identificar as imagens dos números pedidos. No momento da resolução apresentaram dificuldades em diferenciar o eixo horizontal do vertical, tal como se verifica na conversa tida no momento de resolver a tarefa T1.1.

> M: Meninos, horizontal é assim ou assim? (colocando a mão na horizontal e na vertical)
> P: É assim! (colocando a mão na horizontal) Então conseguimos dividir os números em dois grupos, de cima e de baixo.
> G: Sim, o P tem razão.

Com intervenção de todos os elementos do grupo, identificaram o eixo pretendido e verificaram que tinham resolvido corretamente a tarefa, tendo percebido que cumpriam as condições de uma reflexão axial.

> P: Está bem! Porque se dobrássemos o papel pelo eixo os números que tinhas coincidiam com os que encontramos.

Na figura 24 observa-se que os alunos usaram diferentes sinais para associar cada número à imagem correspondente, segundo o eixo traçado.

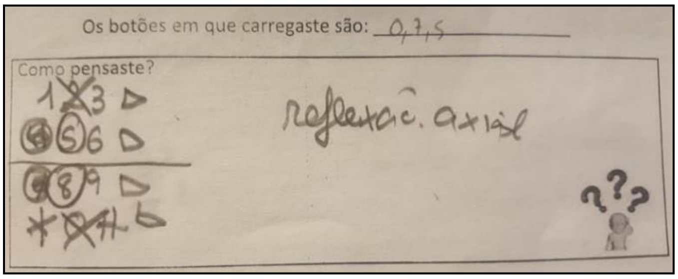


Figura 24: Resolução da tarefa 1.1. pelo aluno P

As explicações dadas pelos alunos, na entrevista efetuada depois da realização do trilho, evidenciam de uma forma clara o raciocínio que os alunos usaram para resolver a tarefa, mostrando reconhecer as propriedades da reflexão axial.

Investigadora: Qual foi a estratégia que usaram para resolver a tarefa 1.1.?
G: Primeiro, desenhamos na folha do trilho os números como estavam no telefone público, depois procuramos as imagens de cada número que era pedido.
M: Espera! Antes disto desenhamos o eixo horizontal e depois é que encontramos a imagem de cada número.
Investigadora: Como encontraram as imagens dos números?
P: Se me lembro bem, nós contamos. Por exemplo, o número 2 está dois números acima do eixo na segunda coluna, por isso a sua imagem tinha de estar dois números para baixo. Neste caso a imagem do 2 era o 0. E fizemos isto para o 4 e o 8.

Com isto pode-se concluir que o grupo resolveu corretamente a tarefa 1.1. e compreendeu o conceito da reflexão axial, apesar de inicialmente apresentar dificuldades em distinguir eixo vertical de eixo horizontal.

Na segunda questão, T1.2., segundo as observações, os alunos resolveram a tarefa fluidamente, mas apresentaram uma resposta incorreta, tendo usado um raciocínio errado. O aluno P decidiu resolver a questão começando por separar o número 5, porque assim seria divisível por 5. Os outros membros do grupo aceitaram o raciocínio e continuaram o procedimento de ordenar os números do maior para o menor, sem considerar o número 5. Para finalizar, colocaram o algarismo 5 na última posição. Nesta tarefa os alunos deviam escrever o maior número possível divisível por 5 usando os algarismos 2, 4, 8, 0, 7, 5. A solução correta desta tarefa seria 875420, sendo que os algarismos estariam ordenados por ordem decrescente e o último seria o 0, assim sendo, o número seria divisível por 5. Na entrevista a investigadora confrontou os alunos, questionando-os sobre o raciocínio utilizado:

P: Primeiro separamos o número 5.
Investigadora: Por que separaram o número 5 logo ao início?
M e P: Para ficar logo divisível por 5.
Investigadora: Mas pensem! Só os números acabados em 5 são divisíveis por 5?
G e M: Não! Também são os acabados em 0.
G: Ahh, nós fizemos mal!

Após a conversa os alunos deduziram que tinham resolvido erradamente a tarefa, recordando que os números acabados em 0 e 5 são divisíveis por 5 e não apenas os que terminam em 5. Conclui-se que os alunos resolveram incorretamente a tarefa 1.2. já que, no momento de resolver a tarefa no decorrer no trilho, não foram capazes de encontrar o maior número divisível por 5.

2.2.2. Tarefa 2

A tarefa 2 era também constituída por duas questões. Numa deviam construir uma figura com simetria de reflexão e na outra uma figura com simetria de rotação. Este grupo apresentou muitas dificuldades na compreensão do enunciado da tarefa 2.1. e do que lhes era pedido, tendo necessitado de ajuda da investigadora.

P: Professora, temos de considerar só um vitral? Só a figura formada pelos vidros brancos?
Investigadora: Leiam de novo o enunciado. Quantas figuras têm de desenhar?
M: Ahhh, diz uma figura, por isso é só um vidral.

Depois de analisar melhor a situação, associaram a tarefa a outra já realizada na sala de aula. Ao criar esta ligação, a aluna M explicou que:

M: Quando observamos melhor a figura vimos que eram retângulos e se nós imaginássemos um eixo, poderíamos resolver a tarefa contando quadrados. Isso quer dizer, se nós pintássemos um retângulo do lado esquerdo do eixo, também tínhamos de pintar outro do lado direito à mesma distância do eixo imaginário. Este eixo devia ter o mesmo número de retângulos de um lado que do outro.

Para facilitar a resolução, os alunos optaram por desenhar a figura inicial e posteriormente pintar os dois retângulos de modo que, ao imaginar uma dobragem da figura pelo eixo, os quadrados coincidissem, tal como se pode observar na figura 25.

Na tarefa 2.2., segundo as observações realizadas ao longo do trilho, os alunos não mostraram qualquer dificuldade na resolução. Conseguiram identificar rapidamente o centro da rotação e a amplitude do ângulo, como se pode observar na figura 26.

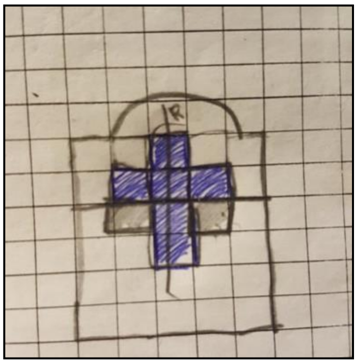


Figura 25: Resolução da tarefa 2.1. pela aluna M

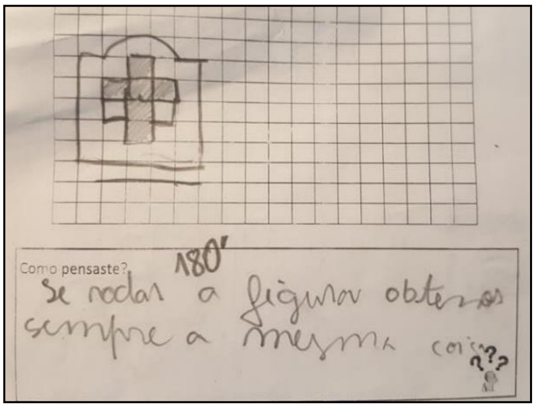


Figura 26: Resolução da T2.2. pelo aluno G

Na entrevista os alunos destacaram que resolveram esta tarefa com ajuda do lápis:

Investigadora: Que estratégia usaram para resolver a tarefa 2.2.?
G: Resolvemos com ajuda do lápis.
Investigadora: Como usaram o lápis?
P: Primeiro, colocamos o lápis paralelo em cima da cruz que desenhamos. Depois colocamos uma das pontas deste lápis no vértice, e depois íamos girando a outra ponta do lápis e íamos descobrindo onde pintar os dois vidros pedidos.
M: Começamos pelos 180° porque era mais fácil e vimos que conseguíamos construir uma figura com rotação.

Com a resolução correta das duas tarefas conclui-se que os alunos foram capazes de construir uma figura com simetria de reflexão e uma figura com simetria de rotação, a partir da figura já existentes, apesar das dificuldades de compreensão iniciais.

2.2.3. Tarefa 3

Na primeira parte da tarefa 3, os alunos deviam ser capazes de identificar uma figura com reflexão axial presente no friso de azulejos. Na segunda parte, no mesmo friso, deviam identificar uma figura com rotação.

Na tarefa T3.1., a resolução apresentada pelo grupo está parcialmente correta, já que os alunos conseguiram identificar uma figura com reflexão axial no friso de azulejos (Figura 27), mas não foram capazes de descrever corretamente a reflexão axial (Figura 28). Na descrição da reflexão apenas procuraram definir o conceito de reflexão axial, mas não o aplicaram a este caso: ''Quando dividimos em duas partes, as duas partes são iguais''.

Figura 27: Friso de azulejos

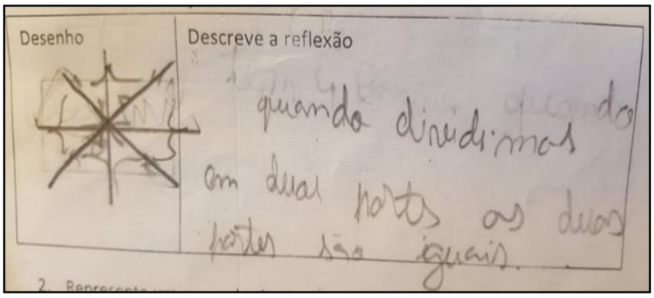


Figura 28: Resolução da T3.1. pelo aluno P

Na entrevista realizada depois de resolução do trilho a investigadora questionou os alunos:

> Investigadora: Que estratégia usaram para identificar uma figura com reflexão axial?
> M: Para simplificar a figura, dividimos o friso em azulejos, depois só consideramos um quarto desse azulejo. E para encontrar a figura com reflexão axial verificamos se este quarto de azulejo tinha as propriedades de uma reflexão axial.
> G: Descobrimos logo que se imaginássemos um eixo a dividir a figura pela metade, as duas partes ficavam iguais. Por isso esta parte do azulejo tinha reflexão axial.

Contudo, verificou-se que os alunos apresentaram uma resolução parcialmente correta nesta questão 3.1., já que conseguiram identificar sem dificuldades uma figura com reflexão axial, mas não foram capazes de a descrever corretamente.

Na resolução da T3.2. surgiram duas soluções neste grupo. Tal como se pode observar nas figuras 29 e 30.

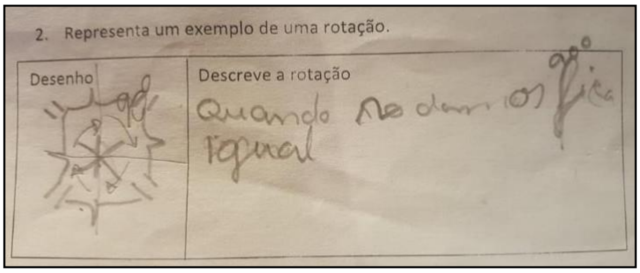


Figura 29: Resolução da T3.1. pelo aluno G

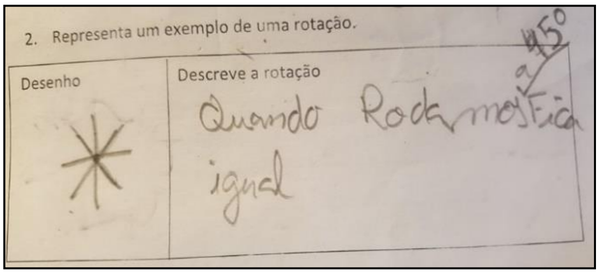


Figura 30: Resolução da T3.1. pelo aluno P

Sendo uma situação interessante, a investigadora achou por bem questionar os alunos, no decorrer da entrevista:

> Investigadora: Podem-me explicar por que os alunos G e M têm uma resolução diferente do aluno P?
> P: A culpa é minha! Fui eu que não acabei de desenhar a parte do azulejo, mas ao desenhar só esta figura, descobri que também tinha rotação por isso deixei-a assim.

Na mesma conversa a investigadora questionou:

Investigadora: Que estratégia usaram para encontrar a figura com rotação?
G: Sinceramente, usamos uma parecida com a questão anterior. Primeiro simplificamos a figura, ficando só com um quarto de azulejo e depois comprovamos se tinha ou não rotação.
M: Conseguimos ver que tinha quatro rotações, de 45° cada uma.
Investigadora: P, a figura que tu desenhaste equivale à descrição que tu escreveste?
P: Não, a minha resposta está mal, porque a figura que eu desenhei tem mais rotações.
Investigadora: Quantas rotações tem?
P: 8

Na entrevista, depois da realização do trilho, questionou-se o grupo acerca da existência de outras soluções. Sem hesitar afirmaram: ''claro que sim, havia muitas mais figuras, tanto com reflexão axial como rotação''.

Com estas resoluções constata-se que os alunos conseguiram aplicar o conceito de reflexão axial e rotação, no entanto a sua caracterização não foi conseguida. Por esse motivo, este grupo apresentou resoluções parcialmente corretas. Por outro lado, confirma-se que os alunos mostraram capacidade de encontrar figuras com reflexão axial e com rotação num mesmo objeto.

2.2.4. **Tarefa 4**

Nesta tarefa os alunos tinham de analisar se o logótipo da loja ''Toque final'' possuía ou não alguma das isometrias estudadas e, posteriormente, criar um novo logótipo, partindo do símbolo do coração usando alguma dessas isometrias.

No momento da resolução os alunos mostraram muito interesse e entusiasmo, tendo identificado rapidamente que o logótipo não possuía qualquer das isometrias trabalhadas na aula, como se pode verificar nos comentários realizados no momento da resolução:

G: Ei que fácil, claro que não tem nenhuma das isometrias que estudamos na aula.
P: Pois não, se imaginarmos um eixo e dobrarmos não coincidem, não está ao contrário, por isso não tem isometria.
M: Calma, é fácil, mas agora o pior é escrever as justificações.

Analisando posteriormente os registos escritos (Figura 31), os alunos apresentaram uma explicação incompleta, referindo-se à reflexão axial, mas deixaram de fora a reflexão central e rotação.

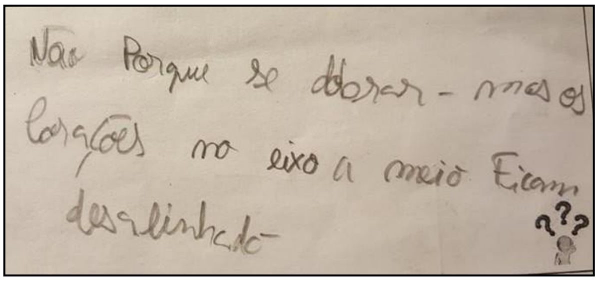


Figura 31: Resolução da T4.1. pelo aluno P

Por esse motivo, apesar de terem respondido corretamente a esta questão, a explicação apresentada está incompleta, o que significa que a resolução da tarefa 4.1. está parcialmente correta. No decorrer da entrevista realizada depois da resolução do trilho, foi possível verificar que os alunos tinham conhecimentos acerca destes conceitos, já que ao resolver a tarefa oralmente conseguiram explicar adequadamente por que razão o logótipo não tinha nenhuma das isometrias trabalhadas na sala de aula:

> Investigadora: Por que é que na tarefa 4.1. afirmaram que o logótipo não possui nenhuma isometria trabalhada nas aulas de Matemática?
> M: Não é reflexão axial, porque se dobramos por um eixo no meio dos dois, os dois corações não coincidiam. Ficavam desalinhados.
> Investigadora: Não pode ser uma rotação?
> G: Não! Porque não há nenhum ângulo que pudéssemos rodar e obter a mesma imagem.
> Investigadora: Por que é que não é uma reflexão central?
> P: Porque o segundo coração não fica virado ao contrário.

Assim sendo, conclui-se que os alunos conseguiram adquirir os conhecimentos trabalhados nas aulas e foram capazes de aplicá-los.

Na resolução da segunda parte da tarefa 4 este grupo escolheu a reflexão axial, tal como se pode observar na figura 32. Conseguiram aplicar corretamente as suas propriedades, mostrando ser capazes de criar um logótipo com reflexão axial, sendo que os pontos de uma figura, foram transformados noutros dispostos à mesma distância do eixo de reflexão, ficando o segmento de reta que os une perpendicular ao eixo.

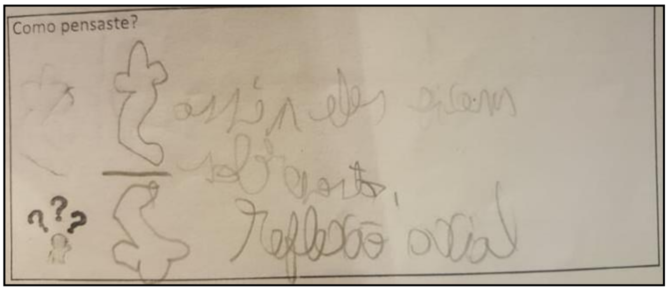


Figura 32: Resolução da T4.2. pelo aluno G

Assim sendo a tarefa 4.2., foi resolvida corretamente já que os alunos conseguiram criar um novo logótipo com a reflexão axial, e é de salientar que não apresentaram qualquer dificuldade.

2.2.5. Tarefa 5

Esta tarefa foi dividida em quatro fases. Na primeira deviam medir uma ripa do banco, na segunda tinham de calcular um valor 20 vezes menor e, na terceira, com ajuda do material de desenho, construir a mediatriz do segmento de reta desenhado. Na quarta fase, os alunos tinham de identificar a utilidade da construção da mediatriz no banco.

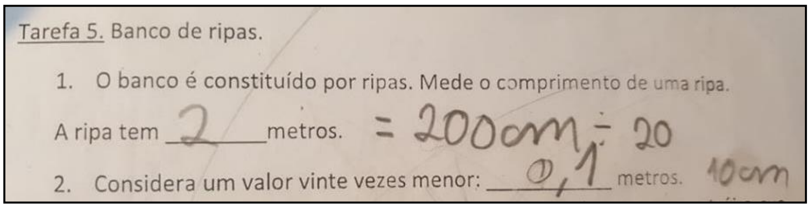
Figura 33: Aluno P a medir o banco.

Os alunos começaram por medir a ripa do banco com ajuda da fita métrica (Figura 33). Dois membros do grupo efetuaram a medição e o outro registou os valores. Este processo foi um pouco complicado já que nesta paragem do trilho estavam presentes mais três grupos. Apesar destas dificuldades, o grupo conseguiu responder corretamente à primeira questão.

Na segunda parte da tarefa, segundo as observações realizadas pela investigadora no decorrer do trilho, os alunos não mostraram dificuldades em encontrar uma estratégia para reduzir o valor obtido na primeira fase, para outro vinte vezes menor. Realizaram o cálculo com ajuda da calculadora, que se encontrava no kit do trilho, sendo que o resultado era 0,1 metros. A utilização da calculadora era meramente rotineira, já que estavam habituados a usá-la sempre que realizavam cálculos, tal como se verifica na conversa que o grupo-caso ''transferidores'' teve com a investigadora na resolução da tarefa 5.2.:

> Investigadora: Vocês não conseguem fazer esta conta mentalmente?
> G: Oh professora, é muito mais fácil usar a calculadora.
> M: É mais rápido. Sempre usamos e assim temos a certeza que não fazemos mal a divisão.

Por outro lado, nos registos escritos, é necessário destacar a igualdade apresentada entre 2 metros = 200 cm : 20 (Figura 34), erro comum que muitos alunos cometem, já que em primeiro lugar transformaram os 2 metros a 200 cm e, posteriormente, escreverem a divisão sem pensar nem verificar que 200:20 não é igual a 2.


Tarefa 5. Banco de ripas.

1. O banco é constituído por ripas. Mede o comprimento de uma ripa.

A ripa tem 2 metros. = 200cm : 20

2. Considera um valor vinte vezes menor: 0,1 metros. 10cm

Figura 34: Resolução da T5.1. pela aluna M

Conclui-se que o grupo ''transferidores'' resolveu corretamente a tarefa 5.2 e não apresentou qualquer dificuldade em encontrar uma estratégia correta.

Na resolução da terceira questão, apenas um dos alunos do grupo apresentou uma resolução parcialmente correta. Os restantes não mostraram dificuldades. Ao analisar os registos escritos o aluno P não desenhou o segmento de reta com a medida encontrada.

Investigadora: P, por que é que o teu segmento de reta não tem a medida pedida? P: Porque a minha régua tem os números apagados.

Apesar disso a construção da mediatriz foi realizada seguindo os passos abordados na aula, tal como se pode observar na figura 35. Apesar de todos terem construído corretamente a mediatriz, dois dos alunos não explicaram como pensaram.

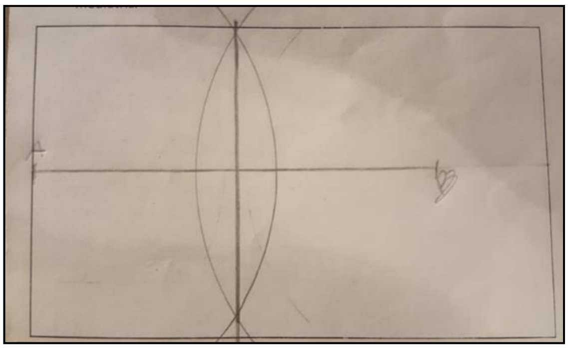


Figura 35: Resolução da T5.3. pelo aluno P

Assim sendo, no geral a resolução da tarefa 5.3. foi parcialmente correta.

Na resposta à quarta questão os alunos destacaram que a mediatriz podia servir: ''para colocar outro banco atravessado na perpendicular'', depois de pensar muito tempo e apresentar sérias dificuldades.

Analisando os resultados percebe-se que os alunos foram capazes de resolver rapidamente as tarefas que envolviam cálculos, medições e construção, tendo usado os procedimentos trabalhados na aula. No entanto sentiram dificuldades em aplicar o conceito de mediatriz no dia a dia.

2.2.6. Tarefa 6

Na tarefa 6, estes alunos mostraram admiração por encontrarem figuras com isometrias nos bordados do traje folclórico de Viana do Castelo, facto que os motivou a resolver a tarefa rapidamente (Figura 36).

M: Oh pá, nunca tinha reparado que realmente existem figuras com isometria em todo o lado.
G: Pois é superinteressante. Mas eu já sabia que havia matemática em todo o lado.

O grupo desenhou corretamente as figuras pedidas, apesar de dois dos alunos terem desenhado um eixo de reflexão na reflexão central, fazendo confusão com a reflexão axial.

Na entrevista realizada após o trilho, e segundo a aluna M, a estratégia usada foi: ''escolher uma imagem, dentro dessa imagem escolher uma figura e depois analisar se tinha reflexão axial, reflexão central ou rotação''. Este argumento pode explicar o facto de a figura escolhida para a reflexão axial ser a mesma que a da rotação. Na figura 37 é possível observar as imagens originais das figuras escolhidas pelos alunos para resolver a tarefa 6.

Figura 36: Grupo ''Transferidores'' a resolver a T6.

Figura 37: Imagens de bordados

Tal como se pode observar na figura 38 o grupo foi capaz de identificar uma figura representativa de cada isometria, mas não conseguiram caracterizá-las corretamente, como se verifica nos registos escritos.

A resolução deste grupo está parcialmente correta, já que os alunos identificaram figuras com isometrias e foram capazes de as desenhar, mas não foram bem sucedidos na caracterização. Limitaram-se a descrever os conceitos de reflexão axial, reflexão central e rotação. Com esta tarefa os alunos ficaram admirados por conseguir encontrar figuras com isometria num traje tradicional, facto que os motivou. Além disso comprovaram a utilidade dos conceitos trabalhados nas aulas.

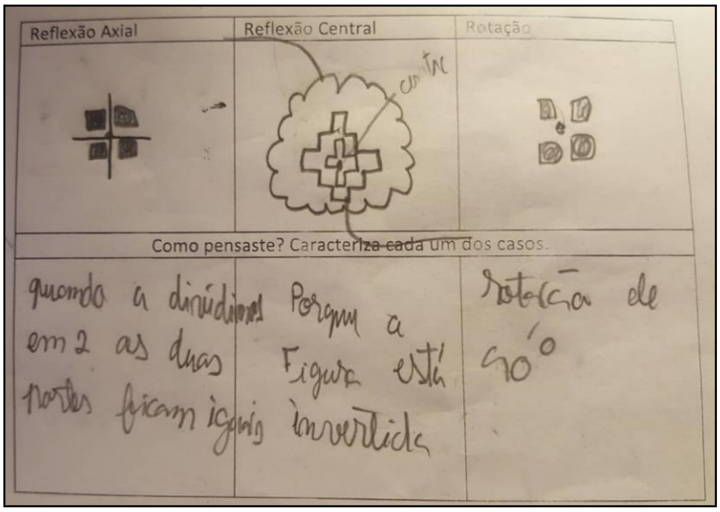


Figura 38: Resolução da T6 pelo aluno P

2.2.7. Tarefa 7

Esta tarefa, foi considerada pelo grupo ‘’Transferidores’’ como uma das tarefas mais difíceis de resolver. No início da entrevista a investigadora questionou aos alunos:

> Investigadora: Qual foi a tarefa mais difícil de resolver?
> P: A tarefa do vitral da Igreja de São Domingos.
> G: Não! Sem dúvida a do chafariz, tínhamos de fazer muitas contas
> M: Sim eu também acho a do chafariz. Porque a do vitral só não estávamos a perceber o que o enunciado nos pedia. Mas quando soubemos foi fácil de resolver. Por isso concordo com o G, a tarefa mais difícil foi a do chafariz.

Estava dividida em três questões, nas quais os alunos tinham de calcular o perímetro da base do chafariz, calcular o volume da base e por último, identificar a amplitude do ângulo que separa duas luzes consecutivas no interior do chafariz.

Figura 39: Grupo ''transferidores'' a medir o perímetro do chafariz

Na T7.1., os alunos começaram por tentar medir o perímetro com a fita métrica (Figura 39), mas cansaram-se e, em conversa, acharam que poderia haver uma forma mais fácil de calcular o perímetro.

> M: Se continuamos assim nunca mais saímos daqui, tem de haver outra forma de calcular o perímetro mais rápida.
> G: Pela fórmula do perímetro?
> P: Pois se calhar têm razão, eu posso continuar a medir o perímetro com a fita métrica e vocês façam os cálculos. No fim podemos comparar e ver se os resultados são parecidos.

Por esse motivo, decidiram dividir tarefas. Um elemento continuou a tentar medir e os outros dois procuraram um método alternativo. Rapidamente observaram que no interior do chafariz havia luzes e mediram a distância entre duas consecutivas (aprox. 1,10 metros). Fizeram três vezes a medição da distância entre duas luzes distintas, para verificar que a distância entre elas era a mesma. Concluíram que se multiplicassem o número de luzes que havia (12 luzes) no interior do chafariz pela distância entre duas consecutivas conseguiam obter o perímetro. Depois de realizarem os cálculos compararam a medida obtida através da medição realizada pelo aluno P e a medida calculada pelos restantes dois alunos. Assim sendo, verificaram que estes dois valores não variavam muito. Deste modo, optaram por escrever apenas o procedimento do cálculo (Figura 40). Pode-se concluir que os alunos resolveram corretamente a T7.1. e foram capazes de ultrapassar as dificuldades e encontrar uma estratégia mais eficaz.

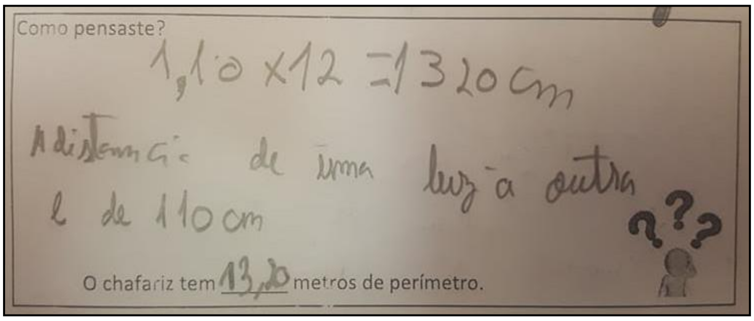


Figura 40: Resolução da T7.1. pelo aluno P

Na T7.2., para calcular o volume da base do chafariz, optaram por aplicar a fórmula. Como não podiam entrar dentro do chafariz para medir o raio, optaram por encontrar um valor aproximado para o raio. O raciocínio descrito pela aluna M foi: ''Mais ou menos fizemos o dobro da distância entre as luzes, porque achávamos que a distância era proporcional''. Com este valor calcularam a área da base, tal como se pode observar na figura 41. Para finalizar a aplicação da fórmula mediram a altura do chafariz com a fita métrica (90 cm) e concluíram o cálculo, obtendo o volume da base do chafariz (cilindro). Apesar da ideia de usar a fórmula do volume do cilindro ser válida, ao longo da resolução cometeram erros de cálculo. Em primeiro lugar, ao realizarem a estimativa do raio tinham um erro de 0,50 metros. Por outro lado, no momento de aplicar a fórmula do volume em vez de calcular o quadrado do raio, multiplicaram o valor do raio por dois. Outro erro apresentado, foi não converter os 90 cm de altura da base do chafariz.

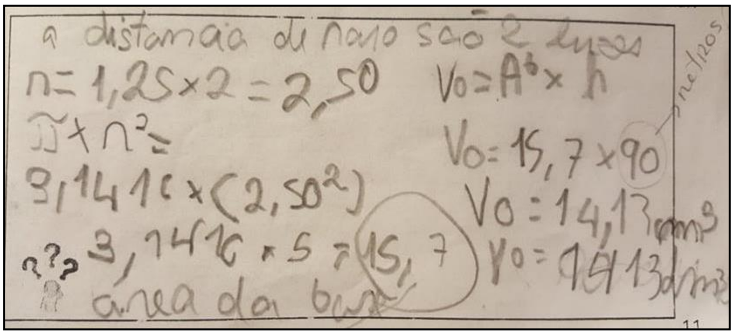


Figura 41: Resolução da T7.2. pelo aluno P

Com esta tarefa conclui-se que, independentemente de os alunos terem pensado corretamente na aplicação da fórmula de cálculo do volume da base do chafariz, na resolução cometeram muitos erros que fizeram com que a tarefa fosse resolvida incorretamente. Destaca-se que, apesar do tema principal serem as isometrias, os alunos tiveram a capacidade de usar conceitos anteriormente trabalhados.

Na tarefa T7.3., não mostraram dificuldades. Como já tinham observado que existiam 12 luzes dentro do chafariz, todas elas à mesma distância, e sabiam que uma volta completa correspondia a 360°, resolveram rapidamente a tarefa dividindo os 360° pelas 12 luzes (Figura 42).

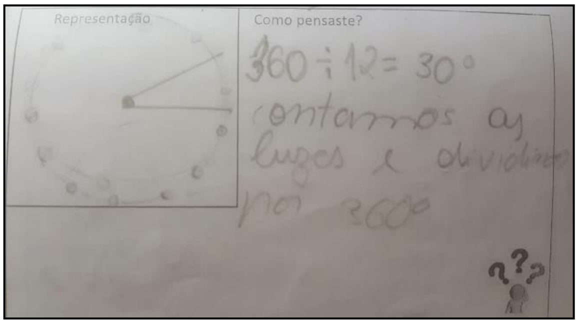


Figura 42: Resolução da T7.3. pela aluna M

Em síntese, esta tarefa foi resolvida corretamente e os alunos não apresentaram qualquer tipo de dificuldade.

2.2.8. Tarefa 8

A tarefa 8 está dividida em cinco questões, duas das quais centradas na rosácea da Igreja Matriz e as outras três no relógio.

Nas tarefas relacionadas com a rosácea, tinham de identificar o número de simetrias de rotação na rosácea da Igreja Matriz, e, por outro lado, na T8.2., analisar se a rosácea possuía simetria de reflexão. Nas tarefas relacionadas com o relógio, tinham de registar as horas marcadas pelo mesmo, desenhar a bissetriz do ângulo definido pelos ponteiros e, para finalizar, resolver um problema relacionado com as horas.

A estratégia usada pelos alunos na resolução da T8.1. foi, nas palavras do aluno P: ‘’Primeiro contamos os picos na rosácea, porque era o elemento que se repetia. Depois sabíamos que a amplitude do ângulo completo era de 360 graus, por isso, dividimos 360 graus pelo número de picos, neste caso 10’’ (Figura 43). Assim sendo, os alunos resolveram corretamente a T8.1. porque foram capazes de identificar o número de simetrias de rotação e explicar o raciocínio usado.

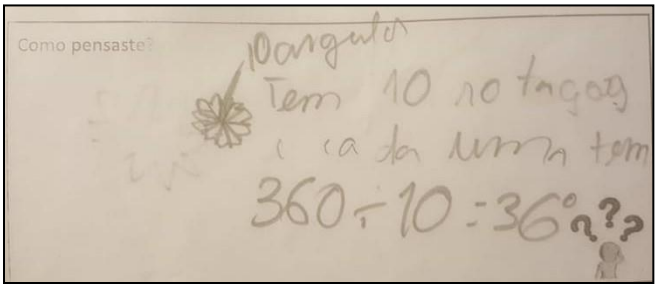


Figura 43: Resolução da T8.1. pela aluna M

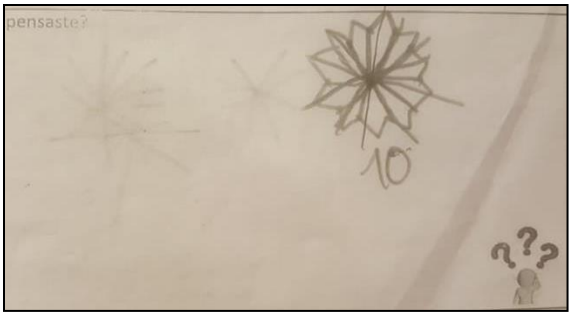


Figura 44: Resolução da T8.2. pela aluna M

Na tarefa 8.2., na mesma rosácea, tinham de identificar se tinha eixos de simetria e, se tivesse, identificar o número de eixos de simetria. Nesta tarefa, este grupo limitou-se a desenhar a rosácea e os eixos (Figura 44).

Em face disto, a investigadora questionou os alunos sobre a resolução da tarefa:

G: Na tarefa 8.1., vimos a parte que se repetia e conseguimos contar que essa parte se repetia 10 vezes.
M: Na tarefa 8.2., desenhamos a rosácea no livro de registos e marcamos os eixos de simetria. Depois contamos quantos tínhamos desenhado, sendo um total de dez.

Desta forma verifica-se que na tarefa 8.2. o grupo apresenta uma resolução parcialmente correta, já que os alunos foram capazes de identificar o número de simetrias de reflexão, mas não caracterizaram as simetrias de reflexão, nem identificaram os eixos de simetria.

Nas três últimas tarefas, T8.3, T8.4 e T8.5, apesar de terem realizado as resoluções em conjunto, um dos alunos não resolveu corretamente a tarefa. Na T8.3, quando era pedido que registassem as horas marcadas no relógio, o aluno G desenhou os ponteiros do relógio com dez minutos de atraso.

Investigadora: G, por que desenhaste o ponteiro dos minutos, dez minutos mais atrasado que o dos teus colegas?
G: Não sei, se calhar foi sem querer.

Por outro lado, na T8.4. era pedido que construíssem a bissetriz do ângulo com menor amplitude, e o aluno que já tinha registado mal a hora fez a bissetriz ‘’a olho’’, tal como se pode observar na figura 45. Os outros dois alunos realizaram a construção da bissetriz com o material de desenho, seguindo os passos trabalhados na aula. Não mostraram qualquer dificuldade no momento de desenhar a bissetriz (Figura 46).

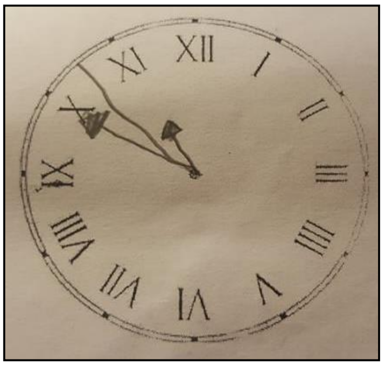


Figura 45: Resolução da T8.4. pelo aluno G

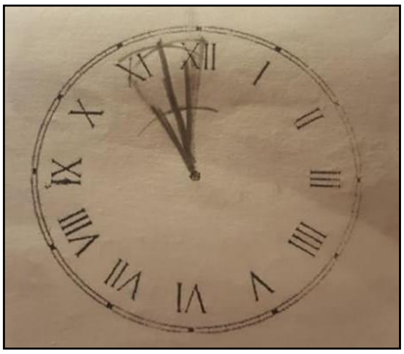


Figura 46: Resolução da T8.4. pela aluna M

Sendo assim, o aluno G resolveu a tarefa incorretamente, porque não usou o material de desenho e desenhou a bissetriz ''a olho''. Por outro lado, os alunos P e M, resolveram a tarefa corretamente.

Em grupo responderam rapidamente à última questão, afirmando que ''se o ponteiro das horas passasse a ser representado pela bissetriz construída, as horas marcadas atrasariam uns minutos''. Analisando os registos escritos concluiu-se que a resposta está errada, já que os alunos substituíram a bissetriz pelo ponteiro dos minutos, e não das horas. Por outro lado, no enunciado era pedido que os alunos determinassem concretamente como se alterava o tempo. Desta forma concluiu-se que os alunos resolveram incorretamente a tarefa 8.5. já que confundiram os ponteiros.

2.2.9. Tarefa 9

Esta última tarefa está dividida em duas fases. Por um lado, contempla duas questões relacionadas com contagens e estimativa e, por outro lado, uma questão para os alunos construírem uma figura com isometria partindo de três elementos.

Na T9.1, os alunos decidiram dividir tarefas para conseguir contar melhor os passos até ao lugar pedido. Por este motivo, dois dos alunos contaram a quantidade de passos e o terceiro elemento localizou o final do percurso. Chegados ao fim, um aluno tinha contado 299 passos e outro 250. O grupo não chegou a uma conclusão e, cada membro, decidiu escrever a sua resposta, sendo que o terceiro elemento escolheu o valor de 299.

Na T9.2., os alunos deviam realizar uma estimativa da distância percorrida em metros. Optaram por medir o comprimento de um passo e, seguidamente, multiplicar esse valor pelo número de passos identificados na questão anterior. Obtiveram novamente resultados diferentes, como era expectável. É possível constatar estes factos nas figuras 47 e 48.

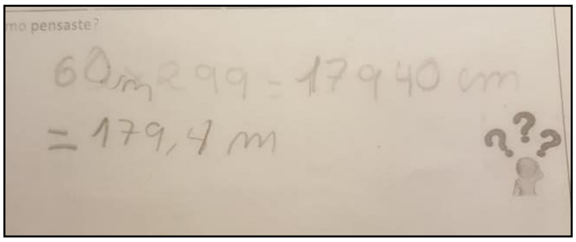


Figura 47: Resolução da T9.2. pela aluna M

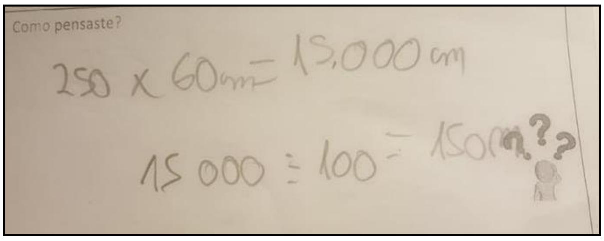


Figura 48: Resolução da T9.2. pelo aluno P

Tirando as desavenças na contagem dos passos os alunos foram capazes de usar um raciocínio adequado. Resolveram corretamente a tarefa 9.2.

A tarefa 9.3. foi resolvida de forma incorreta por este grupo, como se pode verificar na figura 50. Desenharam a figura presente na porta (Figura 49). Destaca-se novamente que a resposta errada se deveu à dificuldade de compreensão e falta de atenção por parte dos elementos do grupo. É possível afirmar isso já que no decorrer da entrevista a investigadora os questionou:

> Investigadora: Repararam que desenharam a mesma figura presente na porta e que o enunciado dizia que tinham de construir uma figura diferente da porta.
> M: Ei nem reparamos, achamos que a porta só era usada para a pergunta anterior.

A investigadora questionou os alunos por que tinham escolhido essa figura e eles foram capazes de explicar que esta possuía rotação e reflexão axial.

Figura 49: Figura de ferro forjado

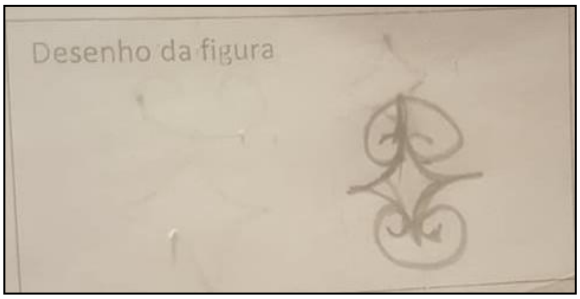


Figura 50: Resolução da T9.3. pelo aluno G

Apesar de conseguirem contruir uma figura com isometria, os alunos resolveram incorretamente a tarefa 9.3. devido à falta da atenção na resolução.

Em síntese, segundo os registos analisados, o grupo ''transferidores'' resolveu mais de 50% das tarefas corretamente, tal como se pode verificar no gráfico 6. Também é necessário destacar que não deixaram nenhuma por resolver.

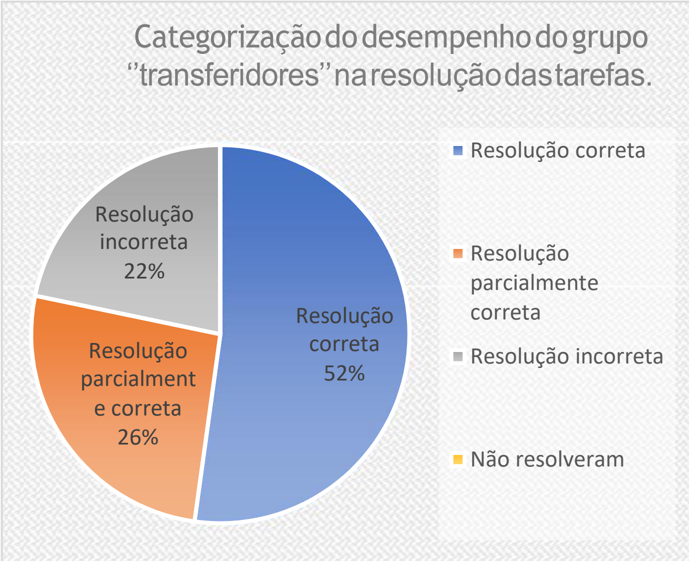


Gráfico 6: Categorização do desempenho do grupo ''transferidores'' na resolução das tarefas.

2.3. Atitudes do grupo-caso ''transferidores'' no Trilho Matemático

Neste ponto analisam-se os resultados relativos às atitudes do grupo-caso ''transferidores'' ao longo do trilho. No ponto anterior já se fez referência a algumas atitudes manifestadas pelos alunos, mas, neste ponto, será apresentada uma análise mais detalhada, tendo em conta os domínios afetivo, comportamental e cognitivo.

2.3.1. Domínio afetivo

Neste domínio analisou-se a autoconfiança, a ansiedade e o gosto que os alunos mostraram na realização do Trilho Matemático.

Analisando as respostas à questão ''Consideras-te um bom aluno a Matemática?'', realizada no questionário I, os alunos G e P consideram-se maus alunos porque, como dizem ''tiro um 3 e com muita sorte'' e ''porque não tiro muito boas notas''. Em geral, transmitiram ter pouca autoconfiança na disciplina de Matemática, mesmo antes desta experiência fora da sala de aula. Por outro lado, a aluna M, considerava-se boa aluna já que, nas suas palavras, ‘’trabalho, tenho boas notas, não tenho mau comportamento, faço todos os T.P.C.s e sou participativa’’.

Apesar da pouca autoconfiança evidenciada no questionário I por parte de dois alunos, ao longo do trilho foram revelando confiança na superação dos diferentes desafios, tal como se pode verificar em alguns comentários realizados ao longo do trilho:

(T1) P: A tarefa 1.2. é fácil, só temos de deixar o 5 de fora.
(T4) G: Ei que fácil, claro que não tem nenhuma das isometrias que estudamos na aula.
(T8) M: Tenho a certeza que o ângulo é de 36°, porque tem 10 rotações.
(T9) M: Não, são 299 passos, tenho a certeza.
(T9) P: Eu contei 250, não tenho dúvidas.

Os alunos pertencentes ao grupo-caso ‘’transferidores’’ sentiram-se à vontade com os parceiros do grupo, situação que fez com que se sentissem autoconfiantes para resolver as várias tarefas com a ajuda uns dos outros.

No que refere à ansiedade, em geral o grupo mostrou-se calmo e seguro, já que conseguiram distribuir tarefas, e, nos momentos em que sentiram dificuldades, tinham a capacidade de reunir e pensar em conjunto. A conversa observada no decorrer da resolução da tarefa do chafariz (T7) é um exemplo disso:

M: Se continuamos assim nunca mais saímos daqui, tem de haver outra forma de calcular o perímetro mais rápida.
G: Pela fórmula do perímetro?
P: Pois se calhar têm razão, eu posso continuar a medir o perímetro com a fita métrica e vocês façam os cálculos. No fim podemos comparar e ver se os resultados são parecidos.

Segundo as observações realizadas pela investigadora e as respostas dadas pelos alunos no decorrer da entrevista, destaca-se que só mostraram dificuldades em duas das tarefas, uma porque não percebiam o enunciado, e outra porque se tratava de uma questão aberta, tarefa que não estavam habituados a resolver. Estas dificuldades traduziram-se em alguma tensão e nervosismo, reações que retratam ansiedade:

Investigadora: Qual foi a tarefa que menos gostaram de realizar?
M: A tarefa que menos gostamos foi a dos vitrais porque tivemos dificuldades ao início. Porque ao início não estávamos a perceber o enunciado.
P: Ah sim, eu já estava a ficar nervoso, ainda por cima o G só inventava coisas.
M: Mas eu pessoalmente não gostei daquela que pediu a utilidade da mediatriz, porque não sabia que o responder.
P: Pois, também tivemos dificuldades nessa.

Assim sendo, em geral, os alunos não mostraram ansiedade à exceção destas duas tarefas.

Do domínio afetivo é também necessário analisar o gosto pela matemática evidenciado pelos alunos ao realizar o trilho. Afirmando na entrevista: ''estamos contentes porque conseguimos acabar todas as tarefas do trilho e a experiência foi interessante''. Apesar de no questionário II, o aluno G e aluno P, responderem: ''Não gostava de repetir o trilho, porque foi bastante cansativo, tivemos de andar muito'' e ''tivemos de andar muito, mas do resto gostei''. Como grupo afirmaram ter gostado de realizar todas as tarefas em geral.

Em conclusão, os alunos resolveram a maioria das tarefas propostas no trilho com gosto e mostrando-se autoconfiantes em quase todo o percurso, à exceção de situações pontuais em que sentiram mais dificuldades

2.3.2. Domínio comportamental

O indicador analisado no domínio comportamental foi a motivação intrínseca evidenciada ao longo do trilho matemático. Todos os membros do grupo manifestaram interesse pela realização de tarefas fora da sala de aula. Já no questionário I mostravam vontade de ter uma aula no exterior:

> P: Gostava de ter uma aula no exterior para não ser sempre no mesmo espaço.
> G: Gostaria de ter uma aula fora da sala porque por norma deve ser mais divertido.
> M: Gostava de ter uma aula no exterior porque acho que há coisas lá fora que também têm Matemática como a simetria das folhas, as áreas dos edifícios, etc.

Na maior parte das tarefas o grupo-caso ''transferidores'' foi mostrando atenção e interesse pelos locais percorridos, à exceção da última tarefa, na qual se desconcentraram.

Na análise de motivação intrínseca são identificados momentos diferentes. No início do trilho os alunos mostraram-se muito motivados e com interesse em realizar as tarefas, mas, a meio do percurso apresentaram dificuldades na tarefa do banco (T5), facto que fez com que o grupo se desmotivasse durante uns minutos. Depois desta tarefa, seguiu-se uma na qual deviam descobrir figuras com isometrias em imagens (T6) e, segundo os membros deste grupo, foi uma das tarefas que mais gostaram de realizar, ganhando novamente motivação:

> M: Oh pá, nunca tinha reparado que realmente existem figuras com isometria em todo o lado.
> G: Pois, é superinteressante. Mas eu já sabia que havia matemática em todo o lado.

Em síntese, no decorrer do trilho os alunos mostraram desejo e interesse para ver mais isometrias para além das apresentadas nas tarefas do trilho matemático. Também é necessário destacar que, com a realização do trilho, os alunos puseram em prática todos os conhecimentos trabalhados nas aulas

2.3.3. Domínio cognitivo

Neste domínio, analisa-se a perceção dos alunos face à importância e utilidade da matemática, tendo por base as vivências tidas durante a realização do trilho. Na entrevista perguntou-se aos alunos sobre a utilidade da matemática no dia a dia, e com as suas respostas, verificou-se que o facto de realizar o trilho, fez com que percebessem a conexão da matemática com a vida real:

> Investigadora: Acham que a Matemática é útil no dia a dia?
> M: Sim, quando vamos ao supermercado e queremos ver qual é o produto mais baratos, quando queremos pintar uma parede e precisamos saber a quantidade de tinta necessário, para ver se um azulejo tem simetrias, etc.
> G: Sim, para pagar as contas (luz, gás, água, etc) e para cozinhas.
> P: Sim, para calcular o valor de vários produtos nas compras, fazer os trabalhos de casa, para seguir as medidas de uma receita.
> Investigadora: E concretamente as isometrias no dia a dia acham que são uteis?
> G: Sim professora! Sé quero fazer desenhos com azulejos no chão do meu quarto.
> M: Sim, acho que sim. Por exemplo aquilo de dividir o banco para duas pessoas e que tenham a mesma quantidade de banco para se sentarem. Também para pintar por exemplo uma rosácea.
> P: Eu gostei de ver que até os logótipos ou sinais tem isometria.

Estas ideias foram confirmadas na entrevista realizada depois da resolução do trilho: ''com a trilho descobrimos que havia mais isometrias na cidade das que nós achávamos, e aprendemos a aplicar a matemática fora da sala de aula''. Mas também destacaram que as aulas são necessárias para aprender os conceitos, ''a matéria trabalhada na sala de aula foi fundamental para resolver as tarefas do trilho''.

Em síntese, considera-se que o grupo, ao longo do trilho, reconheceu a aplicabilidade da matemática no dia a dia.

3. O grupo-caso ''Os três mosqueteiros''

3.1. Caracterização do grupo

O grupo ''Os três mosqueteiros'' era constituído por duas raparigas e um rapaz. Dois dos elementos apresentavam facilidade na aquisição de conceitos novos e em questionar quando tinham dúvidas. Em contrapartida, o outro membro do grupo tinha muitas dificuldades e nervosismo na área da matemática, achava que era ''muito difícil''. Mostraram ser um grupo responsável e unido, já que os dois alunos explicavam o raciocínio ao membro do grupo com dificuldades, para que este conseguisse acompanhar e percebesse todas as tarefas do trilho. Da mesma forma, os três alunos mostraram-se muito ativos em partilhar ideias e comparar os diferentes raciocínios ao longo das resoluções. Posteriormente, passa-se a caracterizar cada um dos alunos constituintes de grupo-caso ''Os três mosqueteiros'', já que, como se referiu, alguns tinham mais dificuldades que os outros, apresentando diferentes níveis de aprendizagem e compreensão.

A aluna L era uma rapariga de onze anos. No questionário I realçou que a sua disciplina favorita era Educação Musical e colocou a disciplina de Matemática como a menos favorita. Apesar disso, considerava-se uma boa aluna a Matemática porque, nas suas palavras: ''tiro boas notas e comporto-me bem e esforço-me para isso''. Era uma das alunas que se destacava em relação aos outros colegas da turma, pelas notas obtidas, tendo na maioria das disciplinas nível 5. Preferia resolver as tarefas individualmente, como afirmou no questionário I: ''prefiro trabalhar individualmente, porque consigo concentrar-me mais ao fazer a resolução sozinha''. Era uma rapariga simpática, mas um pouco reservada. Apesar disso mostrava-se sempre atenta. Era uma aluna muito aplicada e estudiosa. Notava-se que o mérito das notas era obtido pelo esforço extra que fazia, estudando e praticando em casa a matéria dada.

A aluna R era uma aluna de doze anos, que não gostava de matemática e considerava-se má aluna, já que afirmou no questionário I: ''não sou boa a matemática e a matéria é difícil, por outro lado, tenho dificuldades em decorar as coisas''. Era aluna de nível de 2. Segundo o respondido no questionário I, preferia trabalhar em grupo porque ''assim o nosso grupo ajuda-nos nos trabalhos propostos''. Era uma aluna muito introvertida, responsável, sensível e com muitas dificuldades em todos os aspetos, no entanto mostrava-se atenta nas aulas. Ao ser retraída, muitas vezes com vergonha não expunha as dificuldades.

O aluno GS era um rapaz de onze anos. Segundo o que respondeu no questionário I, considerava a matemática uma das áreas preferidas, porque: ''gosto de fazer contas e pensar''. Considerava-se um bom aluno porque: ''estou atento nas aulas e sei a matéria''. Ainda no questionário I, disse preferir trabalhar individualmente porque: ''consigo estar mais concentrado e acho que trabalho melhor''. É necessário salientar que era um aluno de nível 5 em Matemática. Era um rapaz humilde, atencioso, responsável. Sempre disposto a participar e ajudar os colegas nas dificuldades. Mostrava-se sempre atento nas aulas e com interesse em aprender. Ao mesmo tempo, notava-se que realizava revisões em casa, já que nas aulas colocava dúvidas sobre conceitos abordados anteriormente.

3.2. Desempenho do grupo-caso ''Os três mosqueteiros'' no Trilho Matemático

Nesta parte, analisa-se o desempenho do grupo-caso ''Os três mosqueteiros'' na realização do trilho. Assim sendo, serão analisadas as subcategorias de resolução das tarefas e dificuldades sentidas. Estes aspetos serão constatados através das estratégias usadas, dos conhecimentos aplicados e da comunicação do raciocínio.

Destaca-se que na realização do trilho, a dinâmica usada pelo grupo, consistia em que cada membro lesse o enunciado individualmente e, em seguida, cada um explicava o seu raciocínio. Ao longo do trilho mostraram ter a capacidade de comunicar as ideias facilmente e, muitas vezes, com ajuda de várias representações.

3.2.1. Tarefa 1

A tarefa 1, divide-se em duas questões. Na primeira os alunos tinham de encontrar a imagem dos números indicados e, na segunda, deviam ser capazes de encontrar o maior número, constituído com os algarismos da tarefa anterior, que fosse divisível por 5.

Na T1.1., tal como se observa na figura 51, os alunos usaram setas para associar cada número à respetiva imagem.

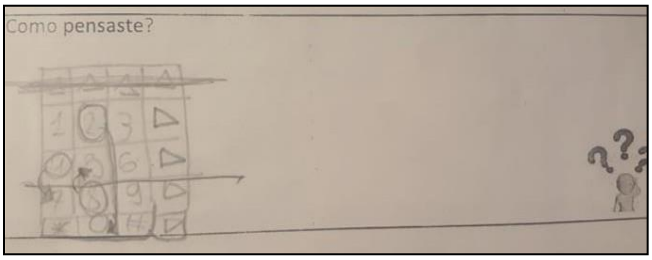


Figura 51: Resolução da T1.1 pela aluna L

Como os alunos não apresentaram uma explicação, na entrevista realizada depois do trilho, a investigadora questionou aos alunos:

> Investigadora: Como não apresentaram nenhuma explicação na resolução da tarefa, poderiam explicar qual foi à estratégia que usaram para a resolver?
> GS: Primeiro, para ser mais fácil, desenhamos os números na folha de registo, tal como estavam no telefone público. Depois desenhamos um traço para representar o eixo horizontal de reflexão.
> L: E depois contamos. Por exemplo o número 4 estava um número a cima do eixo por isso a sua imagem tinha de estar um número abaixo do eixo.

Verificou-se que os alunos resolveram corretamente a tarefa 1.1., sem apresentar qualquer dificuldade. Até conseguiram encontrar uma estratégia para sinalizar os números e as respetivas imagens. Assim, pode-se deduzir que foram capazes de aplicar o conceito de reflexão axial, trabalhado na sala de aula.

Na segunda questão, apesar de apresentarem a resposta correta, os alunos não registaram o raciocínio que usaram para chegar à resposta apresentada (Figura 52).

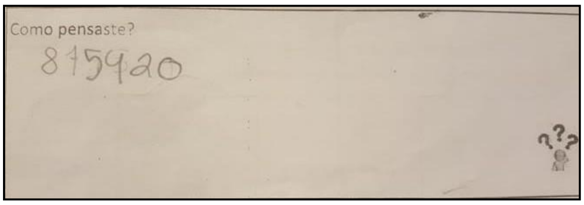


Figura 52: Resolução da T1.2 pela aluna R

Apesar disso, a investigadora acompanhou o raciocínio discutido no momento da resolução:

> L: Podemos começar por ordenar os números do maior para o menor e ver se é divisível por 5.
> R: Eu lembro-me que para que um número fosse divisível por tinha de acabar em 0 ou 5.
> L: Boa, R! Sim os números acabados em 0 e 5 são sempre divisíveis por 5.
> GS: Então se nós ordenamos os números do maior ao menor o último é o 0. Por isso já encontramos a resposta correta.

Com isto pode-se concluir que, apesar de responderem corretamente à questão, não apresentaram o raciocínio, por isso, a resolução está parcialmente correta. Nesta primeira tarefa, os alunos não apresentaram dificuldades e conseguiram aplicar os conceitos abordados nas aulas.

3.2.2. Tarefa 2

Nesta tarefa os alunos tinham de observar um vitral e, a partir da ilustração representada, criar uma figura com simetria de reflexão e outra com simetria de rotação.

O grupo ''Os três mosqueteiros'' não prestou atenção ao enunciado na T2.1., já que este pedia para pintarem dois vidros de modo a obter uma figura com simetria. Erradamente o grupo considerou os dois vitrais, tal como se pode observar na figura 53, sendo que só deviam usar um deles.

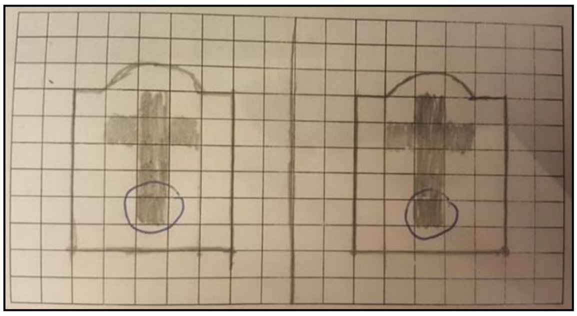


Figura 53: Resolução da T2.1 pelo aluno GS

Devido a esta resolução a investigadora, durante a entrevista questionou aos alunos:

Investigadora: Por que consideraram as duas figuras se só era pedido uma figura com simetria de reflexão?
GS: Não reparamos nesse pormenor do enunciado.
L: Associamos que eram as duas figuras porque o enunciado dizia ''observa os dois vitrais iguais no exterior da Igreja de S. Domingos''.

Com esta reflexão decorrida na entrevista, pode-se afirmar que o grupo-caso ''Os três mosqueteiros'' não prestou atenção ao enunciado. Assim sendo, resolveu incorretamente a tarefa 2.1.. Apesar disso a investigadora questionou-os sobre a estratégia usada na resolução:

L: Primeiro comparamos os vitrais e vimos que eram iguais. Por isso, desenhamos o eixo de simetria entre eles à mesma distância. Depois, concluímos que devia ter o mesmo número de vidros pintados de um lado do que de outro, e estes deviam estar na mesma posição à mesma distância. Por este motivo pintamos um retângulo de cada lado.

Como a resolução estava incorreta, a investigadora, pretendeu que os alunos resolvessem a tarefa 2.1. corretamente, questionando:

> Investigadora: Seriam capazes de obter uma figura com simetria de reflexão a partir de só um vitral?
> R: Sim, acho que sim.
> L: Sim, e tem mais do que uma opção. Mas temos de seguir a mesma regra de traçar um eixo e que os retângulos sejam a mesma quantidade dos dois lados, e que esteja à mesma distância do eixo.

Pode-se concluir que, apesar da falta de compreensão do enunciado, o grupo mostrava ter conhecimentos sobre a reflexão axial.

Na tarefa 2.2., os alunos apresentaram uma resolução incorreta tal como se pode observar na figura 54. Este facto explica-se pela justificação apresentada: ''Só a cruz tem rotação, o resto não tem''. Com este raciocínio mostraram não dominar o conceito de rotação e, novamente, falta de compreensão do enunciado.

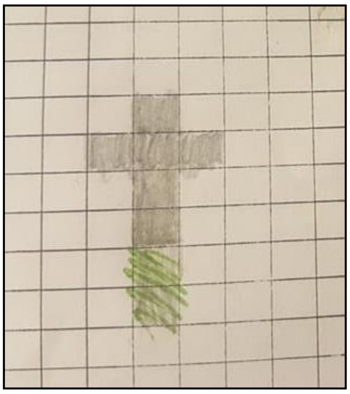


Figura 54: Resolução da T2.2. pela aluna R

Devido à resolução estar incorreta e à explicação pouco clara a investigadora questionou os alunos no decorrer da entrevista:

> Investigadora: Acham que a resolução está correta?
> GS: Não, mas não percebemos o enunciado e então pintamos os ''vidros'' à sorte. Para não deixar a tarefa por resolver, na explicação escrevemos ''só a cruz é que tem rotação, o resto da figura não''.
> Investigadora: Podes clarificar a explicação?
> L: Sim, nós descobrimos que se só considerássemos os 4 vidros da cruz, esta figura tinha rotação de 90°.

Depois de lerem o enunciado com a investigadora, no decorrer da entrevista, foi sugerido que os alunos tentassem resolver a questão. A aluna L conseguiu encontrar uma solução válida rapidamente.

Analisados os documentos escritos realizados pelos membros do grupo, pode-se concluir que o facto de não terem percebido o enunciado, fez com que resolvessem incorretamente as tarefas e não conseguissem aplicar corretamente os conceitos adquiridos nas aulas.

3.2.3. Tarefa 3

Na tarefa T3, os alunos a partir do friso de azulejos deviam ser capazes de identificar uma figura com reflexão axial e outra com rotação (Figura 55).

O grupo-caso ''Os três mosqueteiros'' resolveu a primeira questão proposta, como se pode verificar na figura 56. Foram capazes de localizar no friso de azulejo elementos que tinham reflexão axial. Mas, por outro lado, a explicação registada não foi a mais adequada, já que apenas procuraram definir o conceito de reflexão axial.

Figura 55: ''Os três mosqueteiros'' a resolver a tarefa 3.

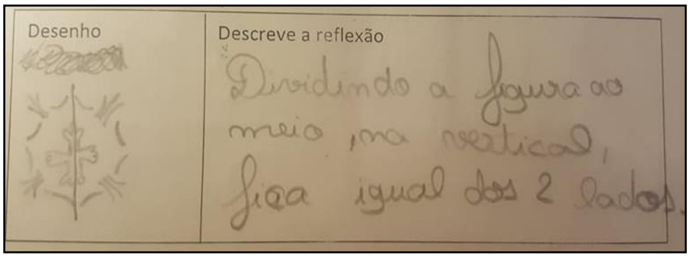


Figura 56: Resolução da T3.1. pela aluna L

Na entrevista realizada depois da realização do trilho, a investigadora questionou os alunos:

Investigadora: Que estratégia usaram para identificar uma figura com reflexão axial?
GS: Pegamos só num quarto da figura e comprovamos que ao imaginar a dobragem pelo eixo imaginário a figura coincidia.
R: Por isso concluímos que esse quarto do azulejo tinha reflexão axial.

Figura 57: Friso de azulejos

Analisando a imagem autonomamente no decorrer da entrevista, chegaram à conclusão que todo o azulejo (Figura 57) tinha reflexão axial, por isso, fosse qual fosse o elemento escolhido, teriam respondido corretamente.

R: Olhem, mas também podaríamos ter escolhido só um elemento da figura que escolhemos.
GS: Pois… e esta figura também.
L: Sim, o friso de azulejos está formado por muitas figuras com reflexão axial.

Com esta tarefa verifica-se que os alunos foram capazes de aplicar corretamente o conceito de reflexão axial, mas não descrever a reflexão. Por isso, conclui-se que a resolução está parcialmente correta.

Na T3.2., escolheram a mesma figura porque apuraram que esta tinha uma parte que se rodada 90° ficava igual, raciocínio que apresentado no momento de resolver a tarefa:

GS: Nesta tarefa temos de encontrar uma figura com rotação.
L: E se tentamos com a figura anterior?
R: Sim, tem rotação de 180°.
GS: Não R, vê bem, podes ter mais rotações se dividires a figura em quartos. Podemos dizer que a figura tem 4 rotações de 90°.

O grupo resolveu a tarefa de forma parcialmente correta. Foram capazes de desenhar e identificar uma figura com rotação, mas, por outro lado, não descreveram corretamente a rotação, tal como se pode observar na figura 58.

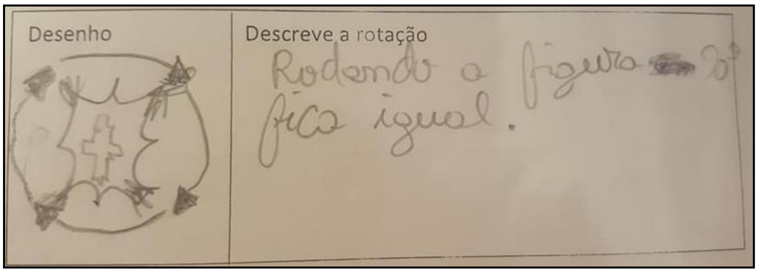


Figura 58: Resolução de T3.2. pela aluna R

Com estas resoluções constata-se que os alunos conseguiram aplicar o conceito de reflexão axial e de rotação, no entanto a caracterização não foi conseguida.

3.2.4. Tarefa 4

Nesta tarefa os alunos tinham de analisar se o logótipo da loja possuía ou não alguma das isometrias estudadas. Os alunos não apresentaram dificuldades em resolver a tarefa, situação reforçada na entrevista: ''era a tarefa mais fácil de resolver do trilho''.

Para explicar que o logótipo não tinha nenhuma das isometrias trabalhas, optaram por esclarecer por que não era reflexão axial, nem central, nem uma rotação, tal como se pode verificar na conversa:

> Investigadora: Como deduziram que não foi aplicada nenhuma das isometrias trabalhadas na sala de aula?
> L: Se dividirmos a figura a meio não fica igual, por isso não é reflexão axial. Central também não pode ser porque uma das figuras tinha de estar de cabeça para baixo.
> GS: Rotação também não dá porque ao rodarmos uma figura não coincide coma outra.

Assim sendo, conclui-se que os alunos perceberam os conceitos trabalhados nas aulas e tiveram a capacidade de os aplicar numa determinada figura, tal como se pode verificar com a resolução da tarefa 4.1. (Figura 59). Desta forma resolveram corretamente a tarefa.

Na segunda questão, os alunos tinham de construir um novo logótipo, usando isometrias. O grupo ''Os três mosqueteiros'' optou pela reflexão axial, tal como se pode constatar na figura 60, e desenharam um esboço correto.

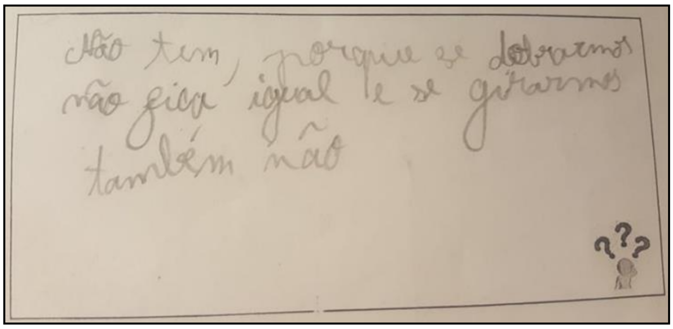


Figura 59: Resolução da T4.1. pelo aluno GS

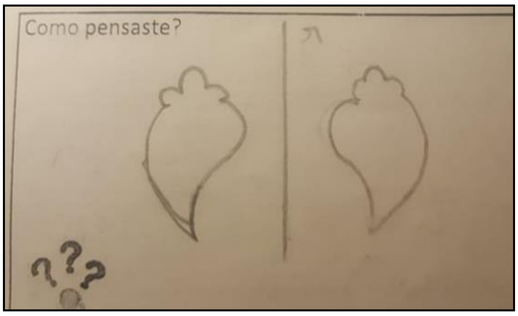


Figura 60: Resolução da T4.2. pela aluna L

Na execução da entrevista a investigadora perguntou que estratégia tinha sido usada para resolver a tarefa. Os alunos associaram o raciocínio ao uso da técnica do borrão trabalhada na aula. Apesar de associarem corretamente a técnica a investigadora questionou:

> Investigadora: Quais são as propriedades da reflexão axial?
> L: As medidas são as mesmas, os ângulos são os mesmos.
> GS: Os pontos são equidistantes do eixo de reflexão.

Com esta tarefa verifica-se que os alunos tiveram a capacidade de aplicar as propriedades da reflexão no momento de construir uma figura com estas características. Salienta-se que resolveram corretamente a tarefa e não apresentaram dificuldades.

3.2.5. Tarefa 5

A tarefa 5 está dividida em quatro fases. Nas duas primeiras questões, os alunos tinham de efetuar medições e cálculos, na terceira deviam ser capazes de construir a mediatriz de um segmento de reta e, para finalizar, tinham de identificar a utilidade da construção da mediatriz no banco.

Nas duas primeiras partes os alunos efetuaram a medição ajudando-se entre si. Dois elementos mediam e o restante registava os valores. Esta medição (2 metros) foi efetuada com a fita métrica presente no kit do trilho.

Ao resolverem a T5.2., segundo as observações realizadas pela investigadora no decorrer do trilho, os alunos não apresentaram dificuldades e associaram rapidamente que tinham de dividir o valor do comprimento por 20, para obter um valor vinte vezes menor. Destaca-se que o aluno GS resolveu a operação através do cálculo mental, apesar da aluna R ter a necessidade de verificar na calculadora se a resposta estava correta. Nestas duas partes os alunos não apresentaram dificuldades, resolvendo corretamente as duas questões.

Na resolução da terceira questão, os três alunos conseguiram construir a mediatriz seguindo os passos trabalhados na aula, tal como se pode observar na figura 61.

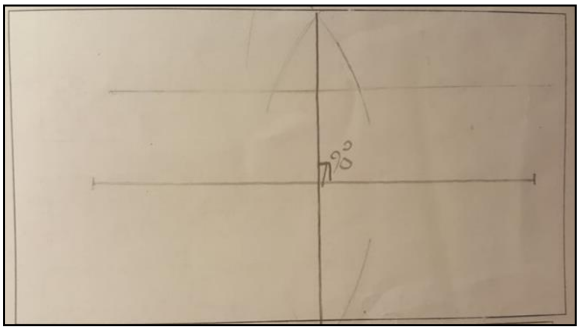


Figura 61: Resolução da T5.3. pela aluna R

Apesar de no início evidenciarem dúvidas, segundo as observações efetuadas pela investigadora:

> R: Uma pergunta? A mediatriz era a reta que dividia o ângulo em duas partes iguais?
> GS: Não R, é a reta perpendicular que divide um segmento de reta em duas partes iguais, porque passa pelo ponto médio desse segmento.
> R: Ahh já me lembro!
> L: Lembras-te de como a construímos nas aulas, com ajuda do compasso e a régua?
> R: Sim sim, já me lembro.

A aluna R conseguiu construir autonomamente a mediatriz usando o material de desenho. No registo escrito os alunos anotaram o raciocínio efetuado como: ʻʻusei as regras da construção da mediatrizʼʼ. Com este raciocínio pode-se confirmar o anteriormente dito, os alunos dominavam os conceitos e sabiam aplicá-los, mas a sua linguagem matemática é muito pobre e muitas vezes mostravam dificuldades em expressar as suas ideias.

Na realização da entrevista a investigadora quis confrontar os alunos para se aperceberem que têm de ter cuidado com a linguagem que utilizam. Deste modo, os alunos acabaram por assumir que a linguagem usada não era a correta e que deviam ter escrito: ʻʻconstruímos a mediatriz com ajuda do compasso e da régua. Esta mediatriz devia ser perpendicular ao segmento de reta, formando quatro ângulos de 90°, e devia passar pelo ponto médio do segmento de retaʼʼ. Contudo, os alunos conseguiram realizar corretamente a tarefa 5.3. apesar das dificuldades apresentadas pela aluna R.

Na última questão da tarefa 5, tendo por base as observações realizadas pela investigadora, os alunos responderam rapidamente e não mostraram qualquer dificuldade, ao contrário da maioria da turma. Apesar de conseguirem responder corretamente, poderiam ter enumerado mais do que uma opção, já que na entrevista foram capazes de identificar mais utilidades para a mediatriz construída no banco. Como por exemplo: ʻʻPintar o banco com duas coresʼʼ,ʼʼ dividir o banco a meioʼʼ, ʼʼdividir o banco para que duas pessoas tivessem a mesma quantidade de bancoʼʼ.

Com esta tarefa conclui-se que o grupo ʻʻOs três mosqueteirosʼʼ teve a capacidade de criar uma relação entre a matemática e o dia a dia, com facilidade. Assim sendo, conseguiram resolver corretamente esta última questão da tarefa 5.

3.2.6. Tarefa 6

Nesta tarefa os alunos deviam localizar figuras que tivessem isometrias em fotografias de bordados, ilustrados na parede do Museu do Traje. Nesta tarefa, os alunos mostraram entusiasmo já que se tratava de uma tarefa mais aberta e podiam escolher uma figura entre muitas.

R: Ei que fixe, nesta tarefa podemos escolher a figura que queremos.
L: Sim R, mas tem de ter as isometrias que nos pedem.

Este grupo apresentou uma resolução parcialmente correta, já que, apesar de serem capazes de identificar as figuras pedidas, não realizaram uma caracterização correta das isometrias e cometeram erros nas identificações. Estas situações observam-se nas figuras 62 e 63, com as frases: '' vendo do outro lado do centro fica igual'', ''rodando fica igual'' e ''dividindo fica igual''.

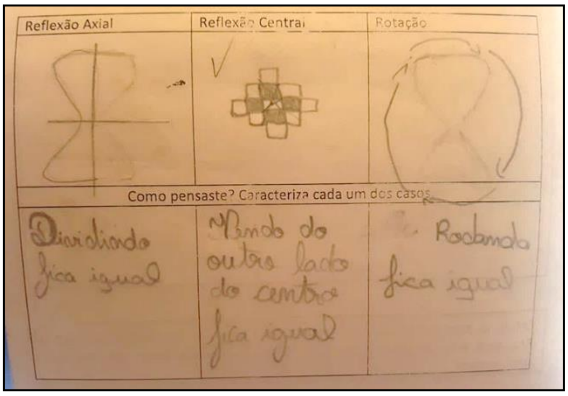


Figura 62: Resolução da T6 pela aluna L

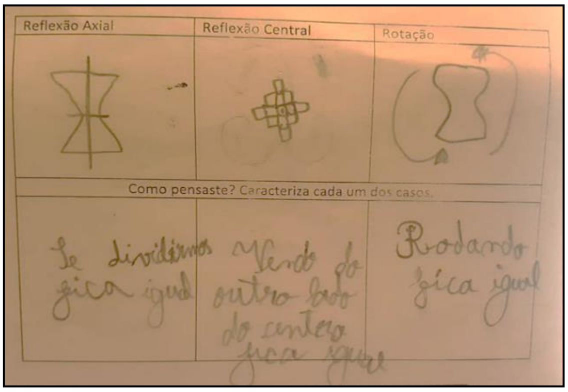


Figura 63: Resolução da T6 pelo aluno GS

Os alunos continuaram a apresentar dificuldades na expressão de ideias matemáticas e raciocínios, o que se verifica nos registos (Figuras 62 e 63). Destaca-se que, apesar de serem um grupo, cada elemento identificou um número diferente de rotações, sendo que o aluno GS assinalou duas rotações, a aluna M assinalou três e a aluna L identificou quatro. Tratando-se de uma situação rara, a investigadora questionou os alunos na entrevista:

Investigadora: Como é possível? Sendo um grupo e apresentando a mesma resposta, possam ter três identificações diferentes? Acham que está bem?
R: Oh meu deus, hahahaha. Aposto que a minha está errada.
L: Calma R, temos de analisar outra vez. Por exemplo, a minha resposta não esta correta. Vamos ver a tua?
GS: É a minha que está bem! A figura só tem duas rotações.

Pode-se concluir que a tarefa está parcialmente correta, já que os alunos identificaram figuras com as isometrias pedidas, mas não as caracterizaram.

2.3.7. Tarefa 7

Esta tarefa estava dividida em três questões. Em primeiro lugar os alunos tinham de descobrir o perímetro do chafariz, depois deviam ser capazes de calcular o volume da base do chafariz e, para finalizar, tinham de identificar a amplitude do ângulo entre duas luzes consecutivas.

Na primeira parte o grupo ''Os três mosqueteiros'', optaram por medir o perímetro do chafariz com ajuda da fita métrica (Figura 64). Para isso, dois elementos realizavam as medições e o outro registava os valores, obtendo assim um perímetro de 15,33 metros (Figura 65). A estratégia usada pelo grupo era válida, apesar de possuir uma margem de erro já que se tratava de efetuar medições de um objeto de grandes dimensões.

Figura 64: ''Os três mosqueteiros'' a medir o perímetro do chafariz

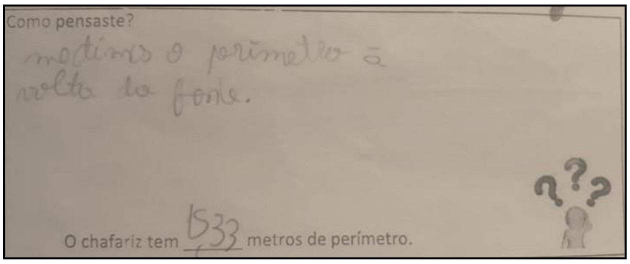


Figura 65: da T7.1. pela aluna R

Assim sendo, tendo por base as observações realizadas pela investigadora, os alunos mostraram algumas dificuldades no processo de realizar as medições, já que não estavam habituados a realizar medições de objetos de grandes dimensões. Esta situação levou o grupo a medir três vezes o perímetro da base do chafariz. Seguidamente realizaram a média dos valores obtidos para obter um valor mais aproximado das medições. Este último passo, foi realizado oralmente:

L: R, que valores temos?
R: Da primeira vez deu 15,15 metros, da segunda vez deu 15,40 e da terceira 15,05. GS: Agora temos de fazer a média, para obter um valor aproximado. Dá 15,33 metros.

Pode-se concluir que os alunos resolveram corretamente a T7.1. e foram capazes de encontrar uma estratégia válida para descobrir o perímetro do chafariz.

Na segunda parte, os alunos deviam calcular o volume da base do chafariz, que representava um cilindro. Tal como se pode constatar na figura 66, primeiramente, mediram a altura da base, já que era necessário para aplicar na fórmula do volume do cilindro. Sabendo a altura, calcularam o raio através da fórmula do perímetro, já que tinham conhecimento do valor do perímetro da alínea anterior. Com a fórmula descobriram o valor do diâmetro, que posteriormente dividiram por dois para obter o valor do raio. Para finalizar, substituíram os valores atingidos, na fórmula do volume, para calcular a capacidade da base do chafariz.

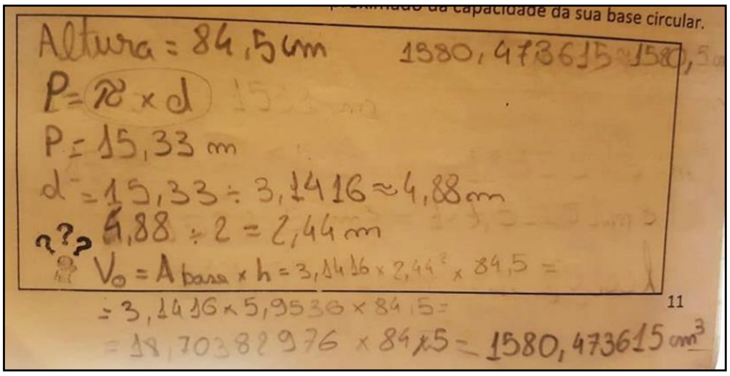


Figura 66: Resolução da T7.2. pela aluna L

Apesar de realizarem o raciocínio corretamente, os alunos não efetuaram o último cálculo com as mesmas unidades de medida, sendo que colocaram a altura em cm e o raio em metros. Apresentaram assim uma resolução parcialmente correta, já que desenvolveram o raciocínio bem, mas não obtiveram o resultado esperado, devido ao erro das unidades.

É necessário salientar que só a aluna com dificuldades apresentou necessidade de ter uma explicação sobre como relacionar as diferentes fórmulas, para conseguir obter o pedido na tarefa, tal como a investigadora observou no decorrer da resolução:

> R: Não estou a entender como a partir da fórmula do perímetro conseguimos depois descobrir o volume.
> GS: R, nós sabemos que o perímetro é 15,33 metros porque o calculamos na primeira questão. Então com a fórmula $perímetro = \pi \times diâmetro$ conseguimos calcular o diâmetro.
> L: Depois de saber o diâmetro temos de dividi-lo por 2, já que o raio é a metade do diâmetro.
> R: Ahh então usamos a fórmula do perímetro para calcular o raio, para depois conseguir resolver a fórmula do volume do cilindro.

Na última parte da tarefa 7, os alunos tinham de calcular a amplitude do ângulo entre duas luzes consecutivas. Tal como referem nos registos escritos (Figura 67), contaram o número de luzes e, como sabiam que estavam à mesma distância, de seguida dividiram 360° pelas 12 luzes presentes no interior do chafariz.

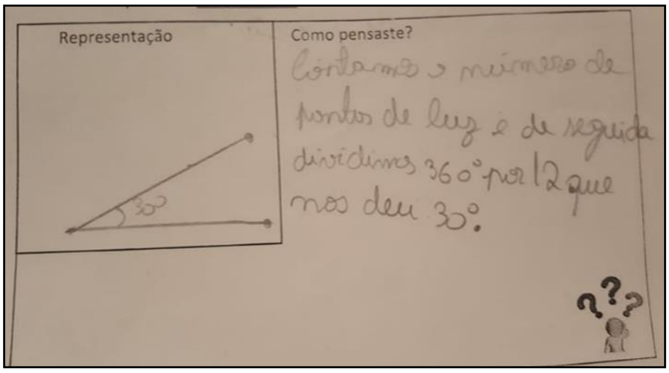


Figura 67: Resolução da T7.3. pela aluna R

Em geral, os alunos resolveram corretamente esta tarefa, sendo que aplicaram os conceitos anteriormente trabalhados nas aulas.

3.2.8. Tarefa 8

A T8 estava dividida em dois grupos de questões, já que, no mesmo local, os alunos deviam localizar dois objetos diferentes para conseguir resolver as diferentes questões. Por um lado, a T8.1 e a T8.2. centravam-se na rosácea do vitral e, as outras três, concentravam-se no relógio da Igreja Matriz.

No primeiro par de questões os alunos tinham de identificar o número de simetrias de rotação e simetrias de reflexão que a rosácea da Igreja Matriz apresentava. O grupo ‘’Os três mosqueteiros’’, conseguiu identificar o número correto de simetrias de rotação e simetrias de reflexão. No entanto não as descreveram, como era pedido no enunciado, apresentando assim uma resolução parcialmente correta, tal como se pode observar na figura 68.

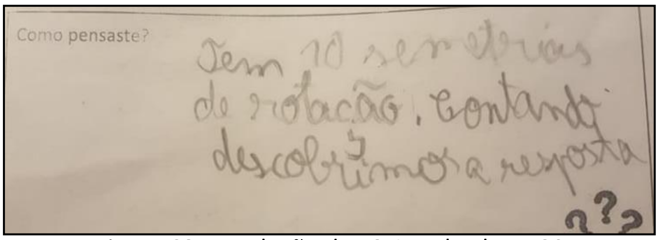


Figura 68: Resolução da T8.1. pela aluna GS

Como a explicação estava incompleta a investigadora questionou os alunos:

Investigadora: Qual foi a estratégia que usaram para resolver a questão T8.1. e T8.2.?
L: Normalmente para descobrir a rotações, uso a estratégia de contar as pontinhas, porque quase sempre é o elemento de se repete. Mas depois comprovo se realmente é o elemento que se repete. Foi o que fizemos neste caso.
GS: Na T8.2. identificamos os diferentes eixos e depois contamos.

Segundo os registos escritos os alunos apresentaram resoluções parcialmente corretas já que conseguiram identificar o número de rotações e de simetrias de reflexão corretamente, mas não descreveram cada uma delas.

No relógio, primeiramente, tinham de registar as horas marcadas no relógio da Igreja Matriz. Seguidamente, deviam ser capazes de construir a bissetriz do menor ângulo formado pelos ponteiros e, para finalizar, tinham de resolver o problema proposto. Todos os membros do grupo registaram as horas corretamente, desenhando o ponteiro pequeno nas horas, e o maior nos minutos (Figura 69). Não apresentaram nenhuma dificuldade em construir a bissetriz do menor ângulo, com o material de desenho, tal como se pode constatar na figura 69. Por este motivo, e tendo por base as observações realizadas pela investigadora, pode-se afirmar que os alunos tiveram a capacidade de construir corretamente a bissetriz com material de desenho, tal como foi abordado na aula, seguindo os passos apresentados.

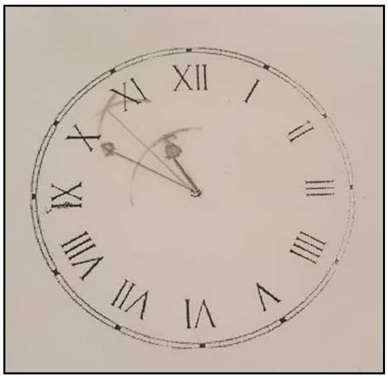


Figura 69: Resolução da T8. pelo aluno GS

Na última parte desta tarefa os alunos tinham de substituir a bissetriz desenhada pelo ponteiro das horas e determinar se o relógio estava atrasado ou adiantado. Segundo as respostas registadas pelos alunos na resolução da tarefa 8.5.: ''o relógio está atrasado uns minutos''. Esta resposta está parcialmente correja, já que também era pedido para determinarem a quantidade de tempo.

Desta forma conclui-se que os alunos resolveram de forma parcialmente correta a tarefa 8.5., já que não determinaram o tempo que diferia nos dois relógios.

3.2.9. Tarefa 9

Nesta última tarefa, por um lado os alunos tinham de realizar contagens e estimativas e, por outro, construir uma figura com isometria a partir de três elementos já existentes.

Na primeira questão, o grupo ''Os três mosqueiros'' decidiu dividir tarefas para contar a quantidade de passos realizados até ao lugar pedido. Logo, dois dos alunos contaram a quantidade de passos e o terceiro elemento localizou o final do percurso. Chegados ao fim, um aluno tinha contado 300 passos e outro 282. Segundo o raciocínio apresentado nos registos escritos (Figura 70), e para conseguirem um número mais aproximado, acharam por bem realizar a média entre os números obtidos. Chegaram assim a um valor aproximado do número de passos realizados entre os dois pontos pedidos.

Na T9.2., os alunos deviam realizar uma estimativa da distância percorrida em metros. Por isso, decidiram multiplicar o valor obtido anteriormente pelo comprimento de um passo, sendo este de 0,60 cm (Figura 71). Obtiveram assim a distância aproximada percorrida pelos alunos.

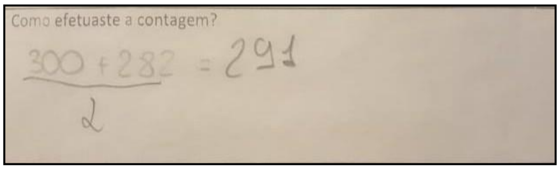


Figura 70: Resolução da T9.1. pelo aluno GS

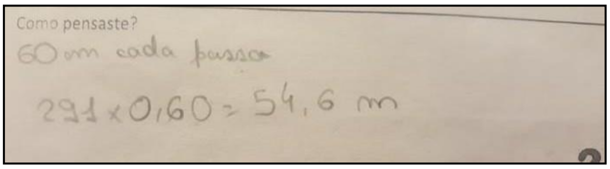


Figura 71: Resolução da T9.2. pela aluna L

Nestas duas tarefas os alunos não mostraram qualquer dificuldade e resolveram-nas corretamente, tendo em conta que os resultados obtidos são aproximados.

Na última tarefa 9.3., os alunos deviam ser capazes de construir uma figura com isometria diferente da representada na porta número 5 (Figura 72). Este grupo resolveu a tarefa corretamente, já que foi capaz de desenhar uma figura com isometria, tal como se pode observar na figura 73.

Figura 72: Figura de ferro forjado

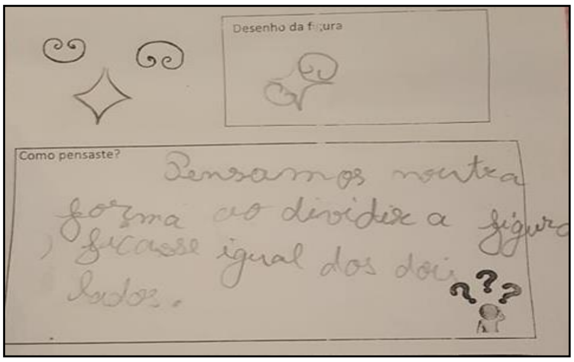


Figura 73: Resolução da T9.3 pelo aluno GS

No registo, os alunos não identificaram diretamente a isometria usada, mas descreveram o raciocínio efetuado: ''ao dividir a figura ficam os dois lados iguais''. Para confirmar, na entrevista a investigadora questionou:

> Investigadora: Qual foi a isometria que usaram para construir esta figura?
> L: A reflexão axial, porque se estivesse bem desenhada, se a dividimos na diagonal fica igual de cada lado.
> G: Mas... L também pode ser rotação de 180° e por isso também pode ser reflexão central. Já que a reflexão central é uma rotação de 180°.

Com esta última tarefa conclui-se que os alunos tiveram a capacidade de criar uma nova figura com isometrias, a partir de determinados elementos. Assim sendo, resolveram corretamente a última questão do trilho matemático.

Em síntese, segundo os registos analisados, o grupo-caso ''Os três mosqueteiros'' resolveu mais de 50% das tarefas corretamente, tal como se pode verificar no gráfico 6. Também é necessário destacar que a percentagem das tarefas resolvidas incorretamente é muito baixa e que não deixaram nenhuma tarefa por resolver.

Gráfico 7: Categorização do desempenho do grupo ''Os três mosqueteiros'' na resolução das tarefas

3.3. Atitudes dos alunos na resolução das tarefas propostas no Trilho Matemático

Este ponto contém a análise dos resultados das atitudes do grupo-caso ''Os três mosqueteiros'' ao longo do trilho, sendo que o foco está nos domínios afetivo, comportamental e cognitivo.

3.3.1. Domínio afetivo

Neste ponto, a análise centra-se nos indicadores de autoconfiança, ansiedade e gosto que os alunos manifestaram na realização do trilho.

Segundo as respostas à questão ''Consideras-te um bom aluno a Matemática?'', realizada no questionário I, a R considera-se má aluna porque tem ''dificuldades em decorar as coisas''. Em contrapartida, a aluna L e o aluno GS consideram-se bons alunos já que: ''tiro boas notas e comporto-me bem, e esforço me para isso'' e ''porque estou atento e sei a matéria''. Na resolução do trilho, e com base nas observações efetuadas pela investigadora, os alunos L e GS mostraram confiança ao longo do percurso, sendo que ainda davam apoio à aluna R. Apesar de ter uma constante ajuda por parte dos colegas, a R mostrou-se com pouca autoconfiança, tal como se pode verificar em alguns comentários feitos por ela ao longo do trilho:

> (T2) R: Eu não percebo o enunciado, já não me lembro de fazer a rotação.
> (T5) R. Ai meu deus, eu lá sei para que serve fazer a mediatriz num banco.
> (T6) R: De certeza que é o meu que está mal!

No que refere à ansiedade, em geral o grupo apresentou-se tranquilo, já que, apesar da aluna R ao longo de todo o trilho mostrar inseguranças, o aluno GS e a aluna L conseguiam tranquilizá-la através da apresentação de diferentes raciocínios e explicações. O grupo manifestou maior ansiedade na vontade de resolver rapidamente cada uma das tarefas, para conseguir avançar para a seguinte e resolver todas as tarefas propostas.

No que refere ao gosto, este grupo, gostou das tarefas mais complexas, porque afirmaram: ''nas tarefas que tivemos dificuldades, deu mais pica resolver, porque tínhamos de pensar mais e ao mesmo tempo trocar ideias entre nos''. Com esta afirmação conclui- se que o grupo resolveu a maioria das tarefas com gosto.

3.3.2. Domínio comportamental

Neste tópico, a análise focou-se no domínio comportamental, mais concretamente na motivação intrínseca evidenciada pelo grupo ''Os três mosqueteiros''. Todos os membros do grupo manifestaram interesse pela realização de tarefas fora da sala de aula, tal como referiram no questionário I, que já evidenciava essa motivação:

L: Gostava de ter aulas fora da sala de aula, porque mudar o ambiente onde se está pode ser bom.
GS: Gostava de realizar uma aula fora da sala para ver que se pode aprender matemática fora da sala de aula.
R: Gostava de ter aulas fora da sala de aula, porque trabalho melhor ao ar livre.

Por outro lado, também mostraram interesse por querer resolver o trilho, já que era uma atividade diferente da que estavam habituados. Ao longo de todo o trilho, o grupo apresentou atenção aos diferentes lugares onde se realizavam as tarefas. Pode-se afirmar este facto, já que na resolução das diferentes tarefas os alunos tentaram ir mais além do pedido.

Em geral resolveram todas as tarefas corretamente, à exceção da tarefa 2, por não terem percebido o enunciado. Destacaram-se como um grupo unido e ativo, que queria aprender mais ao longo de todo o percurso.

Em relação à motivação, é necessário salientar ainda que esteve sempre presente, e em nenhum momento mostraram cansaço em resolver as tarefas, nem sequer a aluna com dificuldades, situação que é de admirar já que, na sala de aula, estava constantemente a comentar que não entendia, não conseguia, era difícil. Estas situações constataram-se em comentários como: ''As tarefas fora da sala de aula foram mais fáceis! '', situação que pode estar perfeitamente relacionada com o interesse e a motivação apresentada pelos alunos. Em conclusão, pode-se afirmar que como grupo trabalharam bem, já que conseguiram resolver todas as tarefas, apesar de terem uma tarefa incorreta e gralhas na explicação dos raciocínios.

3.3.3. Domínio cognitivo

Nesta parte, analisa-se a perceção dos alunos face à utilidade da matemática, na resolução das tarefas. No questionário II perguntou-se aos alunos sobre a utilidade da matemática no dia a dia. Todos responderam afirmativamente. Ao pedir que justificassem em que era útil, os alunos responderam:

L: Às vezes aparecem algumas situações onde se precisa de fazer contas. Por exemplo: calcular as contas da água, luz, etc. A matemática também é útil para comparar preços e pesos.
R: A matemática pode ser útil no nosso futuro e é importante para fazer contas.
GS: Para saber se nos estão a enganar nos preços das coisas, etc.

Outro motivo que se deve destacar, nesta parte da utilidade, foi terem realizado o trilho fora do recinto escolar, já que desta forma os alunos perceberam que a matemática estava mais presente no dia a dia do que eles pensavam, como se pode corroborar com o comentário realizado pelos alunos da realização do trilho:

L: Não tinha noção que era possível estudar matemática fora da sala de aula.
R: Até os vitrais da Igreja tem matemática!
GS: Nunca pensei que o traje folclórico tivesse isometria!

Apesar das adversidades surgidas ao longo do trilho os alunos foram capazes de resolver cada uma das tarefas propostas. Além disso, tentaram ir sempre mais além do pedido, estabelecendo relação entre a matemática e o dia a dia, tal como afirmaram: ‘’ao longo de todo o trilho usamos os conceitos trabalhados na aula, no dia a dia. Achamos mais interessante trabalhar a matemática fora da aula, já que conseguimos descobrir a verdadeira utilidade dos conceitos matemáticos’’.

Em síntese, considera-se que o grupo teve um bom desempenho ao longo de todo o trilho. Apresentaram autoconfiança, motivação e gosto na resolução das tarefas e tiveram a capacidade de aplicar muitos dos conhecimentos trabalhados nas aulas.

Capítulo VI- Conclusões

Este último capítulo está dividido em três partes. Na primeira apresenta-se uma introdução para situar o leitor sobre o estudo desenvolvido. Na segunda são apresentadas as principais conclusões tendo por base as questões orientadoras do estudo. Na terceira, são identificadas algumas limitações que surgiram durante a realização do estudo, bem como recomendações para futuras investigações.

1. Introdução

Este estudo tinha como objetivo compreender o contributo de um contexto educativo não formal com um trilho matemático para a aprendizagem das isometrias no 6º de escolaridade. Com base neste problema foram formuladas duas questões orientadoras: Q.1.) Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias num trilho matemático?; e Q.2.) Que atitudes evidenciam na realização do trilho matemático?

De modo a dar resposta a estas questões, optou-se por uma abordagem qualitativa, seguindo um design de estudo de casos. Apesar do envolvimento de toda a turma, nas diferentes fases do estudo centrou-se particularmente em seis alunos que constituíam dois grupos-caso. Os dados foram recolhidos através de questionários, observações, recorrendo a gravações, fotografias, documentos escritos pelos alunos e entrevistas.

Ao longo desta investigação procurou-se analisar os níveis de desempenho e as atitudes apresentadas pelos alunos na realização de um Trilho Matemático.

2. Conclusões do estudo

Os dados foram analisados tendo em conta as categorias de análise estabelecidas no Capítulo III. Primeiramente, foram analisados os questionários, inicial e final, o que permitiu identificar alguns interesses e dificuldades. Passou-se à análise dos registos escritos das tarefas do trilho matemáticos, quer da turma quer dos dois grupos-caso, procurando caracterizar o desempenho, ao nível da resolução e das dificuldades apresentadas. Posteriormente, as atitudes foram analisadas a partir das observações e das entrevistas realizadas. Finalmente, foi realizada uma análise comparativa dos resultados dos dois grupo-caso. As principais conclusões foram estruturadas segundo as questões orientadoras, tendo em conta os resultados obtidos que são também sustentados pela literatura.

Q.1. Como se caracteriza o desempenho dos alunos na resolução de tarefas sobre isometrias num trilho matemático?

Ao nível do desempenho a análise teve como foco as tarefas, com base nos grandes objetivos das Aprendizagens Essenciais e do Programa de Matemática do Ensino Básico. O desempenho estudado centrou-se nas subcategorias dificuldades e resolução das tarefas.

De acordo com os resultados apresentados e descritos no capítulo anterior pode-se concluir que os dois grupos-caso apresentaram um bom desempenho durante a resolução das tarefas, já que resolveram mais de 50% das tarefas corretamente. É necessário destacar que o grupo-caso ''Os três mosqueteiros'' só resolveu incorretamente 2 questões das 24 presentes no trilho, sendo que 8 das questões foram resolvidas de forma parcialmente correta e as restantes 14 corretamente. Em contrapartida, o grupo-caso ''transferidores'' resolveu incorretamente 6 questões, 6 de forma parcialmente correta e as restantes 12 corretamente.

É necessário destacar que os alunos do grupo ''transferidores'' resolveram corretamente todas as questões nas quais tinham de desenhar ou identificar isometrias, mas, por outro lado, não foram capazes de descrever essas isometrias, ficando assim muitas das tarefas com uma resolução parcialmente correta. O mesmo aconteceu no grupo-caso ''Os três mosqueteiros'', apesar de terem apresentado mais 2 questões corretas em termos gerais.

Tal como já foi referido os grandes objetivos que se pretendiam trabalhar eram: Identificar/reconhecer isometrias em contextos matemáticos ou não; construir isometrias materiais de desenho utilizando ou não; reconhecer as propriedades das isometrias; ser capaz de descrever as isometrias apresentadas; identificar o transformado; e, reconhecer a utilidade das isometrias (DGEb, 2018; MEC, 2013).

No decorrer da resolução das tarefas do trilho os grupos-caso apresentaram diferentes dificuldades. Como se trata de dois grupos distintos, seguidamente serão apresentados os objetivos e com eles as dificuldades sentidas por cada grupo.

No que refere a identificar/reconhecer isometrias em contextos não matemáticos, ''Os três mosqueteiros'' conseguiram identificar objetos com reflexão axial, reflexão central e com rotação. Foram capazes de identificar o número de simetrias de rotação e reflexão numa rosácea, também identificaram e reconheceram diferentes figuras com isometrias em imagens, vitrais, azulejos, telefones, logótipos, entre outros elementos. Isto reforça o potencial do estabelecimento de conexões com o mundo que nos rodeia, sendo possível encontrar muitas possibilidades para ver a aplicação da matemática (Boavida et al., 2008) A única dificuldade apresentada neste âmbito surgiu no grupo ''Os três mosqueteiros'' na T6, na qual os três alunos identificaram um número diferente de simetrias de rotação, sendo que só uma resposta estava correta.

Na construção de isometrias, utilizando ou não materiais de desenho, há também algumas conclusões a tirar. No que concerne à construção com apoio do material, nas duas tarefas apresentadas no trilho os dois grupos foram capazes de construir corretamente a mediatriz de um segmento de reta e a bissetriz de um ângulo, com ajuda do compasso e da régua. Já nas representações sem usar material de desenho, o grupo-caso ''Os três mosqueteiros'' revelou dificuldades no desenho de uma rotação a partir de uma figura já existente. Este grupo apresentou uma resolução incorreta. Esta situação vai ao encontro das dificuldades apresentadas na literatura, por exemplo por Gomes (2012) e Turgut, Yenilmez e Anapa (2014). Nas restantes tarefas, os dois grupos-caso conseguiram construir figuras com isometrias a partir de um objeto já existente.

No reconhecimento das propriedades das isometrias, tanto um grupo como o outro, em vez de explicarem/descreverem as propriedades das figuras com as isometrias pedidas, limitaram-se a definir a isometria envolvida. O mesmo aconteceu nas questões que envolviam a descrição das isometrias apresentadas. Os dois grupos apenas apresentaram o seu significado, sem fazer uma associação às figuras desenhadas.

No que refere ao objetivo de identificar o transformado, os dois grupos mostraram ser bem sucedidos, respondendo corretamente à questão colocada. Identificaram corretamente o transformado de uma figura através da reflexão axial e da rotação.

Para finalizar, analisou-se o objetivo de reconhecer a utilidade das isometrias. Para isso, usou-se apenas os registos escritos das tarefas, já que na questão de investigação que se segue estarão apresentadas as atitudes referentes a este objetivo. Os alunos do grupo-caso ‘’Os três mosqueteiros’’, apesar de responderem corretamente, apresentaram uma resposta muito limitada na identificação da utilidade da mediatriz. Por outro lado, o grupo-caso ‘’Transferidores’’ não conseguiu identificar qualquer utilidade. Com isto podemos afirmar que este foi o objetivo onde os dois grupos apresentaram maior dificuldade, no reconhecimento da utilidade de um ente geométrico onde é utilizada uma das isometrias. Isto é um aspeto importante que pode revelar que, neste caso, os alunos não foram capazes de deixar de lado as estruturas matemáticas internas e formar associações com objetos reais, precisam de mais experiências deste tipo (Borromeo-Ferri, 2010).

Ao realizarem o trilho os alunos afastaram-se da rotina diária. Foi uma experiência que captou a sua atenção, motivando-os para a resolução das tarefas (Vale, 2011). Isto também poderá ter sido um fator importante para o bom desempenho geral.

Q.2. Que atitude evidenciam na realização do trilho matemático?

Para analisar as atitudes dos alunos foram considerados os três domínios propostos por Mazana, Montero e Casmir (2019): afetivo, comportamental e cognitivo. Em cada um deles foram consideradas subcategorias, como: autoconfiança, ansiedade, gosto (domínio afetivo); motivação intrínseca (domínio comportamental); e utilidade da matemática (domínio cognitivo).

De um modo geral, os grupos- caso evidenciaram um bom envolvimento afetivo. Os dois grupos-casos apresentaram autoconfiança ao longo do trilho, apesar de no grupo ‘’Os três mosqueteiros’’ uma das alunas não ter sido autónoma, nem ter evidenciado segurança nos conhecimentos abordados na aula. Apesar da atitude desta aluna, os outros dois elementos do grupo tentaram sempre ultrapassar esta situação, motivando-a e explicando diferentes perspetivas e raciocínios à colega. Tal como afirmam Boavida e Ponte (2002), o facto de as pessoas trabalharem em conjunto, faz com que aumentem as trocas de ideias e fortaleçam a determinação para atuar e resolver as tarefas.

Estando esta atitude presente na resolução das tarefas por parte desta aluna, a ansiedade também foi evidente, observada nas suas inseguranças e nervosismo. É de salientar que ao longo do trilho estas atitudes foram-se apaziguando graças à disponibilidade dos outros dois membros do grupo para ajudá-la. O grupo-caso ''transferidores'' mostrou uma ansiedade positiva ao evidenciar vontade em resolver todas as tarefas, apesar revelarem incerteza e frustração numa das tarefas do trilho, já que não foram capazes de apresentar uma utilidade para a mediatriz.

No que refere ao gosto, em geral os dois grupos manifestaram gosto por resolver o trilho e vontade em querer repetir uma experiência fora da sala de aula. Foi algo que os marcou positivamente. Os alunos mostraram entusiasmo desde o início e interesse em realizar uma atividade fora da sala de aula, sendo que esta atitude prevaleceu ao longo da resolução do trilho. Esta atitude está em conformidade com a literatura, já que vários autores têm salientado que a matemática abordada fora da sala de aula aumenta a motivação, o interesse e a curiosidade dos alunos (e.g. Bonotto, 2001; Castro, 2016; Fernandes, 2019; Oliveira, 2018; Vale & Barbosa, 2015).

No domínio comportamental os alunos mostraram motivação e interesse por querer aprender mais para além das atividades propostas, como se pode corroborar com os comentários realizados pelos alunos. Tanto um grupo como outro mostraram interesse em observar com detalhe os lugares onde se realizaram as tarefas. Ao mesmo tempo, no decorrer do percurso, questionavam ''aquilo é uma isometria, certo?'', ''professora aquele azulejo tem reflexão axial, não?'', mostrando nestas situações desejo em querer aprender mais. Assim, pode-se afirmar que a motivação intrínseca esteve presente ao longo do trilho, tendo ajudado o facto de estar constituído por tarefas diversificadas que envolviam elementos do quotidiano (e.g. Bonotto, 2001; Fernandes, 2019; Ponte, 2005; Vale & Barbosa, 2015).

Para finalizar, no domínio cognitivo pretendia-se analisar as conexões que os alunos eram capazes de estabelecer para descobrir a utilidade da matemática no dia a dia. Tal como defendem diferentes autores a aprendizagem fora da sala de aula torna-se mais significativa, devido ao envolvimento dos alunos na resolução das tarefas (e.g. Castro, 2016; Fernandes, 2019; Vale, Barbosa & Cabrita, 2019). Este objetivo foi atingido. A título de exemplo, no fim do trilho, os alunos comentaram: ''não tínhamos a noção que existia tanta matemática no dia a dia'' (''transferidores''), ''gostamos de realizar o trilho porque descobrimos que a matemática está presente em todo o lado'' ("Os três mosqueteiros). É necessário destacar que antes de perceber a utilidade da matemática é necessário trabalhar os conceitos e as suas propriedades, se não posteriormente os alunos não serão capazes de aplicar esses novos conceitos (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999; Ponte & Serrazina, 2000).

Em conclusão, segundo os resultados salienta-se que os alunos tiveram um bom desempenho no que refere à resolução do trilho, sendo que mostraram mais predisposição quando realizaram as tarefas no contexto não formal.

3. Limitações do estudo e recomendações para investigação futura

Ao longo da realização deste estudo, surgiram algumas limitações e dificuldades. Uma das dificuldades relacionou-se com a necessidade de exercer o duplo papel de professora e investigadora, sendo que, num contexto de estágio, se privilegiou o papel de professora. Em contrapartida, não foi possível recolher toda a informação que poderia ter sido importante para o estudo. Mas em contrapartida tive o apoio da professora cooperante e do par de estágio que recolheram notas de campo que ajudaram na análise de dados.

Outro aspeto a destacar foi a limitação do tempo. No decorrer das implementações foi necessário trabalhar diferentes conteúdos, o que limitou o número de aulas disponíveis para a realização do trilho. Também é necessário salientar que seria importante fazer uma observação mais profunda das tarefas desenvolvidas na sala de aula, analisar melhor o desempenho dos alunos, tanto na sala de aula como fora. Por falta de tempo também não foi possível corrigir e refletir sobre as tarefas do trilho com os alunos. Ainda nesta limitação é necessário destacar que, por falta de tempo, também não foi possível estudar as apresentações realizadas pelos alunos das imagens, com isometrias, recolhidas ao longo do trilho.

Em estudos futuros seria interessante realizar mais do que um trilho matemático ao longo do estudo, para verificar se as atitudes e o desempenho dos alunos se mantinham, ou se estiveram diretamente associados a algum contexto em particular. Também seria interessante analisar as reações dos alunos num trilho onde as tarefas refletissem conexões da matemática com as outras disciplinas.

PARTE III- REFLEXÃO GLOBAL DA PES

Para finalizar este relatório, apresenta-se uma reflexão final sobre a Prática de Ensino Supervisionada, relatando as vivências ao longo deste percurso, as aprendizagens realizadas, as adversidades encontradas e o seu contributo, tanto a nível profissional como pessoal.

Reflexão global da PES

Chegada ao fim de mais uma etapa da minha vida académica, posso concluir que a PES foi, em termos globais, uma experiência muito importante para o meu desenvolvimento, tanto profissional como pessoal. Ao longo deste percurso, ganhei ainda mais vontade de ser professora, já que o estágio me deu a oportunidade de implementar no terreno e entrar em contacto direto com o trabalho desenvolvido por um professor. Posso afirmar que, ao longo deste período, cresci muito, quer com os momentos bons, quer com os menos bons. No entanto, destaco que a maioria das experiências foram positivas, tendo contribuído para nunca ter desistido.

No início deste percurso, no contexto do 1º CEB, senti muitas inseguranças, incertezas e medo de falhar, quer com os professores, quer com os alunos. Sinceramente, não me sentia preparada para assumir a turma devido às minhas falhas na área do Português. Mas, depois de refletir e ouvir as indicações dos professores, ganhei coragem para acabar o que tinha começado há cinco anos atrás, e perseguir o sonho de ser professora. Com isto tudo, tinha a certeza que devia trabalhar mais do que as minhas colegas para preparar melhor as implementações.

Durante a PES tive a oportunidade de pôr em prática muitos dos conteúdos e técnicas trabalhadas anteriormente, nas disciplinas da Licenciatura e do Mestrado, ambos realizados na ESE de Viana do Castelo. Por este motivo, posso afirmar que é importante possuir conhecimentos de base para desenvolver este tipo de trabalho. Uma das coisas também aprendidas nas aulas foi que um professor deve estar sempre atualizado, já que, a educação acompanha a evolução da ciência, por isso, o professor tem a obrigação de estudar continuamente e adaptar-se às circunstâncias dos alunos e da sociedade.

Na intervenção em contexto educativo no 1º CEB, realizada com um 1º ano de escolaridade, começamos pelas observações, que foram muito úteis para perceber o funcionamento e as rotinas da turma, os comportamentos dos alunos, as dificuldades e capacidades, os métodos utilizados pela professora orientadora cooperante, entre outros. Sem as informações recolhidas no decorrer das observações, preparar as aulas teria sido muito mais difícil. Não obstante, durante as aulas de observação a professora titular achou por bem que interviéssemos quando tivéssemos oportunidade de modo a criar uma relação mais próxima com os alunos e a compreender mais detalhadamente as capacidades e dificuldades de cada um. Terminadas as observações passamos para a implementação. Este estágio foi realizado em par, o que implicava que cada semana fosse um elemento do par a reger. Saliento que quando me informaram que o meu estágio iria decorrer num 1º ano, fiquei assustada, já que nunca tinha lidado com alunos desta idade, sendo assim uma experiência totalmente nova, situação que me provocava nervosismo. No início, ao realizar as implementações, surgiram muitas dificuldades na planificação, uma vez que ainda não conseguíamos gerir bem o tempo destinado a cada tarefa. Estes alunos, ainda não estavam habituados a estar sentados e a cumprir regras durante tanto tempo. Por este motivo, o tempo dedicado a uma tarefa dependia frequentemente da atitude e envolvimento dos alunos. Por outro lado, e ainda ao nível das planificações, propusemo-nos em par de estágio a aplicar a interdisciplinaridade, selecionando um tema global para cada semana. Outro aspeto trabalhado, foi procurar que, pelo menos uma das aulas implementadas durante a semana possuísse um jogo didático, para que os alunos se sentissem motivados. Não houve margem para mais, já que tanto no português como na matemática era necessário investir tempo na escrita das letras e dos numerais. Por esse motivo, era necessário dedicar uma aula, tanto ao treino da caligrafia como à perceção do valor do número e ao som de cada letra.

Em geral, posso afirmar que as implementações correram bem, já que o facto de anteriormente ter planificado e refletido sobre as planificações, ajudou-me a sentir que estava preparada para abordar os temas planificados. Tal como referem Alarcão e Tavares (2003), na formação de um futuro professor é essencial realizar reflexões para desenvolver habilidades que levem do saber-fazer ao executar para ser um bom profissional. No entanto, ao longo das implementações houve sempre aspetos a melhorar. Também tive o cuidado de lecionar as aulas de forma a motivar e estimular as aprendizagens de cada aluno, mas pude constatar que devo melhorar na utilização de técnicas para captar a atenção dos alunos e, ao mesmo tempo, perceber o tempo que precisam para desenvolver as diferentes tarefas. Neste percurso deparei-me com a motivação e interesse por parte da maioria dos alunos, em querer aprender mais. Também é de salientar a evolução que esta turma apresentou ao longo dos quatro meses em que pude estar neste contexto. A nível afetivo, a maioria da turma criou laços connosco, o que, sem dúvida, é o que deixa mais saudades. Embora desde o início sentisse inseguranças, ao olhar para trás e refletir sobre todos os momentos passados nesta primeira etapa da PES, é de destacar que superou bastante as minhas expetativas.

Concluído este primeiro percurso, iniciou-se outro, a intervenção em contexto educativo no 2º CEB. Sabia que seria um período mais intenso, que exigiria mais de mim, ao nível dos conhecimentos necessários. Também me angustiava que os alunos pudessem não me ter respeito, por ser tão nova.

Este estágio decorreu numa turma do 6º ano de escolaridade e também começou com um período de observações. Esta fase foi crucial para conhecer os alunos, as suas atitudes, as suas dificuldades, as suas aptidões, o funcionamento geral da turma, a relação entre os alunos, a relação dos alunos com a professora titular, entre outros aspetos. A maior dificuldade sentida neste estágio foi a gestão do número de aulas a lecionar com a quantidade de conteúdos que era necessário abordar. Devido à maturidade dos alunos tive a possibilidade de propor tarefas mais abertas, tarefas a resolver em grupo e jogos didáticos. No entanto, explorar este tipo de tarefas deixou-me um pouco insegura, já que, mesmo estando preparada para os temas a abordar, os alunos podiam questionar-me ou comentar sobre algo que não tinha pensado previamente.

Nas implementações procurei ter sempre cuidado no momento de me expressar, já que ao sentir dificuldades na área do português com alunos do 2º CEB, poderia estar mais exposta a críticas por parte dos alunos. É de salientar que a turma em que decorreu este estágio mostrou-se disponível e empenhada em todas as tarefas realizadas, tanto na disciplina de Matemática como na de Ciências Naturais.

Ao fazer uma reflexão particular sobre este contexto de trabalho achei que podia ter dado mais de mim, tanto a nível pessoal como profissional. Atribuo esta situação ao cansaço provocado pelo estágio anterior e ao facto de não ter tido tanto tempo para criar uma relação próxima com os alunos. Foi também uma transição brusca passar de um 1º ano para um 6º ano de escolaridade.

Nos dois estágios o meu objetivo principal foi adaptar-me a cada uma das crianças para lhes transmitir os conhecimentos que deviam aprender, usando estratégias diferentes, já que cada aluno é diferente, tem as suas dificuldades, a sua personalidade, atitude e ritmo de aprendizagem (Mesquita, 2001). Não podia deixar de realçar que, ao longo dos dois percursos, fui muito bem acolhida, tanto pelos educadores, como pelos professores e assistentes operacionais. Todos contribuíram para o meu crescimento pessoal e profissional, ajudando-me em tudo o que precisei.

A PES foi um momento fundamental para a minha formação. Não só coloquei em prática os conhecimentos adquiridos, como também pude realizar reflexões sobre a prática. As reflexões, em ambos os contextos, fizeram-me crescer ainda mais enquanto profissional. Foram fundamentais para no futuro conseguir resolver autonomamente situações imprevistas ou até melhorar as estratégias usadas.

Em suma, faço um balanço positivo de toda esta experiência, já que me fez crescer e ter mais gosto pela profissão de professora. Apesar de achar que dei tudo ao longo deste percurso, tenho consciência que ainda tenho muitas coisas para melhorar e mudar, mas com certeza irei ter mais oportunidades no futuro, já que esta experiência me proporcionou um leque de novas vivências.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A matemática na Educação Básica. Reflexão participada sobre os currículos do ensino básico*. Lisboa: Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação.

Alarcão, I. & Tavares, J. (2003). *Supervisão da prática pedagógica: uma perspectiva de desenvolvimento e aprendizagem*. Coimbra: Livraria Almedina

Amado, N., Carreira, S. & Ferreira, R. (2016). *Afeto em competições matemáticas inclusivas: a relação dos jovens e suas famílias com a resolução de problemas*. Belo horizonte: Autêntica Editora.

Barbosa, A., & Vale, I. (2015). Visualization in pattern generalization. *JETEN, 10*, 57-70.

Barbosa, A., Vale, I. & Ferreira, R. (2015). Trilhos matemáticos: promovendo a criatividade de futuros professores*. Educação & Matemática*, *135*, 57-64.

Boavida, A. (2011). *O "mundo" da simetria. Reflectindo sobre desafios do PMEB*. Obtido em 17 de julho de 2019: https://pt.scribd.com/presentation/63873174/O- Mundo-Da-Simetria-Reflectindo-Sobre-Desafios-Do-PMEB

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: ME-DGIDC.

Boavida, A. & Ponte, J. P. (2002). Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM.

Bogdan R. & Biklen S., (1994). *Investigação Qualitativa em Educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.

Bonotto, C. (2001). How to connect school mathematics with students' out-of-school knowledge. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 33*(3), 75-84.

Borges, I. (2012). *Contribuição do ensino não formal para o desenvolvimento de competências do Currículo de Ciências do 3º Ciclo do Ensino Básico.* (Dissertação de Mestrado). Lisboa. Universidade Aberta.

Borromeo-Ferri, R. (2010). Estabelecendo conexões com a vida real na prática da aula de Matemática. *Educação e Matemática, 110*,19-25.

Castro, L. (2016). *Trilho Matemático: uma experiência fora da sala de aula com uma turma do 5º ano de escolaridade.* (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada). Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Coutinho, C. (2016). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática* (2ª Edição). Coimbra: Edições Almedina, S. A

Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.

DGEa (2018). *Aprendizagens Essenciais – Ciências Naturais 6º ano.* Acedido em 26 agosto de 2019: https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/6_ciencias_naturais.pdf

DGEb (2018). *Aprendizagens Essenciais – Estudo do Meio 1º ano*. Acedido em 16 novembro de 2018: http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Projetos_Curriculares/Aprendizagens_Essenciais/ae_1oc_estudo_do_meio_0.pdf

DGEc (2018). *Aprendizagens Essenciais – Matemática 6º ano*. Acedido em 22 agosto de 2019: https://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/6_matematica_18julho_rev.pdf

DGEd (2018). *Aprendizagens Essenciais – Português 1º ano*. Acedido em 10 novembro de 2018: http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Projeto_Autonomia_e_Flexibilidade/ae_1oc_portugues.pdf

Duval, R. (1998). Geometry from a cognitive point of view. In C. Mammana & V. Villani (Eds.) *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century: Na ICMI Study* (pp. 37-51). Dordrecht: Springer Science+Business Media Dordrecht

Fernandes, F. (2019). *A resolução de tarefas matemáticas em contextos não formais de aprendizagem – um estudo com o 3º ano de escolaridade* (Tese de Douramento). Braga: Universidade do Minho.

Ferreira, M. A. & Faria, L. (2017). *Máximo 6 – Matemática Parte 2.* Porto: Porto Editora.

Gomes, A. (2012). Transformações geométricas: conhecimentos e dificuldades de futuros professores. *Atas do XXIII Seminário de Investigação em Educação Matemática.* Acedido o 10 de novembro de 2019: http://www.apm.pt/files/_XXIII_SIEM_ATAS_6_510c56bde0cae.pdf

Gonçalves, F. (2007). *O Movimento da Matemática Moderna. Concepções, Dinâmica e Repercussões* (Tese de Mestrado). Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

González-Pienda, J., Mourão, R., Núñez, J., Rosário, P., Silva, E., Soares, S., Solano, P., Velle, A. (2007). Atitudes face à matemática e rendimento escolar no sistema educativo espanhol*. Psicologia: teoria, investigação e prática, 151-160*

Hannula, M. (2002). *Attitude towards mathematics: emotions, expectations and values. Educational Studies in Mathematics, 49*(1), 25-46.

Liljedahl, P. & Oesterle, S. (2014). *Teacher Beliefs, Attitudes, and Self-Efficacy in Mathematics Education.* Obtido em 25 de junho de 2019: https://www.researchgate.net/publication/294427265_Teacher_Beliefs_Attitudes_and_Self-Efficacy_in_Mathematics_Education

Martins, N. (2018). *Um Congresso Matemático no âmbito das isometrias: um estudo realizado numa turma do 6º ano.* (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Matos, J. & Serrazina, M. (1996). *Didática da Matemática*. Lisboa: Universidade Aberta.

Mazana, M., Montero, C. & Casmir, R. (2019). Investigating Students´Attitude towards Learning Mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *14*(1), 1-25.

Mesquita, E. (2011). *Competências do Professor, Representações sobre a formação e a profissão*. Lisboa: Edições Sílabo.

McLeod, D. (1992). Research on affect in mathematics education: a reconceptualization. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 575-596). New York, NY, England: Macmillan Publishing.

ME (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC.

MEC(2013). *Programa e Metas do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.

ME-DGE (2017). *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*. Lisboa: Ministério da Educação.

Morais, C., & Miranda, L. (2014). Recursos educativos abertos na aprendizagem matemática no ensino básico. *Jornal das Primeiras Matemáticas, 2*, 31-44.

NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática* Escolar (Edição Portuguesa). Lisboa: APM.

NCTM (2017). *Princípios para a Ação: assegurar a todos o sucesso em Matemática*. Reston, VA: NCTM.

Neves, C., & Carvalho, C. (2006). A importância da afetividade na aprendizagem da matemática em contexto escolar: Um estudo de caso com alunos do 8º ano. *Análise Psicológica*, *2*, 201-215.

Nogueira, V. (2009). *Uso da Geometria no Cotidiano*. Acedido em 13 de setembro de 2018, de http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1850-8.pdf

Oliveira, A. (2018) *A aprendizagem para além da sala de aula: um Trilho Matemático no 5º ano de escolaridade.* (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada). Viana do Castelo: Escola Superior de Educação de Viana do Castelo.

Oliveira, M. (2012). *Utilização do Geogebra no tópico Reflexão, Rotação e Translação – um estudo no 6º ano de escolaridade*. Leiria: IPL, Escola Superior de Tecnologia e Gestão.

Paixão, F., & Jorge, F. (2014). Relação entre espaços de educação formais e não formais: uma estratégia na formação de professores para o ensino básico. In G. Portugal, A. I. Andrade, C. Tomaz, F. Martins, et al. (Orgs.), *Formação inicial de professores e educadores: experiências em contexto português* (pp.41-58). Aveiro: UA Editora

Ponte, J. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 105-132

Ponte, J. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didática da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Richardson, K. (2004). Designing math trails for the elementary school. *Teaching Children Mathematics, 11*, 8-14.

Rodrigues, A. & Martins, I. (2005). *Ambientes de Ensino Não Formal de Ciências: Impacte nas Práticas de Professores do 1º Ciclo do Ensino Básico* (Relatório Final da Prática de Ensino Supervisionada). Aveiro: Departamento de Didáctica e Tecnologia Educativa. Universidade de Aveiro.

Shoaf, M., Pollak, H., & Schneider, J. (2004). *Math Trails*. Lexington, MA: COMAP. Stake,

R. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage. Publications.

Tinoco, M. (2012). *Isometrias* (Tese de Mestrado). Porto: Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.

Turgut, M., Yenilmez, K., & Anapa, P. (2014). *Symmetry and rotation skills of prospective elementar mathematics teachers.* Acedido em 3 de novembro de 2019: http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0103-636X2014000100020&script=sci_arttext&tlng=pt

Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de Matemática: um desafio para professores a alunos. *Interações, 20*, 181-207.

Vale, I. (2011). Tarefas desafiantes e criativas. *Actas do II SERP – Seminário em Resolução de Problemas*, CD-Rom. UNESP, Rio Claro, Brasil.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática: o estudo de caso. *Revista da ESE*, *5,* 171-202.

Vale, I. & Barbosa, A. (2015). Trilhos Matemáticos num contexto não formal de ensino e aprendizagem. In A. Canavarro, L. Santos, C. Nunes & H. Jacinto. (Orgs.), *Atas XXVI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp.330-336). Lisboa: APM.

Vale, I., Barbosa, A., & Cabrita, I. (2019). Mathematics outside the classroom: examples with preservice teachers. *Quaderni di Ricerca in Didactic, 2*(3), 138-142.

Veloso, E. (1998). *Geometria: temas actuais*. Lisboa: IIE

Veloso, E. (2012). *Simetria e Transformações geométricas*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

ANEXOS

Anexo 1

TEMA	TEMPO	ÁREAS CURRICULARES	LOCAL	PLANIFICAÇÃO
LOCALIZAÇÃO	4/12/2018 (1h30min)	Estudo Meio Educação Física-Motora Expressão Plástica	Sala de aula recreio	No Estudo do Meio, foram explorados os itinerários através da planta da escola. A Educação Físico-Motora foi trabalhada ao percorrem o itinerário. Por outro lado, ao longo da atividade deviam ser recolhidas peças para depois construir o puzzle, desta forma trabalhar a Expressão Plástica e, o Estudo do Meio localizando o Alto Minho no Mapa.
LENDA	26/11/2018 (1h10min)	Português Educação Física-Motora Expressão Plástica	Praia	Atividade na praia, Educação Física foi trabalhada no deslaçamento. Já na praia, ouviram e exploraram a lenda de Viana do Castelo, trabalhando a área do Português. Para finalizar a atividade, a construção de castelos na areia trabalhando a área de Expressão Plástica.
MÚSICA	26/11/2018 (20min)	Português Educação Física-Motora Educação Musical Expressão Plástica	Praia	Atividade realizada na praia, a área de Educação Física foi trabalhada no deslaçamento e na repetição e construção de uma coreografia da música *Havemos de Ir a Viana*. Ao nível da Educação Musical, os alunos ouviram a música e posteriormente cantaram o refrão.
TRAJES	29/11/2018 (1h30min)	Estudo Meio Educação Física-Motora Matemática	Sala de aula	Ao nível da área da Matemática, os alunos deviam conseguir reproduzir a outra metade do traje e identificar as isometrias presentes. Ao nível da Educação Físico-Motora, a motricidade fina ao nível do recorte. No Estudo do Meio, identificar o traje como um elemento da cultura vianense.
OURO	3/12/2018 (2h30min)	Expressão Plástica Matemática Estudo Meio Expressão Físico-Motora	Biblioteca	Esta atividade foi dividida em três partes: a primeira, na área de Estudo do Meio, foi realizado um breve resumo da história do ouro. As outras duas partes foram realizadas em conjunto: a construção de um colar de massa e um coração de Viana de cartão, trabalhando assim na área da Matemática a simetria no colar de massas e no coração e na área das Expressões as técnicas de colagem, enfiar a massa, recorte, pintura, etc, em destaque a motricidade fina.
CABEÇUDOS	4/12/2018 (1h)	Português Estudo Meio	Sala de aula	Um senhor responsável pela construção dos cabeçudos das Festas da Senhora da Agonia déu a conhecer aos alunos o procedimento da construção e materiais necessário para o processo.

GASTRONOMIA	5/12/2018 (1h30min)	Matemática Português Estudo Meio	Cozinha	A atividade dividiu-se em duas partes: a exploração dos pratos típicos do Alto Minho na área do Estudo do Meio e a elaboração da receita das cavacas abrangendo o Português. A área da Matemática nas quantidades utilizadas na receita.
EXPOSIÇÃO	10/12/2018	-------		Exposição para toda a comunidade escolar, pais e encarregados de educação dos trabalhos desenvolvidos pelos alunos.

Anexo 2

QUESTIONÁRIO I

Nome: ______________________________________ Idade: ______

As questões que se seguem servem para me permitir conhecer a tua opinião e a tua relação com a área da Matemática.

Assim, peço-te sinceridade nas respostas que deres. Asseguro-te que a informação aqui fornecida será tratada de forma anónima, sedo garantido que os dados não serão associados ao teu nome.

1. Ordena pela tua preferência, as seguintes disciplinas, sendo 1 a mais favorita e 10 a menos favorita:

Educação Tecnológica		Educação Visual	
Português		Cidadania	
História e Geografia de Portugal		Educação Musical	
Matemática		Ciências Naturais	
Educação Física		Inglês	

2. Gostas de Matemática?
   Sim ☐ Não ☐

   Porquê?
   ____
   ____
   ____

3. Consideras-te um bom aluno a Matemática?
   Sim ☐ Não ☐

   Porquê?
   ____
   ____
   ____

4. Do teu ponto de vista, o que é uma boa aula de matemática?
   ____
   ____
   ____

1

5. Seleciona o tipo de tarefa que mais gostas de realizar nas aulas de Matemática?

- ☐ Tarefas de investigação
- ☐ Resolução de problemas
- ☐ Jogos matemáticos
- ☐ Resolução de exercícios
- ☐ Outras. Quais? ______________________________________

6. Achas que a Matemática é útil para o dia a dia?
   Sim ☐ Não ☐

   Se respondeste "Sim", em que pode ser útil? Identifica alguns exemplos.
   ____
   ____
   ____

7. Achas que o que tens vindo a aprender nas aulas de Matemática ao longo dos anos pode ser aplicado no dia a dia?
   Sim ☐ Não ☐

   Se respondeste "Sim", identifica alguns exemplos.
   ____
   ____
   ____

8. Podes encontrar a Matemática fora da sala de aula?
   Sim ☐ Não ☐

   Se respondeste "Sim", explica onde encontras Matemática fora da sala de aula.
   ____
   ____
   ____

9. Achas que se pode aprender Matemática fora da sala de aula? Como?
   ____
   ____
   ____

10. Alguma vez tiveste uma aula de matemática fora do contexto de sala de aula?

Sim ☐ Não ☐

Se respondeste "Sim", gostaste?

Sim ☐ Não ☐

Que tipo de trabalho realizaste fora da sala de aula?

____

____

____

11. Gostavas de ter uma aula de Matemática fora da sala de aula?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?

____

____

____

12. Na aula de Matemática gostas mais de trabalhar individualmente ou em grupo?

____

Porquê?

____

____

____

Anexo 3

Caro(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do curso de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo de Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, e da minha integração no estágio que realizo na turma em que o seu educando se encontra, pretendo realizar uma investigação centrada na área disciplinar de Matemática.

Será necessário proceder à recolha de dados através de diferentes meios, entre eles registos fotográficos, áudio e vídeo das atividades referentes ao estudo. Para além disso, estão previstas duas saídas de campo. A primeira terá lugar no dia 1 de abril, das 10h às 13h, com o percurso da Escola EB2,3 Pedro Barbosa à Praça da República e regresso. A segunda saída realizar-se-á no dia 4 de abril, das 10h às 12h, no perímetro circundante da Escola EB2,3 Pedro Barbosa. Estas serão realizadas com a supervisão da Professora Cristina Amarante. A participação nesta investigação não prejudicará os estudos do seu educando, havendo garantia de que os registos serão confidenciais e utilizados exclusivamente na realização deste estudo. Todos os dados serão devidamente codificados preservando, assim, o anonimato das fontes quando publicado.

Venho por este meio solicitar a sua autorização para que o seu educando participe neste estudo, permitindo a recolha dos dados acima mencionados e o seu envolvimento nas saídas de campo. Caso seja necessário algum esclarecimento adicional, estarei ao seu dispor para o efeito.

Agradecendo desde já a sua disponibilidade e colaboração, solicito que assine a declaração abaixo anexada, devendo posteriormente destacá-la e devolvê-la.

Viana do Castelo, 13 de março de 2019

A mestranda,

____

(Diana da Rocha Soares)

Eu,____ Encarregado(a) de Educação do(a) aluno(a) ____, n.º _____, da turma ____, do ____.º ano, declaro que autorizo/não autorizo (riscar o que não interessa) a participação do meu educando no estudo acima referido.

Data: ___/___/_____ Assinatura: ________________________________

Anexo 4

QUESTIONÁRIO II

Nome: ____ Idade: ______

1. Consideras importante ter aulas fora da sala de aula?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?____

____

2. Achas que se pode aprender Matemática fora da sala de aula?

Sim ☐ Não ☐

Como?____

____

____

3. Achas que a Matemática é útil para o dia a dia?

Sim ☐ Não ☐

Se respondeste "Sim", em que pode ser útil? Identifica alguns exemplos.

____

____

4. Achas que o que tens vindo a aprender nas aulas de Matemática ao longo dos anos pode ser aplicado no dia a dia?

Sim ☐ Não ☐

Se respondeste "Sim", identifica alguns exemplos.

____

____

5. Podes encontrar a Matemática fora da sala de aula?

Sim ☐ Não ☐

Se respondeste "Sim", explica onde encontras Matemática fora da sala de aula.

____

____

____

6. Gostaste de realizar o trilho matemático?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?____

____

____

7. Mudaste a tua opinião relativamente à Matemática depois de realizares o trilho?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?____

8. Que dificuldades sentiste durante a resolução do trilho matemático?

9. Qual foi a tarefa ou tarefas que mais gostaste de realizar? Porquê?

10. Qual foi a tarefa ou tarefas que menos gostaste de realizar? Porquê?

11. Conseguiste encontrar exemplos de isometrias fora da sala de aula? Apresenta alguns exemplos.

12. Que isometrias encontraste com maior facilidade?

Obrigada pela colaboração!

Anexo 5

Guião da entrevista com os grupos-caso

- O que gostaram mais no trilho Matemático?

- Gostavam de repetir esta experiência?

- O que mudariam?

- Qual a tarefa que mais gostaram? Porquê?

- Qual a tarefa que menos gostaram? Porquê?

- Qual das tarefas acharam mais fácil de resolver? Porquê?

- E qual foi a tarefa mais difícil? Porquê?

- O que é que aprenderam com a realização deste trilho?

- Tiveram dificuldades na realização do trilho? Em que aspetos?

- O trilho matemático incidiu num tema que também está a ser trabalhado na sala de aula: as Isometrias. Os conceitos trabalhados na sala de aula ajudaram-vos na realização do trilho? Como?

- Onde consideram que foi mais fácil resolver as tarefas de isometrias? Dentro ou fora da sala de aula? Porquê?

Anexo 6

Grupo "transferidores"

1ª tarefa

- Que estratégia usaram para identificar os transformados dos números 2, 4 e 8?

- Como deduziram que o 875420 é o maior número divisível por 5?

2ª tarefa

- Onde acrescentaram os 2 retângulos?

- Que estratégia utilizaram para descobrir que retângulos deviam pintar de modo a obter uma figura com simetria de reflexão?

- Como concluíram que entre as duas figuras existe simetria de reflexão?

- Seria possível, na figura inicial, pintar outros dois retângulos em outro sítio e obter uma figura com simetria de reflexão?

- Aluno 1, onde deverias desenhar o eixo de simetria para obter a reflexão axial que desenhaste?

- Se considerassem somente um vitral onde pintariam dois retângulos, de modo a obter uma figura com simetria de reflexão?

- Que estratégia utilizaram para descobrir que retângulos deviam pintar de modo a obter uma figura com simetria de rotação?

- O que querem dizer com "só a cruz tem rotação e o resto da figura não"?

- Qual é a amplitude da rotação que representaram?

- Onde situariam o centro da rotação?

- Como poderiam pintar os dois retângulos de modo a obter uma figura com simetria de rotação? (tarefa errada)

3ª tarefa

- Que estratégia utilizaram para encontrar um exemplo de reflexão axial? O que procuraram?

- As figuras separadas pelo eixo de simetria são iguais?

- Será que existe mais do que uma solução?

- Que estratégia utilizaram para encontrar um exemplo de rotação?

- Como identificaram que esta figura possuía uma rotação de 90º em sentido positivo?

4ª tarefa

- Como sabem que não foi aplicada uma das isometrias estudadas na construção do logótipo?

- ''Dobrarmos a imagem''...o que querem dizer com isto? Onde imaginaram o eixo?

- Se consideramos somente uma das figuras, esta apresenta algum tipo de simetria?

- Como pensaram para construir o novo logótipo? Qual foi a isometria aplicada?

- Quais são as propriedades da reflexão axial?

- As vossas figuras estão à mesma distância do eixo de reflexão?

5ª tarefa

- Na resposta escreveram ''Usei as regras de construção da mediatriz''. Quais são essas regras?

- Sabem dizer outra utilidade da identificação da mediatriz do banco?

6ª tarefa

- A reflexão axial realiza-se dividindo a figura? (errada)

- Da imagem que desenharam, qual é o elemento ao qual é aplicada a reflexão axial?

- Que estratégia usaram para realizar a reflexão axial com dois eixos de reflexão?

- Todos os pontos e as suas imagens estão à mesma distância?

- ''Vendo do outro lado do centro fica igual'', qual é o lado do centro? O que querem dizer?

- Para que é usado o centro na reflexão central?

- Quantas rotações apresenta a figura que desenharam? Já que o aluno 1 apresenta 4 rotações, o aluno 2 apresenta 3 rotações e o aluno 3 apresenta 2 rotações.

7ª tarefa

- Seria possível medir o perímetro do chafariz de outra maneira?

- Aluno 3, que estratégia usaram para saber o comprimento do raio?

8ª tarefa

- Qual foi a estratégia que usaste para encontrar a simetria de rotação no vitral?

-''Contando descobrimos a resposta '', contando o quê? Expliquem melhor.

- Seria possível desenhar a bissetriz de um ângulo obtuso? Porquê?

9ª tarefa

- Que método usaram para realizar a estimativa percorrida em metros?

- Qual é a isometria usada na figura que desenharam?

- Será que existe mais do que uma solução? Porquê?

Grupo ''transferidores''

1ª tarefa

- Que estratégia usaram para identificar os transformados dos números 2, 4 e 8.

- Aluna M, quais são os transformados do 2, 4 e 8? (não escreveu resposta)

- Só são os números acabados em 5 que são divisíveis por 5?

- Será que não existe um número maior?

2ª tarefa

- Onde acrescentaram os 2 retângulos?

- Que estratégia utilizaram para descobrir que retângulos deviam pintar de modo a obter uma figura com simetria de reflexão?

- Observem melhor a figura que representaram. Acham que os eixos estão bem identificados?

- O grupo apresenta respostas diferentes. O aluno 1 identificou um eixo de simetria e os restantes outros dois? Qual é a resposta correta?

- Seria possível, na figura inicial, pintar outros dois retângulos em outro sítio e obter simetria de reflexão?

- Que estratégia utilizaram para descobrir que retângulos deviam pintar de modo a obter uma figura com simetria de rotação?

- Onde situariam o centro da rotação?

3ª tarefa

- Que estratégia utilizaram para encontrar um exemplo de reflexão axial? O que procuraram?

- Quando dividíamos a figura em duas partes iguais?

- Aluna M e G, como realizaram a reflexão axial?

- Será que existe mais do que uma solução?

- Que estratégia utilizaram para encontrar um exemplo de rotação?

- Como identificaram que esta figura possuía uma rotação de 90º positivos?

- Onde situam o centro da rotação da figura que desenharam?

4ª tarefa

- Na resposta escreveram ''dobrarmos os corações no eixo a meio''. Que eixos? E não poderia ser uma rotação?

- Se consideramos somente uma das figuras, esta apresenta algum tipo de simetria?

- Como pensaram para construir o novo logótipo? Qual foi a isometria aplicada?

- Quais são as propriedades da reflexão axial?

- As vossas figuras estão à mesma distância do eixo de reflexão?

5ª tarefa

- Sabem dizer outra utilidade da identificação da mediatriz do banco?

6ª tarefa

- A reflexão axial realiza-se dividindo a figura?

- Da imagem que desenharam, qual é o elemento ao qual é aplicada a reflexão axial?

- Que estratégia usaram para realizar a reflexão axial com dois eixos de reflexão?

- Aluno G, onde desenharias o eixo de reflexão da figura 1?

- Todos os pontos e as suas imagens estão à mesma distância?

- Aluna M, a reflexão central tem eixo de reflexão?

- Para que é usado o centro na reflexão central?

- Onde se encontra o centro de rotação da figura que desenharam?

- Que estratégia utilizaram para identificar a rotação?

7ª tarefa

- Seria possível medir o perímetro do chafariz de outra maneira?

- Que estratégia usaram para saber o comprimento do raio?

8ª tarefa

- Qual foi a estratégia que usaste para encontrar a simetria de rotação no vitral?

- Qual é o elemento que sofre rotação?

- Acham que existe alguma relação entre os eixos de simetria e a simetria de rotação?

- Aluno P, quantas simetrias de rotação tem o vitral?

- Identifiquem os eixos de simetria.

- Seria possível desenhar a bissetriz de um ângulo obtuso? Porquê?

9ª tarefa

- Que método usaram para realizar a estimativa percorrida em metros?

- Qual é a isometria usada na figura que desenharam?

- Será que existe mais do que uma solução? Porquê?

- Aluno P, somente era possível a utilização dos 3 elementos. A figura desenhada que isometria apresenta?

- ''Coloquei as rodas em cima da outra figura'', foi assim que pensaram para obter uma figura com isometria? Não tiveram em conta os elementos das isometrias?

Anexo 7

Grupo "Os três mosqueteiros"

1ª tarefa

- Que estratégia usaram para identificar os transformados dos números 2, 4 e 8?

- Como deduziram que o 875420 é o maior número divisível por 5?

2ª tarefa

- Onde acrescentaram os 2 retângulos?

- Que estratégia utilizaram para descobrir que retângulos deviam pintar de modo a obter uma figura com simetria de reflexão?

- Como concluíram que entre as duas figuras existe simetria de reflexão?

- Seria possível, na figura inicial, pintar outros dois retângulos em outro sítio e obter uma figura com simetria de reflexão?

- Aluna R, onde deverias desenhar o eixo de simetria para obter a reflexão axial que desenhaste?

- Se considerassem somente um vitral onde pintariam dois retângulos, de modo a obter uma figura com simetria de reflexão?

- Que estratégia utilizaram para descobrir que retângulos deviam pintar de modo a obter uma figura com simetria de rotação?

- O que querem dizer com "só a cruz tem rotação e o resto da figura não"?

- Qual é a amplitude da rotação que representaram?

- Onde situariam o centro da rotação?

- Como poderiam pintar os dois retângulos de modo a obter uma figura com simetria de rotação? (tarefa errada)

3ª tarefa

- Que estratégia utilizaram para encontrar um exemplo de reflexão axial? O que procuraram?

- As figuras separadas pelo eixo de simetria são iguais?

- Será que existe mais do que uma solução?

- Que estratégia utilizaram para encontrar um exemplo de rotação?

- Como identificaram que esta figura possuía uma rotação de 90º em sentido positivo?

4ª tarefa

- Como sabem que não foi aplicada uma das isometrias estudadas na construção do logótipo?

Grupo ''Os três mosqueteiros''

1ª tarefa

- Que estratégia usaram para identificar os transformados dos números 2, 4 e 8.

- Aluno 1, quais são os transformados do 2, 4 e 8? (não escreveu resposta)

- Só são os números acabados em 5 que são divisíveis por 5?

- Será que não existe um número maior?

2ª tarefa

- Onde acrescentaram os 2 retângulos?

- Que estratégia utilizaram para descobrir que retângulos deviam pintar de modo a obter uma figura com simetria de reflexão?

- Observem melhor a figura que representaram. Acham que os eixos estão bem identificados?

- O grupo apresenta respostas diferentes. O aluno 1 identificou um eixo de simetria e os restantes outros dois? Qual é a resposta correta?

- Seria possível, na figura inicial, pintar outros dois retângulos em outro sítio e obter simetria de reflexão?

- Que estratégia utilizaram para descobrir que retângulos deviam pintar de modo a obter uma figura com simetria de rotação?

- Onde situariam o centro da rotação?

3ª tarefa

- Que estratégia utilizaram para encontrar um exemplo de reflexão axial? O que procuraram?

- Quando dividíamos a figura em duas partes iguais?

- Aluno 1 e 2, como realizaram a reflexão axial?

- Será que existe mais do que uma solução?

- Que estratégia utilizaram para encontrar um exemplo de rotação?

- Como identificaram que esta figura possuía uma rotação de 90º positivos?

- Onde situam o centro da rotação da figura que desenharam?

4ª tarefa

- Na resposta escreveram "dobrarmos os corações no eixo a meio''. Que eixos? E não poderia ser uma rotação?

- Se consideramos somente uma das figuras, esta apresenta algum tipo de simetria?

- ''Dobrarmos a imagem''...o que querem dizer com isto? Onde imaginaram o eixo?

- Se consideramos somente uma das figuras, esta apresenta algum tipo de simetria?

- Como pensaram para construir o novo logótipo? Qual foi a isometria aplicada?

- Quais são as propriedades da reflexão axial?

- As vossas figuras estão à mesma distância do eixo de reflexão?

5ª tarefa

- Na resposta escreveram ''Usei as regras de construção da mediatriz''. Quais são essas regras?

- Sabem dizer outra utilidade da identificação da mediatriz do banco?

6ª tarefa

- A reflexão axial realiza-se dividindo a figura? (errada)

- Da imagem que desenharam, qual é o elemento ao qual é aplicada a reflexão axial?

- Que estratégia usaram para realizar a reflexão axial com dois eixos de reflexão?

- Todos os pontos e as suas imagens estão à mesma distância?

- ''Vendo do outro lado do centro fica igual'', qual é o lado do centro? O que querem dizer?

- Para que é usado o centro na reflexão central?

- Quantas rotações apresenta a figura que desenharam? Já que o aluno 1 apresenta 4 rotações, o aluno 2 apresenta 3 rotações e o aluno 3 apresenta 2 rotações.

7ª tarefa

- Seria possível medir o perímetro do chafariz de outra maneira?

- Aluno GS, que estratégia usaram para saber o comprimento do raio?

8ª tarefa

- Qual foi a estratégia que usaste para encontrar a simetria de rotação no vitral?

-''Contando descobrimos a resposta '', contando o quê? Expliquem melhor.

- Seria possível desenhar a bissetriz de um ângulo obtuso? Porquê?

9ª tarefa

- Que método usaram para realizar a estimativa percorrida em metros?

- Qual é a isometria usada na figura que desenharam?

- Será que existe mais do que uma solução? Porquê?

Anexo 8

Perguntas	Sempre						Às vezes						Nunca					
	G	P	M	S	R	N	G	P	M	S	R	N	G	P	M	S	R	N
Costuma fazer perguntas																		
Mostra dificuldades																		
Procura resolver problemas pelos próprios meios																		
Usa estratégias criativas																		
Comunica suas respostas com clareza																		
Realiza os trabalhos de casa																		
É atento as explicações																		
Caderno organizado																		
Demostra autoconfiança para aprender																		
É assíduo às aulas																		
Participa ativamente nas atividades propostas em sala de aula.																		
Colaborador no trabalho em grupo																		

Anexo 9

Guião de observações

- Dificuldades na construção?

- Dificuldades em perceber os conceitos?

- Conhecimentos prévios. Souberam usá-los corretamente?

- Estratégias usadas?

- Comentários

- Que tarefas forma mais adequadas para abordar o conceitos?

Anexo 10

<table>
<tr><td colspan="6">Agrupamento de Escolas de Monserrate
Escola: Escola EB 2, 3 Dr. Pedro Barbosa
Plano de Aula</td></tr>
<tr><td colspan="2">Mestrando: Diana da Rocha</td><td colspan="2">Ano/Turma: 6ºA   Período: 2</td><td>Dia da semana: Quarta-feira</td><td>Data: 20/03/2019</td></tr>
<tr><td colspan="3">Área disciplinar: Matemática</td><td colspan="2">Tempo: das 8.30h às 10.00h</td><td></td></tr>
<tr><th>Temas/Blocos/ Domínios/ Conteúdos</th><th>Competências/Objetivos Específicos/ Objetivos gerais/Descritores</th><th>Pré-requisitos</th><th>Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho</th><th>Recursos/ Espaços Físicos</th><th>Avaliação</th></tr>
<tr><td>GEOMETRIA E MEDIDA</td><td>Designar por «mediatriz» de um dado segmento de reta num dado plano a reta perpendicular a esse segmento no ponto médio.
Reconhecer que os pontos da mediatriz de um segmento de reta são equidistantes das respetivas extremidades.

Construir a mediatriz (e o ponto médio) de um segmento utilizando régua e compasso.

Identificar, dada uma reta r e um ponto M não pertencente a r, a «imagem de M pela</td><td>Medidas de amplitudes de ângulos.

Utilização do transferidor para medir amplitudes de ângulos e para construir ângulos de uma dada medida de amplitude.
Utilização do compasso.

Os alunos completam figuras planas de modo que fiquem simetricamente relativamente a um eixo previamente fixado, utilizando dobragens, papel vegetal, etc. e classificam triângulos quanto aos lados.</td><td>Como avaliação, os alunos devem resolver questões -aula sobre a matéria trabalhada na aula anterior num tempo determinado. Por esse motivo, ao início de cada aula, os alunos terão cinco minutos para resolver, individualmente, as tarefas relacionadas com a matéria dada até ao momento.
Para iniciar a aula, e relembrar os conhecimentos trabalhados na aula anterior, a Professora Estagiária projeta um PowerPoint (anexo 1) com duas questões-aula para avaliar as aprendizagens dos alunos. Para isso é distribuída uma ficha para eles realizarem as questões.
Seguidamente, os alunos devem abrir o caderno de Matemática. Como rotina de abertura, os alunos começam por escrever o número da lição, neste caso são as lições 131 e 132, e o sumário. Nesta aula, os alunos irão trabalhar: Realização das questões-aula; Correção dos trabalhos de casa; Reflexão axial: propriedades e desenho.
Finalizada a abertura do caderno, a Professora Estagiária realiza a correção dos trabalhos de casa</td><td>PowerPoint

Caderno de Matemática</td><td>Os alunos devem ser capazes de identificar a mediatriz e as suas propriedades e resolver as tarefas.</td></tr>
</table>

	reflexão axial de eixo r» como o ponto M' tal que r é mediatriz do segmento [MM'] e identificar a imagem de um ponto de r pela reflexão axial de eixo r como o próprio ponto. Saber, dada uma reta r, dois pontos A e B e as respetivas imagens A' e B' pela reflexão de eixo r, que são iguais os comprimentos dos segmentos [AB] e [A'B'] e designar, neste contexto, a reflexão como uma «isometria». Identificar uma reta r como «eixo de simetria» de uma dada figura plana quando as imagens dos pontos da figura pela reflexão de eixo r formam a mesma figura. Construir imagens de figuras geométricas planas por reflexão axial utilizando régua e compass.	Identificam eixos de simetria em figuras planas utilizando dobragens, papel vegetal, etc. Medidas de amplitudes de ângulos. Utilizar o transferidor para medir amplitudes de ângulos e para construir ângulos de uma dada medida de amplitude. Identificar ângulos giros, nulos, complementares, suplementares.	(anexo 2), e para tal, chama um aluno para realizar os exercícios e posteriormente corrige-os. Desta forma toda a turma pode aceder à correção, ganhando autonomia. Numa fase posterior, é pedido aos alunos para desenhar uma figura simples, só de um lado da folha, com guache. Terminado o desenho devem dobrar a folha pela metade na vertical e observar o resultado. A Professora Estagiária questiona: ➢ O que observam? Que a figura que eles desenharam passou/refletiu-se no outro lado da folha, ficando a mesma distância do eixo de reflexão/ dobra. ➢ As figuras estão à mesma distância da dobra da folha? Sim, já que uma é a imagem da outra. Assim sendo uma reflexão axial no eixo r/dobra. ➢ Marca um ponto numa figura. Encontra a sua imagem. ➢ O comprimento dos lados da figura tem o mesmo comprimento? Sim, já que é a reflexão da outra figura. ➢ Acham que os ângulos das duas figuras têm a mesma amplitude? Sim, já que é a reflexão da outra figura. ➢ Como relacionamos a mediatriz, trabalhada na aula anterior, com o resultado que obtivemos no burrão?		Os alunos devem ganhar autonomia e serem capazes de corrigir os próprios erros. Os alunos devem capazes de desenhar uma figura simples com guache. Os alunos devem obter duas figuras iguais. Os alunos devem refletir sobre os resultados obtidos, deduzindo as propriedades (mesma amplitude do ângulo e mesmo comprimento no segmento de reta). Os alunos devem ser capazes de relembrar a matéria trabalhada na aula anterior,

			A imagem de um ponto é obtida através da mediatriz no segmento r /dobra. Por este motivo, a figura I está à mesma distância no eixo de reflexão r/dobra que a outra figura. Para formalizar os conceitos, a Professora Estagiária projeta a definição de reflexão axial e as suas propriedades, utilizando os borrões dos alunos para apresentar essas mesmas propriedades (anexo 3). Para consolidar os diferentes conceitos trabalhados, a Professora Estagiária pede aos alunos para realizarem as tarefas 4 e 5 da página 17 do livro de Matemática Parte 2 (anexo 4) e a tarefa 5 da página 51, do livro de atividades (anexo 5) (esta tarefa é realizada no livro já que apresenta as tarefas em regiões quadriculadas). Terminadas as tarefas, a Professora Estagiária projeta as correções (anexo 6) e pede aos alunos para verificarem se realizaram as atividades como estão ilustradas no quadro. Ao mesmo tempo a Professora Estagiária realizará a verificação, vendo se os alunos estão a corrigir as tarefas. Finalizadas as correções, a Professora Estagiária desenha um losango no quadro e explica os passos para efetuar a sua construção com ajuda do material de desenho: ➢ Para iniciar a construção da reflexão axial, devemos traçar a mediatriz do segmento de reflexão no eixo r com origem num dos pontos da figura inicial. Realiza-se este procedimento para os principais pontos da figura.	Livro de Matemática Parte 2	mediatriz, e relaciona-la com a reflexão axial. Os alunos devem realizar as tarefas com os conceitos aprendidos anteriormente (o que é reflexão axial e quais são as suas propriedades).

			Para prosseguir com a construção deve-se colocar a ponta do compasso num dos pontos que intersetam da mediatriz e do eixo de reflexão. Do outro lado, deve-se colocar o lápis do compasso num dos pontos identificados, marcando assim o seu comprimento e efetuando o arco na mesma reta perpendicular (deve-se realizar este procedimento em todos os pontos identificados) Para concluir a reflexão deve-se unir os pontos de interseção. (anexo 7)		
			Para por em prática a construção de uma reflexão axial a Professora Estagiária distribui uma ficha (anexo 8) a cada aluno, para que possam construir a reflexão axial da figura apresentada.		Devem desenhar os transformados de figuras através de uma reflexão axial com a utilização dos materiais de desenho.
			Concluídas as reflexões a Professora Estagiária pede aos alunos que arrumem todo o material e distribui um geoplano para cada aluno.	Ficha	
			Recorrendo ao geoplano distribuído é proposto aos alunos um jogo que deverá ser realizado a pares. Cada elemento deve desenhar uma figura no geoplano e o eixo de reflexão e, posteriormente, são trocados os geoplanos para o outro elemento do grupo realizar a reflexão axial dessa figura. Terminada a resolução da tarefa os alunos devem representar as figuras do plano na folha ponteada (anexo 9).	Geoplano Elásticos	Os alunos devem ser capazes de transformar a figura A que o colega construiu na figura B mediante uma reflexão axial de eixo r, no geoplano.
			Os últimos cinco minutos são dedicados à realização de uma síntese da aula através da colocação de algumas questões como:		Os alunos devem ser capazes sintetizar as ideias abordadas ao longo da aula.

			➢ Acham que a reflexão axial é uma isometria? Sim, já que o transformado da figura preserva as mesmas medidas e características que a figura inicial. ➢ Quais são as propriedades da reflexão axial? Uma reflexão axial transforma um segmento de reta noutro com o mesmo comprimento, e um ângulo noutro com a mesma amplitude. Para finalizar a aula, a Professora Estagiária pede para os alunos realizarem as atividades 1 e 2 (anexo 10) da página 50, do livro de atividades de Matemática.		

Bibliografia

Bivar, A., Grosso, C., Oliveira, F., & Timóteo, M. C. (2013). *Programa e Metas Curriculares. Matemática. Ensino Básico.* Acedido em 27 fevereiro de 2019: http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Basico/Metas/Matematica/programa_matematica_basico.pdf

Ferreira, M. A., Faria, L. (2017) *Máximo 6 – Matemática Parte 2.* Porto: Porto Editora.

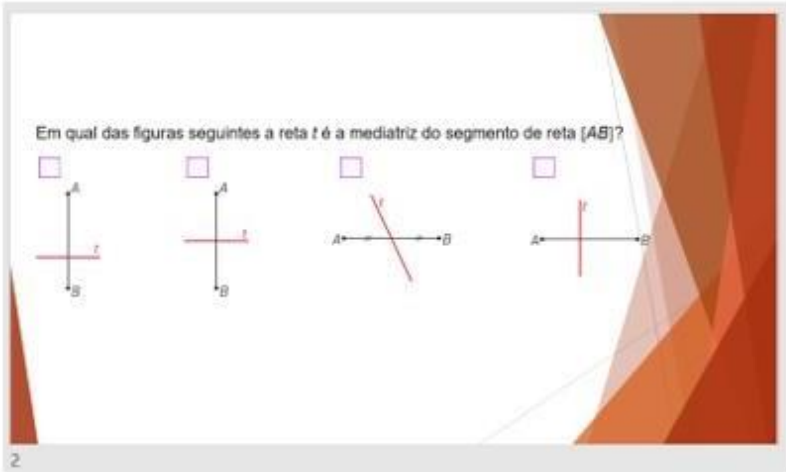
Ferreira, M. A., Faria, L. (2017) *Máximo 6 – Matemática Caderno de Fichas.* Porto: Porto Editora.

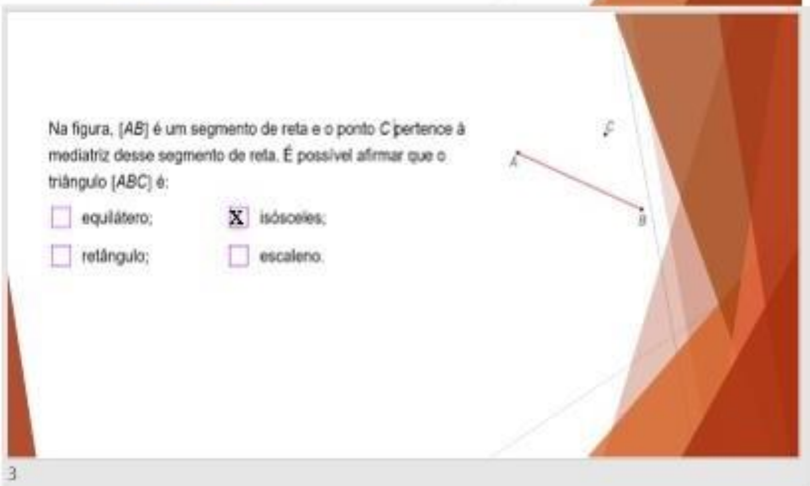
https://www.online-stopwatch.com/portuguese/full-screen-egg-timer.php

http://www.escolavirtual.pt/

Anexo

Anexo 1





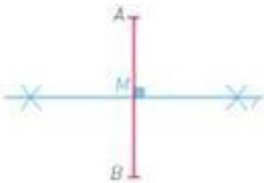
Anexo 2

Consulta a pág. 20 do Máximo do Aluno

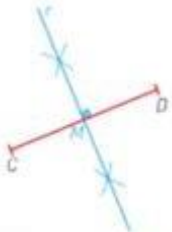
Ficha 20 Mediatriz de um segmento de reta

1 Desenha a mediatriz de cada um dos segmentos de reta e assinala o ponto médio, M, do segmento de reta. Utiliza material de desenho.

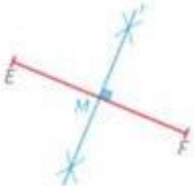
1.1.



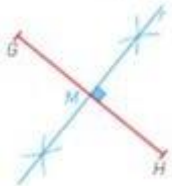
1.2.



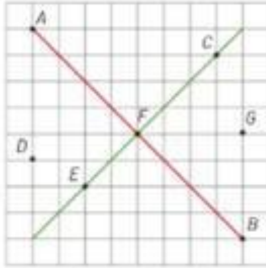
1.3.



1.4.



2 Observa a figura ao lado, desenhada em quadrícula.



2.1. Como se designa a reta CE relativamente ao segmento de reta $[AB]$?

É a sua Mediatriz

2.2. Qual é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$?

O ponto F

2.3. Qual é a medida da amplitude do ângulo CFA?

A amplitude é 90°

2.4. Com um dos símbolos $<$, $=$ ou $>$, completa de modo a obteres afirmações verdadeiras.

a) $\overline{EB}$ = $\overline{EA}$ b) $\overline{DB}$ > $\overline{DA}$

c) $\overline{BF}$ = $\overline{AF}$ d) $\overline{CA}$ = $\overline{CB}$

e) $\overline{GA}$ > $\overline{GB}$ f) $\overline{EF}$ < $\overline{CF}$

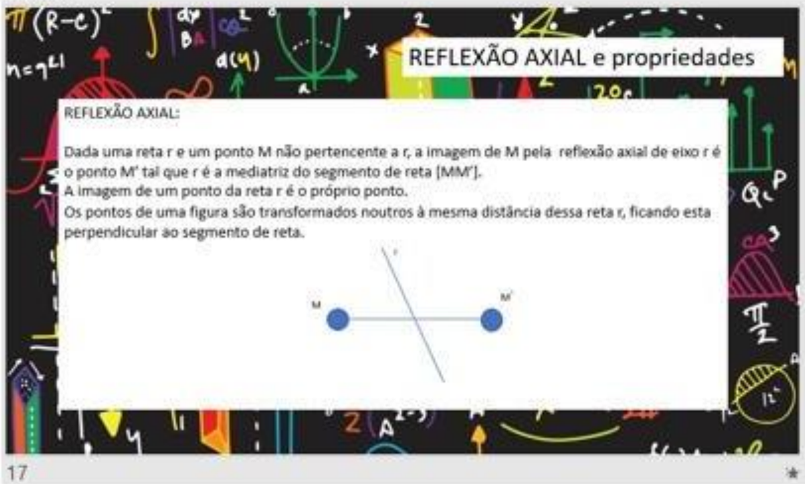
3 Completa de modo a obteres afirmações verdadeiras.

3.1. Os pontos da ____mediatriz____ de um segmento de reta são equidistantes dos respetivos extremos.

3.2. Um ponto equidistante das extremidades de um segmento de reta pertence à respetiva ____mediatriz____.

48

Anexo 3


REFLEXÃO AXIAL e propriedades
REFLEXÃO AXIAL:
Dada uma reta r e um ponto M não pertencente a r, a imagem de M pela reflexão axial de eixo r é o ponto M' tal que r é a mediatriz do segmento de reta [MM'].
A imagem de um ponto da reta r é o próprio ponto.
Os pontos de uma figura são transformados noutros à mesma distância dessa reta r, ficando esta perpendicular ao segmento de reta.
M
M'
r
17

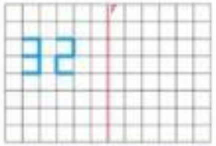

REFLEXÃO AXIAL e propriedades
PROPRIEDADES:
❑ Uma reflexão axial transforma um segmento de reta noutro com o mesmo comprimento.
❑ Uma reflexão axial transforma um ângulo noutro com a mesma amplitude.
18

Anexo 4

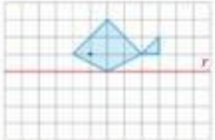
Livro de fichas

4 Reproduz no teu caderno as figuras seguintes e desenha o seu transformado pela reflexão de eixo r.

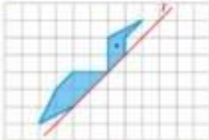
4.1.



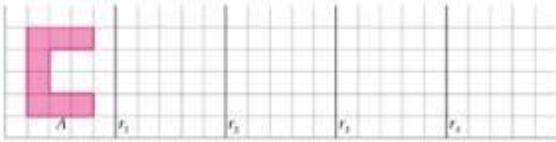
4.2.



4.3.



5 Reproduz a figura seguinte no teu caderno.

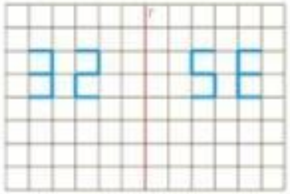


5.1. Desenha sucessivamente: a figura B obtida da figura A pela reflexão de eixo r_1, a figura C obtida da figura B pela reflexão de eixo r_2, a figura D obtida da figura C pela reflexão de eixo r_3, e a figura E obtida da figura D pela reflexão de eixo r_4.

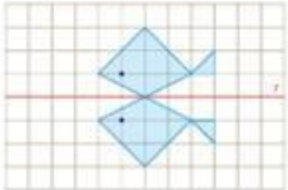
5.2. Das figuras que desenhaste quais podem ser obtidas da figura A por uma reflexão?

Soluções

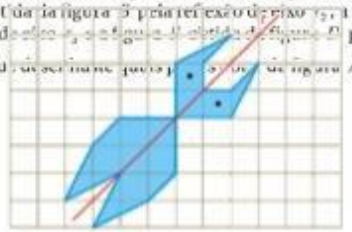
4.1.



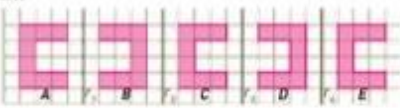
4.2.



4.3.



5.1.

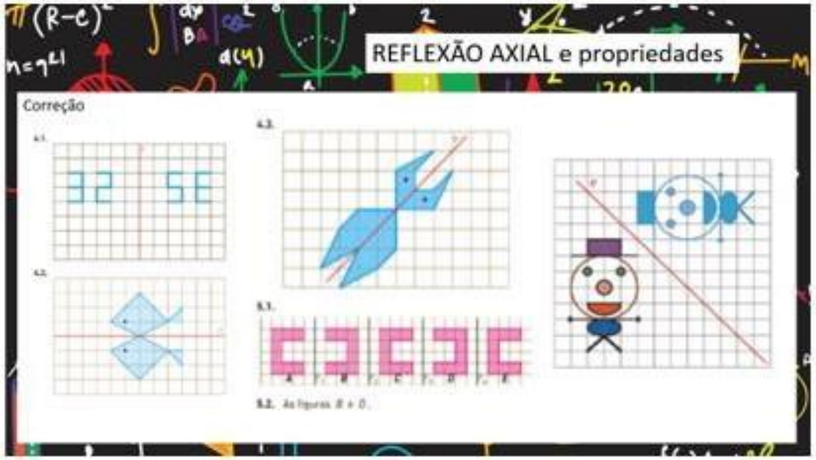


5.2. As figuras B e D.

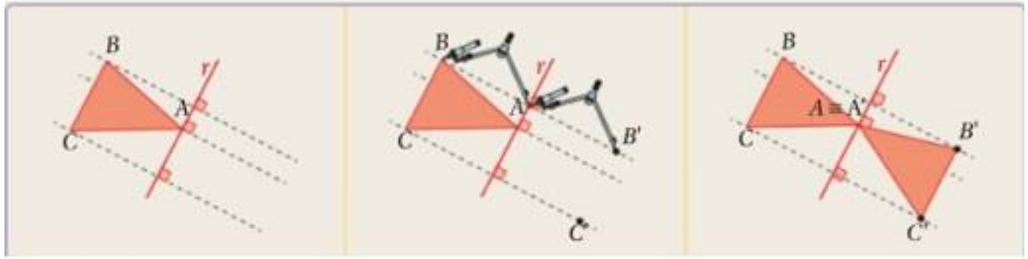
Anexo 5

5 Desenha a figura transformada pela reflexão de eixo e.

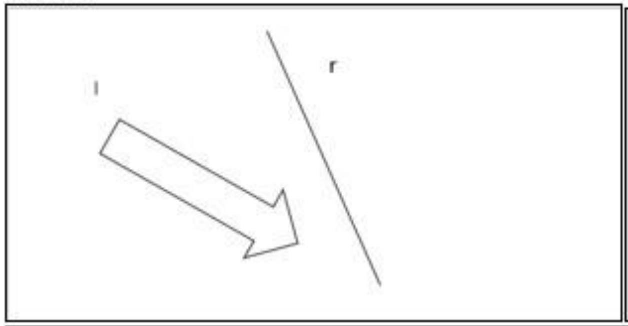
Anexo 6

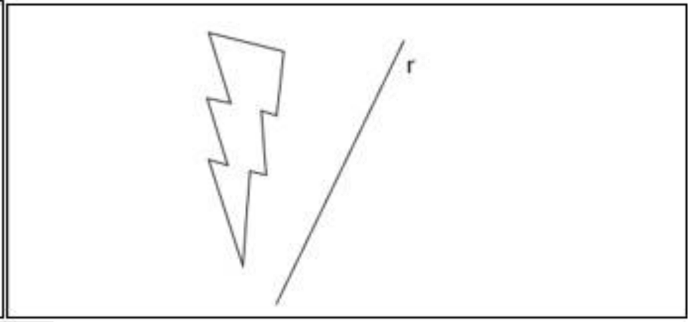


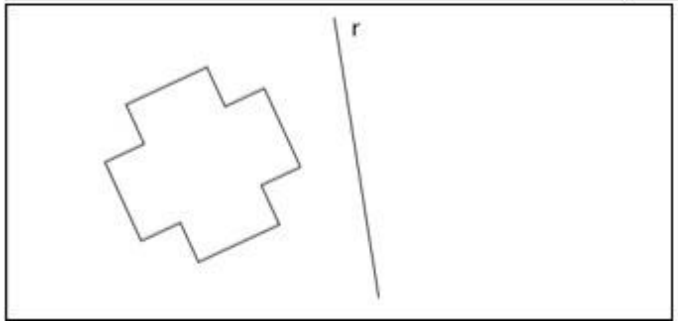
Anexo 7



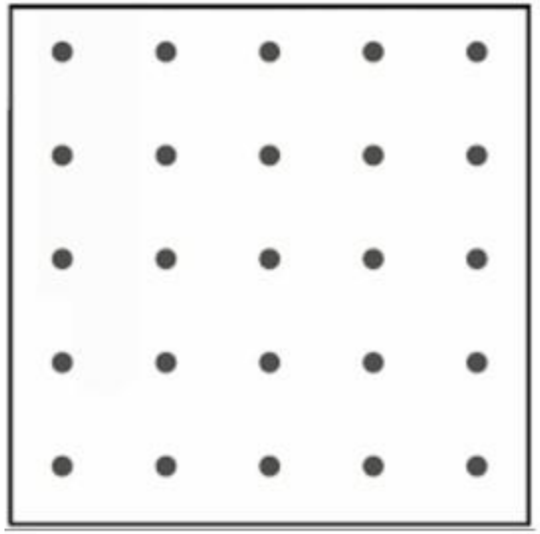
Anexo 8



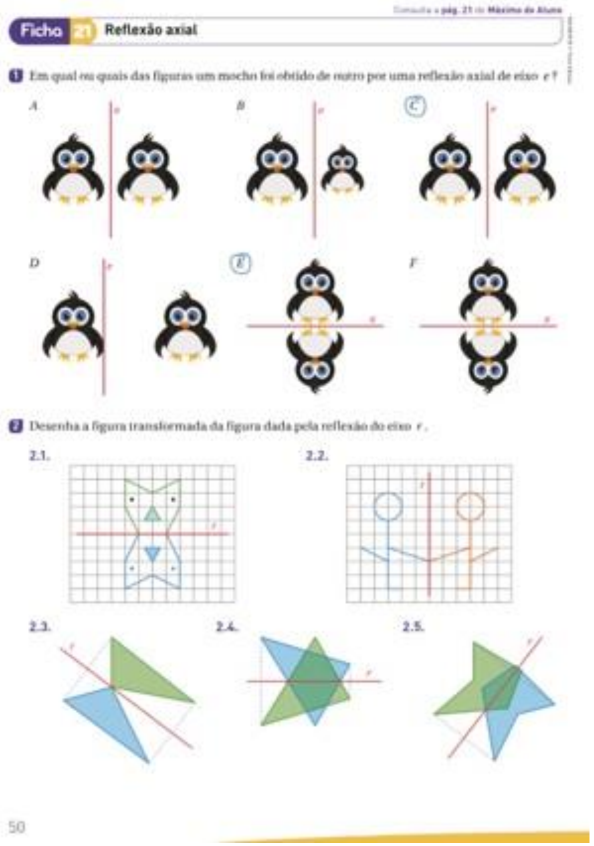




Anexo 9



Anexo 10



Consulta a pág. 21 do Máximo do Aluno

Ficha 21 Reflexão axial

1 Em qual ou quais das figuras um mocho foi obtido de outro por uma reflexão axial de eixo r?

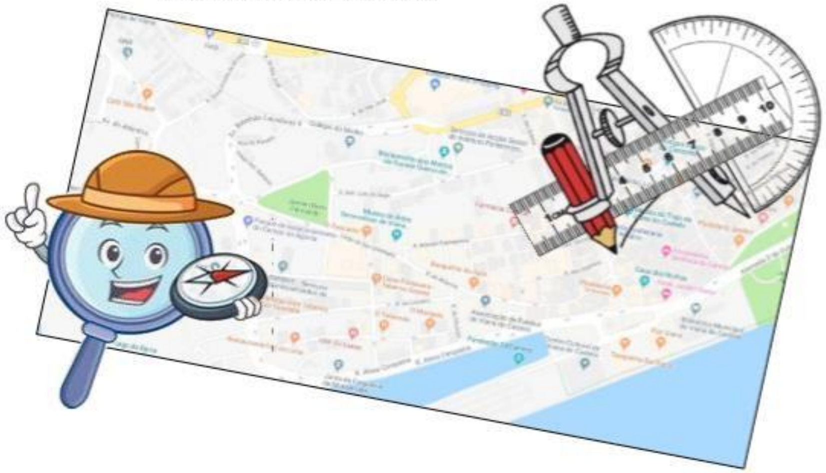
2 Desenha a figura transformada da figura dada pela reflexão do eixo r.

50

Anexo 11

TRILHO MATEMÁTICO

na cidade de Viana do Castelo



VIANA DO CASTELO

1 de abril de 2019

Nome da equipa: ______________________________

Membros:

____

____

____ 1

Os 1,6 km de trilho deves percorrer para os desafios resolver!

O caminho começa no Jardim D. Fernando, também conhecido como Lago dos patos e acaba no Largo Amadeu Costa.

Ao longo do trilho terás 9 paragens, nas quais irás realizar um conjunto de tarefas matemáticas. Não te esqueças que vais trabalhar em grupo. Por isso, é importante ouvir e partilhar as ideias.

Para o trilho efetuar, um mapa e o kit deves usar. O kit tem: lápis, borracha, régua, compasso, transferidor, calculadora, fita métrica e bloco de desafios.

O percurso deves aproveitar para o tema das isometrias relembrar. Em grupo deves fotografar representações de: reflexão axial, reflexão central, rotação, figuras com simetrias de reflexão e figuras com simetrias de rotação.

BOM TRABALHO!

Depois de ler as instruções e de identificar o teu grupo, dirige-te ao Jardim D. Fernando. É aí que o trilho começa.

Antigamente, este jardim era constituído por terra batida, um grande arvoredo, uma cascata com espelho de água e um coreto, mas em 1999 foi reconstruído, ficando como o encontramos atualmente, com melhores condições de lazer.

2

A primeira tarefa será realizada junto ao coreto do Jardim D. Fernando, onde podes observar um conjunto de telefones públicos.

Tarefa 1. Telefones públicos

Cada telefone é composto por 20 botões. Considera apenas os 16 últimos botões. Imagina que existe um eixo de simetria horizontal que divide o conjunto desses 16 botões em dois subconjuntos com 8 botões cada, formando uma simetria de reflexão.

1. Descobre em que botões terias de carregar para representar as imagens dos botões 2, 4 e 8 por uma reflexão axial de eixo horizontal.

   Nota: A reflexão diz apenas respeito à posição dos botões.

   Os botões em que carregaste são: ____________________

Como pensaste?

2. Considera os botões 2, 4, 8 e aqueles que encontraste na questão anterior. Com esses seis algarismos escreve o maior número que conseguires que seja divisível por 5.

Como pensaste?

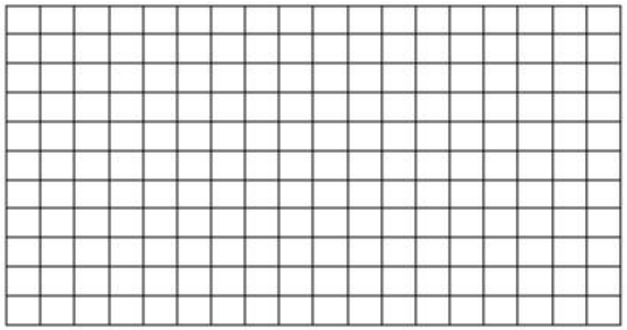
Depois de responderes a todas as perguntas, dirige-te ao Largo de São Domingos. Descobre a igreja e dirige-te a ela.

Este pequeno largo que tem o nome da igreja que lá se encontra, está situado nos limites da zona histórica de Viana do Castelo tendo servido de saída ou entrada desta mesma zona para a Fortaleza de São Tiago da Barra. Foi neste largo que se construiu, entre 1566 e 1576, a Igreja de Santa Cruz, popularmente conhecida por Igreja de S. Domingos, fundada pelo Arcebispo Frei Bartolomeu dos Mártires. Destaca-se igualmente neste largo o Palacete Barbosa Maciel, do sec. XVIII, onde está instalado desde 1923, o mais antigo museu de Viana do Castelo, atualmente denominado Museu de Artes Decorativas.

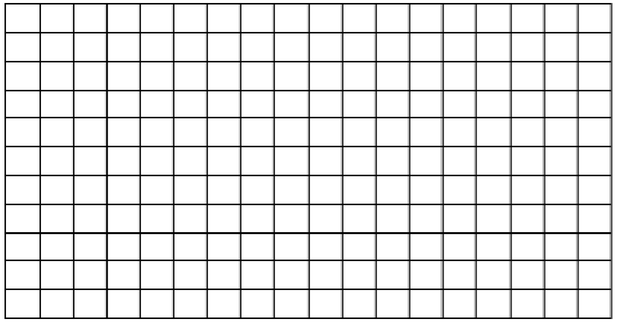
Tarefa 2. Igreja S. Domingos

Observa os dois vitrais iguais no exterior da Igreja de S. Domingos.

1. Como poderias pintar mais dois vidros retangulares de modo a que a figura tivesse simetria de reflexão?



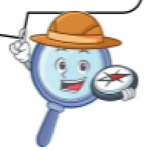
2. Como poderias pintar mais dois vidros retangulares de modo a que a figura tivesse simetria de rotação?



Como pensaste?

Continua em direção à Rua Manuel Espregueira, que aparece à esquerda na bifurcação.

Trata-se de uma rua da zona histórica, desde o Largo de S. Domingos até à Praça da República. Esta antiga artéria chamava-se Rua de S. Sebastião, sendo mudada em 1922, para Rua Manuel Espregueira.



Dirige-te à casa com o número 246.

Tarefa 3. Casa número 246

Nesta casa podes observar um friso de azulejos. Com base neste friso:

1. Representa um exemplo de uma reflexão axial.

Desenho	Descreve a reflexão

2. Representa um exemplo de uma rotação.

Desenho	Descreve a rotação

Na mesma rua, descobre a loja "Toque Final", situada na casa número 236.

Tarefa 4. Loja "Toque Final", na casa número 236

Observa bem o logótipo dos dois corações de Viana, sem considerar a cor das figuras.

1. Achas que o logótipo possui alguma das isometrias trabalhadas nas aulas de Matemática? Justifica a tua resposta.

2. Se respondeste negativamente na alínea anterior, esboça um novo logótipo para esta loja, partindo do símbolo do coração, onde seja usada uma das isometrias que estudaste.

Como pensaste?

Caminha até descobrires um banco no lado esquerdo da rua, próximo da casa 152.

Tarefa 5. Banco de ripas.

1. O banco é constituído por ripas. Mede o comprimento de uma ripa.

A ripa tem ________metros.

2. Considera um valor vinte vezes menor: ___________ metros.
3. Desenha um segmento de reta com esse comprimento e constrói a sua mediatriz.

Como pensaste?

4. Em que poderá ser útil o traçado da mediatriz que acabaste de fazer? Que tipo de problema relacionado com este banco ajudará a resolver?

Como pensaste?

Então, já terminaste? Se sim, segue o teu caminho em direção à Praça da República. À tua direita encontrarás o Museu do Traje e aí terás uma nova tarefa para resolver.

O Museu do Traje de Viana do Castelo foi criado em 1997, assumindo a missão de estudar e divulgar a identidade e o património etnográfico vianense através do seu expoente máximo, o traje à vianesa.

Tarefa 6. Museu do Traje

Na parede exterior do Museu do Traje encontrarás imagens de bordados. Observa-as bem! Escolhe um elemento onde seja possível encontrar uma: reflexão axial; reflexão central; rotação. Desenha cada um desses elementos.

Reflexão Axial	Reflexão Central	Rotação
Como pensaste? Caracteriza cada um dos casos.		

Nesta praça podes contemplar três monumentos classificados como "Monumentos Nacionais": O Chafariz, os Antigos Paços do Concelho e o Edifício/Igreja da Misericórdia, todos construídos no século XVI.

Continua a explorar a Praça da República. Descobre o chafariz e dirige-te a ele.

O chafariz foi construído, ou pelo menos concluído em 1559, sendo obra do mestre canteiro João Lopes. Foi durante vários séculos o ponto de abastecimento de água potável da população vianense e, pela sua monumentalidade e localização, uma das referências urbanas.

<u>Tarefa 7.</u> Chafariz da Praça da República

1. Ao chafariz deves dirigir-te e o perímetro da base medir.

Como pensaste?

O chafariz tem ______ metros de perímetro.

2. Imagina que a Câmara Municipal autorizava a circulação de água no chafariz. Calcula um valor aproximado da capacidade da sua base circular.

3. No interior do chafariz encontras pontos de luz colocados sempre à mesma distância.
   Dois dos elementos do teu grupo devem posicionar-se junto a um ponto de luz diferente.
   De que modo o poderão fazer para representar um ângulo agudo com o centro do chafariz. Determina a amplitude desse ângulo.

   A amplitude é ___________

Representação	Como pensaste?

Depois de realizar as tarefas, vira na Rua Sacadura Cabral, dirige-te à Sé Catedral, também conhecida como Igreja Matriz.

Dois violentos incêndios, em 1656 e em 1809, causaram graves destruições nesta igreja, e o último levou mesmo ao seu abandono durante algumas décadas, tendo retomado as suas funções paroquiais somente em 1835.

Tarefa 8. Igreja Matriz

O vitral no exterior da Igreja representa uma rosácea. Observa a região colorida.

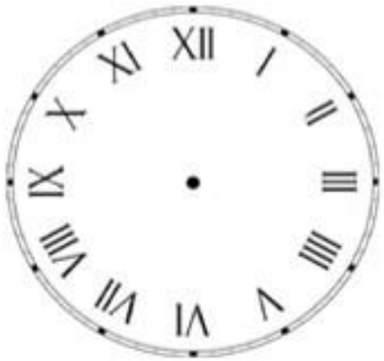
1. Quantas simetrias de rotação tem essa região do vitral?
   Descreve cada uma delas.

Como pensaste?

2. Será que também existem simetrias de reflexão? Em, caso afirmativo identifica os eixos de simetria.

Como pensaste?

3. Observa as horas marcadas no relógio da Igreja Matriz. Regista os ponteiros no relógio que se apresenta.



4. Constrói a bissetriz do ângulo com menor amplitude, formado pelos ponteiros.

5. Se o ponteiro das horas passasse a pertencer à bissetriz do ângulo anterior, o relógio estaria atrasado ou adiantado? Quanto tempo?

Assim que terminares, segue em direção ao Jardim Público Marginal. Vira à direita na Rua Grande e caminha até chegares à Avenida dos Combatentes. Atravessa pela passadeira da tua direita e descobre a sinalização da Rua dos Manjovos.

Tarefa 9. Rua dos Manjovos

1. Deves contar quantos passos fazes até encontrar a porta da casa número 5, no lado esquerdo, situada antes do Largo Amadeu Costa.

   Dei _______ passos desde a Avenida até à porta da casa número 5.

Como efetuaste a contagem?

2. Faz uma estimativa da distância percorrida em metros.

Como pensaste?

Casa com o número 5

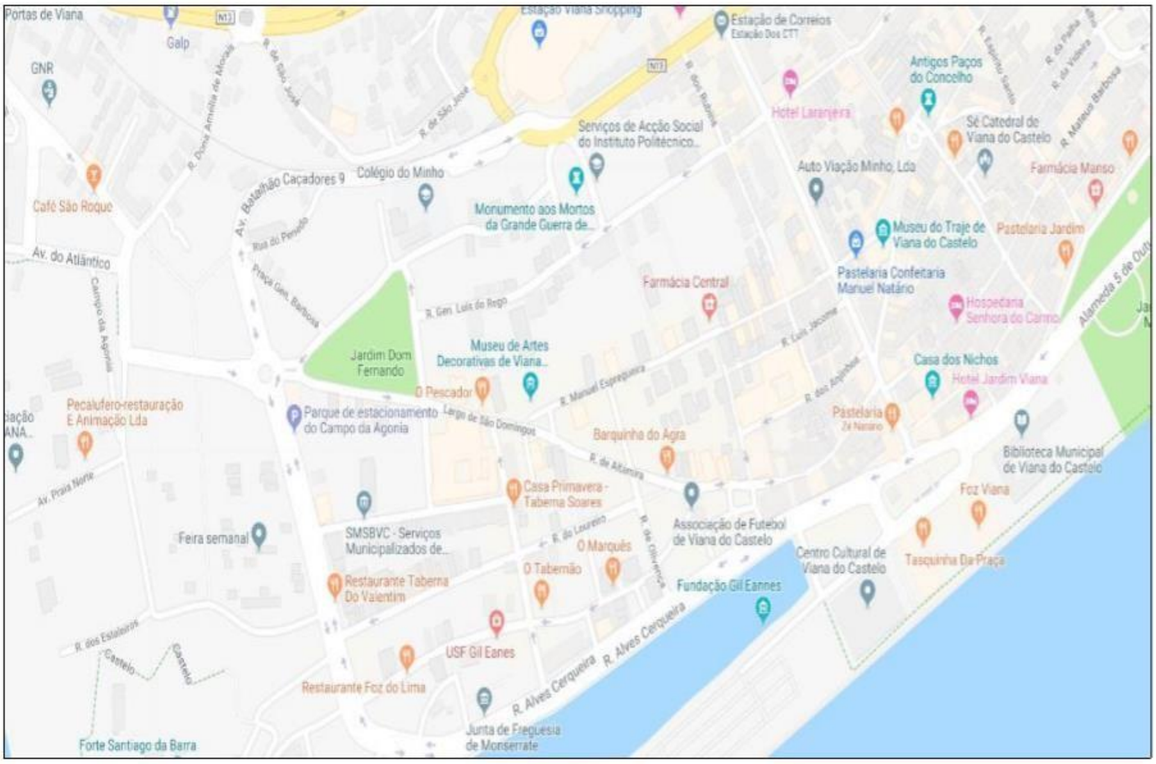
3. Usando isometrias constrói uma figura diferente da observada na porta. Deves utilizar os seguintes elementos:

Desenho da figura

Como pensaste?

Realizaste todas as tarefas? Se sim, PARABÉNS! Conseguiste concluir o trilho.

Anexo 12


Portas de Viana
Galp
Estação de Correios
GNR
Antigos Paços do Concelho
Hotel Laranjeira
Serviços de Acção Social do Instituto Politécnico...
Sé Catedral de Viana do Castelo
Colégio do Minho
Café São Roque
Auto Viação Minho, Lda
Farmácia Manso
Monumento aos Mortos da Grande Guerra de...
Museu do Traje de Viana do Castelo
Pastelaria Jardim
Av. do Atlântico
Pastelaria Confeitaria Manuel Natário
Farmácia Central
Hospedaria Senhora do Carmo
Alameda 5 de Outubro
Jardim Dom Fernando
Museu de Artes Decorativas de Viana...
Casa dos Nichos
Hotel Jardim Viana
O Pescador
Pecalufero-restauração E Animação Lda
Parque de estacionamento do Campo da Agonia
Largo de São Domingos
Pastelaria
Barquinha do Agra
Biblioteca Municipal de Viana do Castelo
R. de Altamira
Casa Primavera - Taberna Soares
Foz Viana
Associação de Futebol de Viana do Castelo
Feira semanal
SMSBVC - Serviços Municipalizados de...
O Marquês
Centro Cultural de Viana do Castelo
Tasquinha Da Praça
O Tabernão
Restaurante Taberna Do Valentim
Fundação Gil Eannes
R. Alves Cerqueira
USF Gil Eanes
Restaurante Foz do Lima
Junta de Freguesia de Monserrate
Forte Santiago da Barra