INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB
- Matemática e Ciências Naturais

A resolução de problemas com números racionais- representações e estratégias utilizadas por alunos do 6º ano de escolaridade.

Sílvia Vilar Gomes de Sá

Escola Superior de Educação

2020

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Sílvia Vilar Gomes de Sá

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Ensino 1º e 2º CEB - Matemática e Ciências Naturais

A resolução de problemas com números racionais - representações e estratégias utilizadas por alunos do 6º ano de escolaridade.

Trabalho efetuado sob a orientação da
Professora Doutora Maria Isabel Piteira do Vale

fevereiro de 2020

A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo.

Nelson Mandela

Agradecimentos

Neste momento sinto que precisaria de muitas páginas para tentar descrever o que me vai na alma, mas resumo a estas palavras- sou muito feliz com aquilo que sou e com quem está na minha vida!

Sempre foi um objetivo a alcançar este de me formar como professora, no entanto, dadas algumas vicissitudes da vida, foi sendo adiado. Poderia alongar-me em descrições, mas o importante foi ter conquistado o que ambicionei e alcançado o que sonhei – ser professora. Porém, mesmo com toda a determinação que tão bem me caracteriza, reconheço que não seria possível sem o Amor e Amizade daqueles que, de uma forma ou de outra, me acompanharam nesta etapa e na vida, e a eles sou e serei muito grata!

A todos quero agradecer com algumas palavras:

Aos meus filhos, aos meus tão amados filhos, Hugo e Tomás, por serem a razão da minha existência, por serem a minha essência, por me amarem tanto!

A ti, meu companheiro de sempre, meu “Samô”, por me apoiares incessantemente em todos os momentos, principalmente, a cada dificuldade, quando me dizias, com um semblante iluminado, próprio do teu tão puro caráter, “Sílvia, tu consegues, tu consegues sempre!”. Obrigada, meu querido, meu Amor por toda a tua paciência e por toda a calma que me foste tentando transmitir, mesmo, naquelas situações em que nem eu própria me conseguia controlar… e por me fazeres sentir tão amada, tão admirada!...

À minha orientadora, Professora Doutora Isabel Vale, pela disponibilidade, por todos os ensinamentos e por todos os momentos de carinho. Sempre ansiei que fosse a minha orientadora, e agradeço!

À minha família do coração, àqueles que me adotaram, há tantos anos, como parte integrante das suas vidas: minha “irmã” Graça, meu tão querido compadre Óscar, meus sobrinhos do coração, Leandro e Gonçalo, e, claramente, o sr. Fernando. Obrigada por gostarem tanto de mim!

A ti, minha querida menina chata e chorona, minha amiga e companheira de tantos momentos bons e maus, sim, mas partilhados e tão bem partilhados... obrigada por tudo! Ah, como diz a canção “sim, eu gosto de ti” (e eu acrescento) muito, muito mesmo, e tu sabes!

Aos meus pais e à minha irmã Sofia, por serem quem são, pelas palavras de carinho e pelas gargalhadas que demos com as minhas histórias!

À minha irmã Sónia que me ajudou a ingressar no ensino superior, que me acompanhou em todas as etapas da candidatura, obrigada pelo "empurrão" e por me convenceres de que seria capaz!

Ao sr. Jorge CB por toda a espontaneidade em ajudar-me e por nunca se ter zangado comigo (pelo menos não o manifestou!!) pelas inúmeras faltas ao serviço. Acredite, que nunca me esquecerei. Obrigada!

À minha querida amiga e companheira, Orquídea, que tantas saudades me deixou quando nos separamos na vida académica, mas nunca na vida!

À Margarida e à Diana pelos momentos e gargalhadas partilhados quando tudo parecia desmoronar!!

A todos os professores que, mesmo já não sendo meus professores, me foram apoiando com as suas tão doces palavras e com quem tanto aprendi!

À Sónia Silva e ao sr. Gonçalves pelas conversas e também pela, sempre tão pronta, disponibilidade em ajudar!

A todos os meus colegas da ESE, em especial, à Marina e à Anaïs, as minhas meninas do coração, com quem fui tão feliz!

A todas as pessoas, amigos e colegas de trabalho, que foram expressando o seu apoio, e tão bem o fizeram!

E por fim, a Ti, meu anjo, que me proteges e ajudas, e sei que está sempre aqui comigo, não mereço tanto…

Quem caminha sozinho pode até chegar mais rápido, mas aquele que vai acompanhado, com certeza vai mais longe.

Clarice Lispector

Resumo

O presente estudo integra-se no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada (PES), sendo implementado numa turma do 6º ano do 2º Ciclo do Ensino Básico, constituída por 21 alunos, focalizado na área da Matemática no domínio dos Números Racionais.

O tema Números Racionais é o que mais se destaca na aprendizagem da matemática e, paralelamente, aquele em que surgem mais dificuldades no seu ensino e aprendizagem, dada a complexidade inerente ao conceito de número racional relacionada com as diversas representações e diferentes significados. A aquisição do sentido de número racional requer capacidade de compreender as suas várias representações, de modo a estabelecer relações entre elas, e mostrar eficácia em optar pela representação mais adequada na resolução de problemas.

Neste sentido, com este estudo pretendia-se identificar e compreender os conhecimentos que os alunos revelam sobre os números racionais positivos, nas diferentes representações, e como as usam na resolução de problemas, pelo que foram formuladas algumas questões orientadoras: Q1) Quais as principais dificuldades que os alunos apresentam na utilização das diferentes representações de números racionais positivos? Q2) Quais as representações de números racionais privilegiadas pelos alunos na resolução de problemas? Q3) Quais as principais estratégias e dificuldades reveladas pelos alunos na resolução de problemas?

Adotou-se um estudo de caráter qualitativo, com sentido interpretativo e exploratório. Os dados recolhidos basearam-se em observações e conversas com os alunos, assim como, nas suas produções escritas no decorrer da resolução das tarefas propostas ao longo da intervenção didática.

A partir da análise de dados, conclui-se que a turma dispunha de uma eficiente compreensão do conceito de número racional, demonstrando uma grande flexibilidade na conversão entre as diferentes representações dos números racionais positivos, estabelecendo ligações entre elas, e optando por aquela que lhes era mais adequada, na resolução das tarefas propostas. No decorrer das aulas, aquando da resolução de problemas, foi proposto à turma o recurso a determinados modelos, o da barra por exemplo, no entanto, alguns alunos preferiam as estratégias de natureza analítica, enquanto que outros consideravam as estratégias de natureza visual uma boa ferramenta de auxílio para a compreensão e resolução de problemas.

Palavras-chave: Números Racionais; Resolução de problemas; Representações; Estratégias; Dificuldades.

Abstract

This study is part of the Supervised Teaching Practice (PES), being implemented in a class of the 6th year of the 2nd Cycle of Basic Education, consisting of 21 students, focused on the area of Mathematics in the domain of Rational Numbers.

The theme Rational Numbers is the one that stands out most in the learning of mathematics and, in parallel, the one in which more difficulties arise in its teaching and learning, given the complexity inherent in the concept of rational number related to the different representations and different meanings. The acquisition of the sense of rational number requires the ability to understand its various representations, in order to establish relationships between them, and show effectiveness in choosing the most appropriate representation in solving problems.

In this sense, this study aimed to identify and understand the knowledge that students reveal about positive rational numbers, in different representations, and how they use them to solve problems, so some guiding questions were asked: Q1) What are the main difficulties that students have in using the different representations of positive rational numbers? Q2) What are the representations of rational numbers privileged by students in problem solving? Q3) What are the main strategies and difficulties revealed by students in solving problems?

A qualitative study was adopted, with an interpretive and exploratory sense. The data collected were based on observations and conversations with students, as well as on their written productions during the resolution of the tasks proposed during the didactic intervention.

From the data analysis, it is concluded that the class had an efficient understanding of the concept of rational number, demonstrating a great flexibility in the conversion between the different representations of the positive rational numbers, establishing connections between them, and choosing the one that gives them it was more appropriate in solving the proposed tasks. During classes, when solving problems, it was proposed to the class to use certain models, the bar for example, however, some students preferred analytical strategies, while others considered visual strategies to be a good one. help tool for understanding and solving problems.

Keywords: Rational Numbers; Problem solving; Representations; Strategies; Difficulties.

ÍNDICE

Introdução

O presente relatório de investigação enquadra-se no âmbito da unidade curricular de Prática de Ensino Supervisionada (PES) do 2º ano do Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo. Relativamente à sua estrutura, este relatório, apresenta-se organizado em três partes distintas.

A primeira parte refere-se à caraterização dos dois contextos educativos onde se desenvolveu a Prática de Ensino Supervisionada, no que respeita ao contexto, ao meio local, à escola e à turma, bem como uma descrição sucinta de cada um dos percursos de intervenção educativa. Assim sendo, está subdividida em dois capítulos, o primeiro para o contexto do 1º Ciclo e o segundo para o do 2º Ciclo.

A segunda parte refere-se à investigação realizada no âmbito da PES, deste modo, é descrito todo percurso desenvolvido no 2º CEB, na área da matemática, em que se pretendia identificar e compreender os conhecimentos que os alunos revelam sobre os números racionais positivos, nas diferentes representações, e como as usam na resolução de problemas. Neste sentido, esta segunda parte encontra-se dividida em seis capítulos: i) *introdução,* no qual se identifica o problema em estudo e a sua relevância para o processo de ensino e aprendizagem; ii) *fundamentação teórica*, em que se apresenta uma revisão da literatura, sobre os tópicos que enquadram o presente estudo, relacionados com números racionais, em particular, com as suas diferentes representações e significados e na resolução de problemas, assim como documentos orientadores da área do ensino e aprendizagem e alguns estudos empíricos; iii) *metodologia de investigação*, onde são indicadas as opções metodológicas adotadas, os principais procedimentos, os participantes, as técnicas de recolha e análise de dados aplicadas; iv) *intervenção didática*, onde é feita uma breve descrição da intervenção didática realizada; v) *apresentação e discussão de resultados*, onde se apresentam e discutem os principais resultados obtidos; e, por último, vi) *conclusões*, em que se identificam as principais conclusões do estudo, organizadas pelas questões orientadoras enunciadas na realização deste estudo.

Na terceira e última parte, deste relatório, é desenvolvida uma reflexão global sobre o percurso pessoal durante a Prática de Ensino Supervisionada.

Parte I-

Enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada

Esta parte refere-se a todos os tópicos relacionados com a intervenção da Prática de Ensino Supervisionada, designadamente, a caracterização do contexto educativo, a organização nos dois contextos educativos, por conseguinte, está subdividida em dois capítulos, o primeiro para o contexto do 1º CEB e o segundo para o do 2º CEB. Deste modo, em cada um dos capítulos, respetivamente, é referenciada a caracterização do contexto educativo, uma descrição sucinta do percurso de intervenção educativa e a organização da referida unidade curricular.

Capítulo I – Intervenção em Contexto Educativo I

Neste capítulo, apresenta-se o enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada no contexto educativo do 1º CEB, numa turma do 4º ano. Assim, será apresentada a caracterização do contexto mencionado e uma breve descrição do percurso da intervenção educativa neste nível de ensino.

1.1. Caracterização do Contexto Educativo do 1º CEB

De modo a caracterizar o contexto acima referido, procede-se à descrição do meio local, do Agrupamento em que está inserido, da escola e, por fim, à caracterização da turma em questão.

1.1.1. O Meio Local

A intervenção em contexto educativo foi realizada num centro escolar público, inaugurado no ano letivo 2009/2010, situado numa freguesia do concelho de Viana do Castelo. Esta freguesia, enquadra-se num meio rural, alongando-se por cerca de 130 hectares, a norte da metade interior do concelho de Viana do Castelo, situada na margem direita do rio Lima, confrontando-se, em todo o seu redor, com outras freguesias também pertencentes ao concelho de Viana do Castelo.

A população desta localidade, comparativamente a outras localidades, é jovem e, de um modo geral, possui escolaridade obrigatória. A nível económico, nesta freguesia com mais de 3500 habitantes, existe uma atividade agropecuária relevante e um considerável desenvolvimento de pequenas empresas, do setor industrial, nos mais diversos setores de produção. A agricultura é um setor muito importante para a economia de muitas famílias e uma parte da população ativa ainda cultiva os seus terrenos para consumo familiar. Salienta-se que predomina, com alguma frequência, o cultivo do linho.

Na área da saúde, a freguesia dispõe de um centro e um posto médico com serviços de enfermagem, servindo toda a sua população. Contudo, carece de um centro de apoio a idosos.

No que refere a equipamentos da área desportiva, cultural e de lazer, esta localidade, tem um campo de jogos que é utilizado pela sua Associação Desportiva e Cultural. Para além disso, oferece uma sala polivalente com a finalidade de proporcionar atividades diversas no âmbito do teatro e cinema. Existe também uma escola de música, um Grupo de Danças e Cantares, um Grupo Ciclo- turístico, Confrarias e uma Sociedade Columbófila.

A nível turístico, presenteia os seus visitantes com a sua gastronomia, o seu artesanato e as suas belas paisagens.

1.1.2. O Agrupamento

O Agrupamento a que o Centro Escolar pertence, foi criado em 2002 e situa-se no concelho de Viana do Castelo, abrangendo várias freguesias deste mesmo concelho. É constituído por um jardim de infância, cinco escolas básicas com educação pré-escolar, uma escola básica e uma escola secundária, sendo esta, a sede do referido agrupamento. Existem cerca de 1070 alunos e 52 turmas abrangidos por um quadro de pessoal docente e não docente sólido e experiente. No que concerne a resultados académicos, este agrupamento apresenta resultados, de um modo geral, bastante satisfatórios.

Como oferta complementar, este agrupamento, apresenta a Cidadania no 1º ciclo e a Literacia nos 2º e 3º ciclos. Paralelamente à oferta complementar e a todas as atividades curriculares, os alunos envolvem-se em projetos de promoção dos princípios de voluntariado e solidariedade, de cidadania, de educação ambiental, educação para a saúde e higiene e segurança. As atividades enunciadas inserem-se no âmbito dos seguintes projetos: Programa Eco Escolas, Ciência em Rede-Escola da Natureza, Projeto Geoparque, Desporto Escolar, Parlamento de Jovens, Plano Nacional de Leitura (Literacias), PASSE (Programa de Alimentação Saudável em Saúde Escolar e PRESSE (Programa Regional de Educação Sexual em Saúde Escolar). O Agrupamento disponibiliza algumas variantes curriculares, na área da música, a prática cultural e desportiva, nomeadamente, o xadrez, o futsal, o basquetebol e a natação no 1º ciclo, a música na educação pré-escolar e os desportos náuticos.

No sentido de colmatar comportamentos inadequados, procede à elaboração de uma dinâmica articulada e persistente. No início de cada ano letivo, a direção e os diretores de turma procedem à divulgação dos direitos e deveres dos alunos. Com o propósito de valorizar os resultados académicos dos seus alunos, atribui prémios de mérito e excelência publicamente divulgados à comunidade educativa. Viabiliza a exposição dos trabalhos realizados pelos alunos, no âmbito das atividades letivas ou de enriquecimento curricular, participa em concursos e outras iniciativas e divulga os respetivos resultados e trabalhos. Há assim, uma considerável interação entre o Agrupamento e a comunidade escolar.

Todo o planeamento curricular é orientado numa articulação vertical, horizontal e transversal do currículo. Para promover o sucesso escolar e/ou adequação aos diversos níveis de aprendizagem, são desenvolvidos processos de adequação das práticas educativas e de ensino através do recurso a uma pedagogia diferenciada na sala de aula, interligando-se com aulas de apoio educativo, apoio pedagógico personalizado e apoio extraordinário.

Dispõe de três bibliotecas escolares que promovem a articulação curricular pela sua ação interdisciplinar e transversal a todo o Agrupamento, alargada a todos os níveis de ensino.

1.1.3. A Escola

A escola na qual se realizou a Prática de Ensino Supervisionado no 1º CEB é um centro escolar, com 88 alunos distribuídos por 5 turmas: uma turma do 1º ano, duas turmas do 2º ano, uma do 3º ano e uma turma do 4º ano. O corpo docente é constituído por 6 professores e o grupo de assistentes operacionais é composto por 5 funcionárias. Este centro escolar foi inaugurado em 2004, situava-se no centro da freguesia, junto à Igreja Paroquial, com bons acessos. Toda a zona envolvente da escola era habitacional.

O edifício, tinha excelentes condições, possuindo, no seu interior, dois pisos constituídos por diferentes espaços destinados à atividade letiva, apoio e serviços, nomeadamente, salas de aula, casas de banho para alunos e para pessoal docente e não docente, biblioteca, ludoteca e cantina com cozinha. Na área exterior ao edifício escolar, havia um campo de basquetebol e um amplo recreio.

As salas estavam equipadas com quadro interativo, computador e quadro branco. Era frequente e visível a exposição de trabalhos elaborados pelas turmas. A escola dispunha de uma diversidade de material didático e material manipulável, no entanto, pouco material tecnológico havendo somente 12 tablets, o que dificultava, deste modo, a implementação com os alunos.

A abertura da escola ocorria a partir das oito horas e quinze minutos, com a receção de uma assistente operacional que aguardava pela chegada dos alunos e os encaminhava para o interior do edifício. A componente letiva decorria entre as nove horas e as dezassete e trinta minutos, sendo as Atividades de Enriquecimento Curricular implementadas entre as dezasseis horas e trinta minutos e as dezassete e trinta minutos.

O Projeto-Escola intitulava-se *Uma Escola Com Valores e Amiga do Ambiente-Reflorestação*. Em consonância com este projeto e outros abrangentes a todo o Agrupamento, eram realizadas atividades a nível de escola, ao longo de todo o ano letivo, e sempre que possível com a participação da Associação de Pais e encarregados de educação.

1.1.4. A Turma

A turma do 1º ciclo, na qual decorreu a intervenção em contexto educativo, era constituída por vinte e seis alunos, sendo treze meninas e treze meninos e todos frequentavam pela primeira vez o 4º ano de escolaridade.

Era uma turma numerosa, heterogénea, que apresentava ritmos de trabalho e de aprendizagem bastante diferenciados, muito participativa, dinâmica e competitiva. As maiores dificuldades surgiram no âmbito da atenção/concentração e no controlo da participação de alguns alunos que, constantemente, interpelavam o questionamento por parte da professora.

Existia um aluno com NEE, tendo como diagnóstico hiperatividade com défice de atenção com associação de impulsividade, revelando alguma inconstância comportamental na interação com os colegas e adultos. A sua participação na vida escolar era condicionada pelo défice de atenção/concentração, postura face ao trabalho e dificuldades de relacionamento interpessoal. O tempo de concentração na tarefa era reduzido, necessitando de orientação para a sua conclusão. Havia 5 alunos que apresentavam um ritmo bastante lento, estando propostos para apoio educativo na área do português e matemática. De um modo geral, na turma, as principais limitações revelavam-se na produção de textos, dificuldade ao nível da ortografia, pontuação e estruturação de ideias.

Na área da matemática verificavam-se ainda lacunas ao nível do raciocínio lógico e abstrato, o que se refletia na resolução das tarefas propostas. Por outro lado, destacavam-se na turma 6 alunos que revelavam uma grande facilidade em desenvolver aprendizagens e em adquirir novos conhecimentos, demonstrando autonomia nos seus métodos de trabalho e estudo. Salienta-se a necessidade de, constantemente, facultar desafios no sentido de pôr à prova as capacidades destes alunos para possibilitar, aos restantes, a conclusão das atividades propostas pela docente.

A professora titular, com o intuito de promover, permanentemente, uma melhoria ao nível do comportamento, estabelecia regras de convivência e de sala de aula. No incumprimento dessas regras, dialogava reflexivamente com a turma, mudava um ou outro aluno de lugar e, em última instância, informava o encarregado de educação.

A turma estava envolvida em vários projetos, no âmbito da Cidadania e Desenvolvimento, quer a nível de escola, quer a nível de Agrupamento, destacando-se os seguintes: *Sustentabilidade – Reflorestação*, *Crianças e Jovens – Cidadãos, Hoje*! e *Escola da Natureza – Ciência em Rede*. As atividades eram dinamizadas no domínio da interdisciplinaridade entre as diferentes áreas curriculares.

1.2. Percurso da Intervenção Educativa do 1º CEB

Este percurso de intervenção educativa teve a duração de quinze semanas. Das quais, uma foi para observação, duas foram dedicadas à observação e intervenção e doze, destinadas à implementação no contexto educativo. Porém, frisa-se que, na primeira semana de observação procedeu-se de imediato à intervenção. Na fase de implementação, o par de estágio alternava a cada semana, lecionando três dias consecutivos, contudo, a 5ª e 10ª semanas foram de caráter intensivo, tendo cada elemento regido cinco dias.

As três semanas antecedentes à implementação permitiram o desenvolvimento do conhecimento da turma, do seu comportamento, dos seus interesses, da interação da professora cooperante com os seus alunos e das práticas e estratégias de ensino adotadas. Ao longo deste período, foram-se analisando os ritmos de aprendizagem, as dificuldades e a especificidade de dinâmicas utilizadas em sala de aula para inferir como desenvolver, posteriormente, o planeamento das aulas. Realizaram-se algumas reuniões, em conjunto com a professora cooperante, para estabelecer, em conformidade com as orientações curriculares, a escolha dos temas a lecionar, nas diversas áreas curriculares.

A fase de implementação revelou-se uma etapa de experiências bastante enriquecedoras, no sentido de avaliar e melhorar a prática pedagógica. Conferiram-se, exaustivamente, estratégias didático-pedagógicas, em todas as áreas curriculares, para que fosse possível dinamizar atividades, de ensino-aprendizagem, que interligassem o currículo prescrito com o ensino indutivo.

Conjuntamente com as regências, foi igualmente imprescindível o acompanhamento das professoras orientadoras e as reuniões de reflexões para que se proporcionasse um crescimento progressivo no processo de aprendizagem das mestrandas.

Salienta-se que toda a intervenção no contexto educativo assentou no trabalho colaborativo desenvolvido pelo par pedagógico, na abordagem dos conteúdos, no debate de ideias e estratégias para a elaboração das planificações, tendo em conta a caracterização da turma.

1.2.1. Português

Nesta área curricular, trabalharam-se diversos conteúdos dos diferentes domínios indicados no Programa e Metas Curriculares: *Oralidade, Leitura e Escrita, Educação Literária e Gramática*. Todavia, destacaram-se as dinâmicas no domínio *da Leitura e Escrita* tendo em conta as principais dificuldades da turma, já referidas anteriormente. Desta forma, as tarefas propostas à turma, incidiram, frequentemente, na leitura e elaboração de textos e ortografia. Objetivamente, para proporcionar atividades motivadoras às crianças, foram utilizadas estratégias de ensino diversificadas. Assim, utilizou-se o quadro interativo para apresentação de textos, aliou-se a leitura a músicas alusivas ao tema apresentado, propuseram-se várias atividades de construção de textos e dinamizaram-se algumas atividades de pré-leitura, leitura e pós-leitura. Quanto às atividades relativas a este domínio, enumeram-se as seguintes: ditado cantado, história dobrada, compor um texto a partir de recortes de palavras extraídas de excertos, construção de consequências narrativas, elaboração de uma história a partir de objetos exibidos, criação de narrativas com base na análise ilustrativa e jogos didáticos no quadro interativo. A turma evidenciava uma considerável satisfação e empenho nestas dinâmicas e grande pretensão em apresentar os trabalhos realizados. Na leitura, tentava-se corrigir algumas falhas nas pausas da pontuação e incorreta pronunciação.

No domínio da *Oralidade*, trabalhou-se a interação discursiva, a compreensão e a expressão oral, enfatizando a partilha de opiniões em que era solicitado aos alunos que manifestassem as suas ideias, sentimentos e pontos de vista, suscitadas pelos vários textos apresentados. Procurou-se, constantemente, corrigir o discurso oral dos alunos, no sentido de terem mais cuidado a nível de estruturas frásicas e uso de vocabulário mais elaborado.

Na *Educação Literária*, procedeu-se à leitura, análise e compreensão de obras de literatura para a infância e textos literários recomendados pelo Plano Nacional de Leitura. Para além disso, apresentaram-se diferentes tipos de textos narrativos, nomeadamente, fábulas, lendas, contos tradicionais, texto dramático e banda desenhada. Também foi explorado o texto poético a nível interno e externo.

Habitualmente, estabelecia-se a interdisciplinaridade na sensibilização para as problemáticas mundiais através da literacia. A título de exemplo, a análise e compreensão da obra "Os Direitos da Criança" de Luísa Ducla Soares, na comemoração do Dia Internacional dos Direitos da Criança.

No domínio da *Gramática*, disponibilizaram-se tarefas didáticas e interativas para consolidação de conhecimentos de assuntos relacionados com classe de palavras, morfologia e funções sintáticas.

1.2.2. Matemática

Em termos de conteúdos, a intervenção nesta área curricular assentou em dois domínios: *Números e Operações* e *Geometria e Medida*.

No domínio *Números e Operações*, abordaram-se os conteúdos: números naturais; leitura de números por classes e ordens; divisão inteira com divisores até dois algarismos usando o algoritmo e resolução de problemas; números racionais não negativos; simplificar frações, representar números racionais por dízimas; e resolução de problemas.

No domínio da *Geometria e Medida*, lecionaram-se os conteúdos: localização e orientação no espaço; situar-se e situar objetos no espaço; figuras geométricas, identificar e comparar ângulos; reconhecer propriedades geométricas; resolução de problemas.

Adotou-se um ensino exploratório, através de diálogos e dinâmicas com recurso às TIC, por exemplo, software de geometria dinâmica (GSP) e applets, material manipulável, como dobragens, investigação das potencialidades da máquina calculadora e construções na área da geometria e dos números racionais sob a forma de fração. Antes da abordagem de qualquer conteúdo novo, fazia-se uma revisão com o objetivo de analisar as ideias prévias da turma.

As principais dificuldades nesta área curricular, encontravam-se ao nível da resolução de problemas com base na realidade. Esta turma estava habituada a contextos da matemática pura, o que condicionava a capacidade de raciocínio matemático. Para tentar colmatar esta lacuna, a título de exemplo, no ensino da divisão, procurou-se relacionar os elementos da realidade, apresentados nos problemas, com os elementos do algoritmo da divisão. No estudo da Geometria, pretendeu-se estabelecer relações entre a matemática e o meio envolvente, de forma a que os alunos compreendessem que a matemática está presente em tudo o que nos rodeia.

1.2.3. Estudo do Meio

No Estudo do Meio Social, trabalhou-se o *Bloco 2: À Descoberta dos Outros e das Instituições,* no qual se abordaram os conteúdos referentes ao Passado Nacional e ao Passado do Meio Local.

No tema do Passado Nacional, fez-se uma abordagem a partir dos primeiros povos a habitar a Península Ibérica, passando pelo estudo da formação de Portugal e culminando com a Implantação da República. Ao longo destas aulas, construiu-se um friso cronológico para que os alunos tivessem uma noção de espaço e de tempo histórico.

Relativamente ao Passado do Meio Local, procurou-se sempre que possível articular os conteúdos programáticos com o meio local e a história nacional. Neste ponto salienta-se que, numa das aulas lecionadas foi criado um museu alusivo à caracterização do passado local da freguesia, nomeadamente, o trabalhar o linho desde o seu cultivo até à sua confeção, demonstrada nos trajes folclóricos da região. Além do linho em diferentes fases e dos diferentes trajes, o museu apresentava outros elementos relacionados com o folclore (ouro, acessórios, danças e cantares).

Por norma, procurou-se desenvolver uma empatia com a história com recurso ao uso das tecnologias. Assim, todas as aulas, dedicadas à formação de Portugal, foram iniciadas com músicas/vídeos que retratavam a História de uma forma lúdica e dinâmica através da animação. Inclusivamente, concebeu-se um jogo interativo intitulado "Uma Viagem pela Nossa História", com o objetivo de aprofundar conhecimentos, na turma, acerca de personagens e factos da história nacional, bem como aspetos da vida quotidiana no tempo em que estes factos ocorreram.

Na área do Estudo do Meio Físico, abordaram-se temas do *Bloco 3 — À Descoberta do Ambiente Natural,* referentes ao conteúdo *Aspetos Físicos do Meio*. Além deste, com a temática da água, lecionaram-se objetivos propostos no *Bloco 5: À Descoberta dos Materiais e Objetos*.

Proporcionaram-se, à turma, atividades experimentais com a intencionalidade de induzir nos alunos a compreensão de que os fenómenos de transformação da água, nos diversos estados físicos, não ocorrem isoladamente, mas sim de forma cíclica na natureza. Neste sentido, todas as aulas iniciavam com um questionamento, para o conhecimento das ideias prévias e conceções alternativas. Ao longo da aula, os alunos iam construindo o seu conhecimento e verificando a validade das suas ideias iniciais. Por outro lado, em todos os conteúdos, procurava-se estabelecer evidências da realidade para que as crianças inferissem como determinados fenómenos acontecem no quotidiano e na natureza. Nas atividades experimentais, adotou-se uma metodologia com recurso a protocolos do tipo POER e V de Going.

Para além do Programa, das Metas Curriculares, os Referenciais de Educação Ambiental para a Sustentabilidade e o Referencial de Defesa de Educação para a Segurança, a Defesa e a Paz também serviram como ferramenta pedagógica. Neste âmbito, planearam-se e implementaram-se algumas aulas, tendo como principal foco a sensibilização para problemáticas a nível mundial, por exemplo, a problemática ambiental sobre a qualidade e escassez de água e a das migrações forçadas.

1.2.4. Expressão Físico-Motora

Esta turma demonstrava uma certa dificuldade na realização de atividade física, havia alguns alunos que não praticavam qualquer tipo de modalidade desportiva e, este facto, revelava-se na dificuldade que apresentavam em movimentar-se.

As atividades planificadas incidiram em diferentes blocos dedicados a esta disciplina: Deslocamentos e Equilíbrios, Perícias e Manipulações e Jogos.

Ao longo das intervenções, foram sentidas dificuldades na organização da turma e gestão de tempo das atividades, devido à extensão da turma. Deste modo, em concordância com a professora supervisora desta área, dividiu-se o campo de atividades em várias secções. Desta forma, existiam várias atividades em paralelo sem atropelos ou confusões e toda a turma mantinha-se em atividade física. Assim, durante o tempo destinado pela professora estagiária, um grupo encontrava-se a trabalhar Deslocamentos e Equilíbrios, outro Perícias e Manipulações e os restantes alunos trabalhavam o Bloco dos Jogos.

Foi notável a satisfação e o empenho da maioria dos alunos, nesta área.

1.2.5. Atividade de Intervenção Curricular

A Atividade de Intervenção Curricular apresentada realizou-se no Centro Escolar, fora do contexto de sala de aula, nomeadamente, no espaço exterior do edifício, com a turma do 4ºano, tendo a duração de um dia letivo.

Esta atividade visava promover experiências de aprendizagem diferentes, num espaço não-formal. Inseriu-se no âmbito do Projeto Educativo da Escola: Uma Escola Com Valores e Amiga do Ambiente - A Reflorestação. O tema escolhido foi *A Importância da Árvore*, sendo os subtemas a problemática da desflorestação e a importância da reflorestação.

Uma vez que se tratava de um tema abrangente achou-se pertinente centrar esta proposta na importância da árvore, com o intuito de promover a sustentabilidade e cidadania global. A intencionalidade didática teve como base sensibilizar os alunos para as problemáticas ambientais e sociais no domínio do tema principal do Projeto Educativo da Escola. Focámo-nos na importância de consciencializar as crianças para a temática ambiental referida, mudando mentalidades, valores e comportamentos. Deste modo, poderiam deixar de olhar para a natureza como inesgotável fonte de bens e recursos, passando a respeitar o equilíbrio do ecossistema.

1.2.6. Envolvimento na comunidade educativa

Em termos de envolvimento na comunidade educativa, o par de estágio que acompanhou a turma do 4.º ano, participou nos vários projetos em que a mesma estava envolvida.

Primeiramente, é de referir a participação no projeto "Alimentação Saudável em Saúde Escolar", no âmbito do qual se construiu uma roda dos alimentos com todos os alunos da escola. Esta roda dos alimentos constituiu uma ação a nível de escola e foi apresentada no jantar do Dia Mundial da Alimentação, para toda a comunidade educativa (figura 1).

Figura 1. Roda dos Alimentos

No âmbito do projeto do Plano Nacional de Leitura, as professoras estagiárias intervieram, junto da turma, na preparação da receção e visita da escritora Isabel Zambujal. Com este fim, foi promovida a leitura da obra da autora "A Menina que Sorria a Dormir" e a realização de decorações alusivas ao livro para adornar a escola aquando da visita. Para além desta atividade, foi realizada, em sala de aula, a leitura, análise e compreensão do livro "A Maior Flor do Mundo" de José Saramago, uma vez que um dos alunos da turma seria selecionado para participar no Concurso Nacional de Leitura.

No dia 5 de novembro, o par de estágio preparou uma sessão de esclarecimento, não só para a sua turma, mas para toda a comunidade escolar, sobre como atuar em caso de ocorrência de um sismo. Além disto, elaborou um folheto desdobrável, alusivo a este mesmo tema. É de referir que estas atividades foram realizadas no âmbito do projeto nacional "A Terra Treme" (figura 2).

Figura 2. Projeto “A Terra Treme”

Salienta-se a dinamização da festa de Natal, para toda a escola, onde se procederam aos preparativos e decorações natalícias. Usando os pacotes de leite reaproveitados e outros materiais reciclados, construiu-se: uma árvore de Natal e uma cabana com a Sagrada Família. Todos os alunos da escola participaram na decoração, criando os efeitos da árvore de Natal. Para a articulação familiar, cada aluno junto da sua família, escreveu uma mensagem natalícia num pequeno papel em forma circular, que foi posteriormente colado em estrelas de diferentes cores, na porta de entrada e na janela da sala de coordenação da escola (figura 3).

Figura 3. Decoração de Natal

No âmbito do projeto de escola intitulado “Uma escola com Valores e Amiga do Ambiente- A Reflorestação”, a primeira dinâmica em que as professoras estagiárias participaram ocorreu em outubro e consistia numa caminhada desde a escola até a um terreno desflorestado da freguesia para a plantação de árvores de espécies autóctones (bétulas, carvalhos e castanheiros) (figura 4). Sempre que possível, este tema da reflorestação foi articulado com alguns conteúdos programáticos.

Figura 4. Reflorestação

A nível de turma, participou-se no projeto “Ciências em Rede” protocolado com o CMIA. Este projeto, teve como objetivo principal providenciar o contacto dos alunos com o meio natural e o desenvolvimento de um conjunto de atividades que promovessem a interpretação dos ecossistemas - mar, rio e montanha. Em novembro a turma dirigiu-se até a uma ribeira da freguesia para desenvolver as atividades. Neste projeto estavam dois representantes do CMIA, dinamizadores das atividades, e as professoras cooperante e estagiárias a auxiliar nas dinâmicas (figura 5).

Figura 5. Ciências em Rede

Na penúltima semana do percurso de estágio, foi possível, ainda, acompanhar os alunos do 3º e 4º anos, na elaboração de uma história que o centro escolar apresentou nos “Contos na Rádio”, um projeto proposto pela Rádio Alto Minho.

A intervenção das estagiárias foi notória, também, em atividades não letivas, como a apresentação de duas dramatizações teatrais para toda a escola, no dia da festa de Natal e no último dia de estágio. Além disso, participamos em reuniões de escola para a realização das diferentes atividades. Quanto à turma do 4ºano, a professora cooperante fazia questão que as professoras estagiárias comparecessem nas reuniões com os encarregados de educação, para acompanhar o aproveitamento escolar dos filhos, quer ao nível de notas, quer comportamental.

Capítulo II – Intervenção em Contexto Educativo II

Neste capítulo, apresenta-se o enquadramento da Prática de Ensino Supervisionada no contexto educativo do 2º CEB, numa turma do 6º ano. Assim, será apresentada a caracterização do contexto mencionado e uma breve descrição do percurso da intervenção educativa neste nível de ensino.

1.1. Caracterização do Contexto Educativo do 2º CEB

A descrição do contexto do 2ºCEB remete-se às características do meio local (geográficas, sociais, económicas e culturais), à caracterização do Agrupamento em que a escola está inserida, à caracterização da escola e, por fim, à caracterização da turma em questão.

1.1.1. O meio local

O contexto educativo onde foi desenvolvida a segunda parte da Prática de Ensino Supervisionada insere-se num Agrupamento de Escolas localizado numa freguesia do Município de Viana do Castelo.

Esta freguesia é delimitada por montes e por mar e, de acordo com os dados disponibilizados na plataforma digital da freguesia, é povoada por 4,927 habitantes (INE, 2011) com 2,07 km^2 de área e densidade de 2723,2 hab/km^2. Sendo uma zona piscatória e portuária, grande parte da atividade laboral insere-se na pesca e na indústria naval, no entanto, o comércio e o artesanato também são atividades de grande destaque.

No que respeita à área desportiva, cultural e de lazer, esta comunidade dispõe de: um grupo folclórico, uma associação de juventude, um clube de futebol, uma escola desportiva e um centro cultural. A nível patrimonial e turístico, apesar de dotada de belas paisagens, também é uma freguesia rica em património, onde se incluem várias igrejas, capelas, museus e monumentos com interesse histórico, artesanato e uma gastronomia muito peculiar.

1.1.2. O Agrupamento

Em harmonia com o Projeto Educativo (2015/2018), o Agrupamento, na qual se insere a escola onde foi desenvolvida a segunda parte da PES, entrou em funcionamento em abril de 2013. É constituído por oito unidades educativas: um Jardim de Infância, cinco Escolas Básicas do 1º Ciclo (duas com JI), uma Escola Básica do 2º e 3º Ciclos do Ensino Básico e uma Escola Secundária, que assume a condição de escola sede. Congloba espaços educativos com algumas décadas de existência e instituições escolares com mais de um século de vida.

O Agrupamento em questão era frequentado por 2767 alunos, distribuídos pelos diferentes níveis de ensino, incluindo adultos no ensino secundário. Os alunos deste agrupamento eram, predominantemente, oriundos do concelho de Viana do Castelo, no entanto, no nível do Ensino Secundário, também recebia alunos de outros concelhos. Na população escolar refletia-se uma heterogeneidade das proveniências urbanas e rurais dos alunos, do mesmo modo que alguma diversidade de origem ética e cultural. No âmbito socioeconómico também se reconhecia alguma discrepância, pois cerca de 30,4% dos alunos eram abrangidos pela Ação Social Escolar. Por outro lado, esta instituição tinha aproximadamente 140 alunos com Necessidades Educativas Especiais.

O pessoal de docentes era constituído por 290 educadores e professores habilitados, e 87 indivíduos compunham o grupo de pessoal não docente.

Para além dos percursos curriculares comuns a outras instituições públicas similares, os vários estabelecimentos de ensino também oferecem formações diversificadas, no domínio de: Cursos Vocacionais, Cursos Profissionais, Ensino Recorrente, Cursos de Educação e Formação de Adultos, Processo de Reconhecimento Validação e Certificação de Competências e “Português para Todos”.

Paralelamente aos contextos curriculares formais e em parceria com algumas autarquias, instituições e empresas, e relações protocoladas no Agrupamento, são desenvolvidos os seguintes projetos: Comenius INTERNETless, Eco escolas, Erasmus +, Global schools - Global learning in Primary Education, Euroscola, Parlamento Europeu dos Jovens- EYP, Educação para o Empreendedorismo, Ler + Avós com voz, Concurso “Expressões e Sensações”, Desporto Escolar, Parlamento dos Jovens, Ciência Viva, Noites de Poesia, Espaço- Memória, Grupo "Na-Boa-Bai-Ela" e Grupo Folclórico. Como apoio aos alunos, o Agrupamento promove outros projetos, designadamente: Atletismo nas Escolas, Missão C, Música para Todos, Náutica nas Escolas, Natação, Patinagem, Artspot (Ensino Artístico em Rede), TIC, Clube Europeu, Clube de Aeromodelismo, Clube de Cerâmica, Clube TIC, Clube das Cordas, Clube dos 4 Rs, Promoção da Leitura e Sénior +.

No sentido de colmatar e dar resposta a todas as necessidades dos alunos e, essencialmente, combater o abandono escolar, o agrupamento dispõe de um alargado conjunto de serviços: bibliotecas escolares, Departamento de Educação Especial, Departamento de Psicologia onde se orienta o desenvolvimento pessoal e académico dos alunos e se trabalha para a integração escolar e o Gabinete do Aluno.

1.1.3. A Escola

A escola na qual se realizou a Prática de Ensino Supervisionada no 2º CEB era uma escola do 2ºCEB e do 3º CEB, com cerca de 500 alunos distribuídos por 23 turmas.

A nível estrutural era um edifício, visivelmente, com algumas décadas de existência. O seu interior era dividido em rés-do chão e primeiro piso, dispunha de 28 salas de aula, entre as quais havia: duas para Apoio ao Estudo, uma para Tecnologias de Informação e Comunicação, uma para Educação Visual, duas para Educação Visual e Tecnológica, duas para Ciências Naturais (uma dotada de laboratório) e, por fim, uma como laboratório de Física e Química. Para além disto, era composto por uma biblioteca, uma cantina, um bar, uma reprografia, uma secretaria, uma sala para os professores com bar, dois gabinetes para a Direção da escola e seis casas de banho. O espaço comum disponibilizava vários locais de descanso, com bancos e mesas reciclados, uma vez que esta escola trabalhava muito a dinâmica da reciclagem, e um elevador com acesso ao primeiro piso. Também aqui, eram, frequentemente, elaboradas e visíveis exposições de trabalhos realizados pelos alunos. No exterior do edifício havia um campo de futebol vedado com rede, um campo de basquetebol, uma mesa de ping-pong. Todo o espaço circundante da escola tem um piso em cimento e pequenos espaços verdes. Ao longo de toda a sua extensão existiam vários bebedouros, bancos e jogos tradicionais representados no chão. Na entrada da escola, no portão, e na entrada do edifício encontravam-se rampas para que permitissem o tráfego de pessoas com mobilidade reduzida.

No que se refere a materiais, esta escola dispunha de algumas salas equipadas com quadro interativo, e todas com projetor e tela, computador, colunas de som e quadro branco. Para além disto, existiam vários locais (armários), distribuídos pelo edifício, com uma diversidade de material didático e material manipulável. Inclusivamente, quer o laboratório de Ciências Naturais quer o de Física e Química apresentavam um diversificado conjunto de materiais, que respondiam às necessidades das tarefas laboratoriais.

1.1.4. A Turma

A turma do 2ºCEB, na qual decorreu a intervenção em contexto educativo, era uma turma do 6º ano, constituída por vinte e um alunos, sendo onze meninas e dez meninos, com idades compreendidas entre os onze e os treze anos, e nenhum deles registava qualquer retenção. Esta turma tinha um Ensino Articulado, da qual apenas 6 alunos não faziam parte. Neste sentido, existia uma articulação pedagógica entre o Conservatório e a escola do Ensino Regular, de forma a minorar a carga horária da turma e não duplicar disciplinas. Deste modo, o plano curricular desta turma era especificamente adaptado, em que as disciplinas do Conservatório substituíam as disciplinas de formação artística do Ensino Regular.

A nível de aprendizagem, a referida turma apresentava uma avaliação global bastante satisfatória, havendo até alguns alunos de Mérito Académico, sendo reconhecida como a melhor turma do 6º ano. É de assinalar que existiam duas alunas com Dislexia diagnosticada, que possuíam um PAP (Plano de Acompanhamento Pedagógico), mas que não apresentavam qualquer tipo de dificuldades, registando até um bom desempenho em todas as áreas disciplinares. Por outro lado, havia uma aluna com NEE (Necessidades Educativas Especiais), com um PAP e dificuldades detetadas na área do Português e da Matemática, no entanto atingia os objetivos satisfatórios. Também existia um aluno que beneficiava de apoio na área da Matemática, conseguindo atingir os objetivos pretendidos.

Relativamente ao comportamento, havia um grupo de alunos que mantinha constantemente conversas paralelas, sendo necessário interromper, reiteradamente, as aulas para repreensões. No entanto, este grupo, quando questionado, respondia sempre acertadamente a qualquer questão, ou seja, mesmo que não parecesse, estavam sempre atentos à aula. De um modo geral, a turma era muito participativa e interessada, respondiam sempre às questões apresentadas, davam sugestões e colocavam questões. Tendo em conta a grande afluência à participação, era imprescindível dirigir as questões aleatoriamente e solicitar a calma e o respeito pelos restantes colegas e professora. Na elaboração de tarefas, principalmente na área da Matemática, demonstravam alguma resistência em não as realizar. Quanto ao trabalho colaborativo, era evidente que estes alunos não estavam habituados a trabalhar em conjunto, pois tornavam-se extremamente barulhentos e dispersavam-se dos objetivos pretendidos para o trabalho em questão.

A título de conclusão, apesar do comportamento, que por vezes exigia de mim uma atenção reforçada, e não invalidando a sua boa índole, esta era uma turma muito participativa e interessada, com muitas capacidades com a qual se podia trabalhar muito bem e, naturalmente, aprofundar conhecimentos.

1.2. Percurso da Intervenção Educativa do 2º CEB

O referido percurso teve a duração de quinze semanas. Sendo que, nas cinco primeiras semanas, o objetivo era observar a turma e intervir, se necessário, apoiando o professor cooperante e ajudando os alunos nas diversas tarefas. Estas primeiras semanas foram importantes, no sentido em que, serviram para que, eu e a minha colega de estágio, conhecêssemos a turma, o trabalho do professor cooperante e a relação que este mantinha com a turma. Nas dez semanas posteriores foi realizada a implementação no contexto educativo, na área das Ciências Naturais e na de Matemática. A minha implementação, nas duas áreas, intercalou-se com a implementação da minha colega de estágio. Assim, nas primeiras cinco semanas lecionei a disciplina de Ciências Naturais e nas cinco últimas lecionei a disciplina de Matemática, sendo que, na última semana de cada bloco foram realizados o teste de avaliação e a sua correção.

O planeamento das intervenções letivas foi realizado em conformidade com os conteúdos programáticos, tendo em conta as orientações curriculares de Matemática e Ciências Naturais aliadas aos documentos das Aprendizagens Essenciais e ao Referencial de Educação para o Desenvolvimento, com o apoio das Professoras Supervisoras e do Professor Cooperante. Posto isto, individualmente, nas duas semanas antecedentes à nossa intervenção em cada uma das áreas curriculares, elaboramos um plano de aulas, optando por atividades, estratégias e recursos que nos pareciam mais eficazes. Posteriormente, entregamos ao Professor Cooperante e depois à Professora Supervisora, da área em questão, para que as analisassem e pudessem indicar alguma correção.

No final de cada aula lecionada, procedíamos a uma reflexão onde indicávamos as nossas fragilidades e/ou estratégias de melhoria e ouvíamos a opinião da colega de estágio e do Professor Cooperante que nos indicava, se necessário, pontos a melhorar no nosso desempenho. Para além destes dois elementos, quando as aulas eram supervisionadas pela Professora Supervisora também esta revelava a sua opinião e suscitava orientações. Tendo em conta esta dinâmica e se se justificasse, eram efetuadas algumas retificações na planificação da aula sequente.

Seguidamente, é apresentada uma síntese do percurso interventivo em cada uma das áreas lecionadas.

1.2.1. Ciências Naturais

Na referida área curricular foram trabalhados os subdomínios Trocas nutricionais entre o organismo e o meio: nas plantas e Transmissão de vida: reprodução nas plantas, enquadrados no domínio Processos Vitais Comuns aos Seres Vivos.

No sentido de compreender as ideias prévias dos alunos promovendo, a partir daí, o desenvolvimento de novos conhecimentos, cada aula era iniciada, sempre que se justificasse, com revisões dos conteúdos tratados em anos letivos anteriores, como aconteceu, a título de exemplo, na primeira aula em que a questão fulcral, para iniciar o tema da Fotossíntese, foi: "Como se alimentam as plantas?". Era esperado que dissessem, por exemplo, que as plantas se alimentam de água e sais minerais, nunca indicariam que o alimento das plantas é a glicose (e foi realmente o que aconteceu). Naquele momento, não retifiquei as respostas, simplesmente, lhes disse que íamos descobrir, ao longo das aulas seguintes, qual era realmente o alimento das plantas. Para além disto, na abertura de cada aula era realizada uma síntese da aula anterior, com questões em grande grupo, para que de alguma forma, a turma, recordasse o assunto abordado anteriormente e fosse criado um fio condutor com a presente aula.

Um dos propósitos do ensino das Ciências é incrementar uma aprendizagem relevante de assuntos que se enquadrem no quotidiano dos alunos (Cândido, Leite, & Singo, 2017), para tal procurei sempre contextualizar os temas abordados para promover o interesse e uma melhor compreensão nos alunos. À vista disto, nas minhas implementações, procurei sempre estabelecer conexões entre a realidade das crianças e as Ciências Naturais. Elaborei sempre aulas de caráter teórico-prático, promovendo atividades lúdico-didáticas, prevalecendo sempre o diálogo e a partilha de ideias, na qual intervinha, sempre que necessário para que se desenvolvesse ou consolidasse uma maior compreensão do assunto tratado.

Neste seguimento, propus à turma, dividida em grupos, algumas atividades de investigação práticas, planeadas para verificarem alguns fenómenos nas plantas- a transpiração nas plantas e a subida da seiva bruta através dos vasos condutores- e investigarem quais as substâncias de reserva presentes na batata, noz e amendoim. Na abordagem dos assuntos sobre as partes constituintes da planta e da flor optei por não utilizar somente esquemas. Apresentei à turma plantas e flores verdadeiras para que explorassem os diferentes elementos, em grupo e/ou individualmente, e os comparassem com os esquemas que tinham no livro para assim identificarem cada uma das partes. Em outra vertente, foi dinamizada uma aula em modo de debate, baseada numa atividade apresentada no livro Global Schools, baseada no plano de Propostas de integração curricular da Educação para o Desenvolvimento e Cidadania Global no 1.º e 2º CEB, sobre a importância da existência das plantas para a vida na Terra, em que os alunos apresentavam as suas ideias e os colegas contrapunham ou concordavam podendo acrescentar algum ponto pertinente. É relevante acrescentar que eu ia colocando questões orientadoras de modo a orientar o debate. Considerei esta aula muito importante porque alertei os alunos para várias problemáticas da atualidade (desflorestação, poluição…) conciliando com o conteúdo programático que tinha de lecionar. Para além disso, foi uma aula diferente e dinâmica à qual os alunos não estavam habituados. Neste tipo de aula predominou a discussão e partilha de ideias sendo valorizadas as ideias prévias e conhecimentos dos alunos, por outro lado, foi visível a liberdade que as crianças sentiram em expor completamente as suas opiniões.

De um modo geral, na abordagem dos diferentes temas recorri a materiais multimédia, tais como, vídeos e apresentações interativas em powerpoint, em que previamente a cada diapositivo questionava a turma sobre o que eles pensavam acerca daquele assunto, e só depois explicava, corrigindo e acrescentando informação. O manual de Ciências Naturais era utilizado basicamente para leitura em casa e para situações pontuais, como já foi referenciado.

1.2.2. Matemática

A intervenção didática nesta área enquadrou-se no domínio Números e Operações (NO6), no conteúdo Números Racionais, como estabelecido nas Metas Curriculares do Ensino Básico e no documento Aprendizagens Essenciais, do 6º ano de escolaridade. Neste seguimento, no tema Números Racionais foram abordados os assuntos Números Racionais Positivos e Negativos e Adição e Subtração de Números Racionais.

As aulas foram dinamizadas com base na comunicação pois, como nos é indicado em Princípios e Normas para a Matemática Escolar [NCTM] (2007), a comunicação é apontada como sendo a parte fundamental da aula de matemática. E como é reforçado por Fonseca (2007), a comunicação matemática nas aulas desta disciplina proporciona aos alunos momentos de partilha e elucidação de ideias desenvolvendo, deste modo, o seu pensamento matemático.

Assim sendo, na abertura de cada aula fazíamos uma síntese da aula anterior com o objetivo de criar um fio condutor com a presente aula e, posteriormente, informava a turma do que iriamos trabalhar, com exceção da primeira aula em que comuniquei à turma que iríamos mudar de tema, deixariam a Geometria e entraríamos nos Números Racionais. Assim, tive a oportunidade de lhes suscitar curiosidade e informá-los para que não se sentissem confusos. Para além disto, aproveitei para fazer uma abordagem, em modo de revisão, alusiva aos números racionais, colocando algumas questões, tais como: "Quem se recorda do que são números racionais?", "Deem-me exemplos de números racionais.". Tornando-se assim, o ponto de arranque para a minha dinâmica didática.

No decorrer de cada sessão, em particular na introdução de novos assuntos, a minha intervenção seguia sempre em paralelo com o questionamento à turma, isto é, tendo em conta o propósito da aula, solicitava aos alunos sugestões, opiniões e partilha de ideias e terminava com uma discussão, em grande grupo, e depois com uma síntese.

Na concretização de tarefas destacaram-se os exercícios e os problemas. Os exercícios para a aplicação e consolidação de conhecimentos, e os problemas com o propósito dos alunos explorarem conceitos matemáticos, desenvolverem a compreensão e a capacidade de relacionarem estratégias e propriedades matemáticas (Vale & Pimentel, 2004a; Ponte, 2005). Na resolução de problemas utilizei como estratégias visuais os modelos de área (modelos circulares e retangulares), os modelos discretos (por exemplo, dobragens de tiras de papel), a reta numérica e o modelo da barra.

A minha prática letiva incidiu sempre no ensino exploratório que, como nos indicam (Canavarro, Oliveira, e Menezes, 2012), enfatiza a atividade de ensino e aprendizagem na medida em que os alunos, em contexto de uma atividade matemática, para além de interagirem com o conhecimento matemático também o fazem com os colegas e o professor, partilhando com estes as suas ideias. A título de exemplo, na abordagem da adição e subtração de números racionais recorri a materiais manipuláveis como as barrinhas chinesas, que foram substituídas por palhinhas pretas e vermelhas. Deste modo, proporcionei à turma duas das aulas de caráter exploratório, na medida em que, a partir da utilização das barrinhas chinesas, conseguiram facilmente constatar a existência de generalizações nas regras operacionais na adição e subtração de números racionais. Salienta-se que, a partir destas duas aulas, os alunos atingiram os objetivos pretendidos neste assunto. Também neste tema achei pertinente fazer uma pequena abordagem histórica da matemática, nomeadamente, sobre quem foram os primeiros povos a utilizar os números negativos.

Por outro lado, do mesmo modo que dinamizei as aulas de Ciências Naturais, também na disciplina de Matemática procurei estabelecer conexões com a realidade dos alunos e esta área. Ou seja, quer na abordagem de conteúdos novos quer nos problemas apresentados, expus sempre exemplos do quotidiano das crianças, para assim proporcionar-lhes um conhecimento com significado real, de forma a entenderem a importância da matemática no seu dia a dia. Um dos exemplos foi na representação e comparação de números positivos e negativos em que lhes apresentei os casos da temperatura, do elevador e das dívidas. Também, na temática do módulo da diferença de dois números apresentei uma tarefa "A casa do Tomás" (anexo 1), como exemplo do dia a dia, desviando a minha pedagogia das estratégias apresentadas no manual. Saliento que esta aula, em consequência da dinamização desta tarefa, revelou-se particularmente compensatória, no sentido em que a turma se manteve consideravelmente motivada e participativa, apresentando sugestões válidas de resolução e demonstrando aquisição de conhecimentos.

Tendo em conta o comportamento da turma, já referenciado anteriormente, especialmente em aulas de caráter mais prático, utilizei uma estratégia alternativa que se revelou bastante válida. Na resolução da tarefa "Números Racionais- Parte 3" presenteei os alunos com uma sequência de músicas, pouco ritmadas, num tom baixo, do seu agrado, enquanto trabalhavam. As tarefas eram apresentadas uma a uma e no momento da sua resolução colocava a música e ia acompanhando cada aluno no seu lugar. Posteriormente, aquando da discussão de resultados desligava a música e procedíamos à correção e partilha de ideias. Posto isso, apresentava a tarefa seguinte e voltava a colocar a música. A turma manteve um comportamento exemplar, não houve agitação e em prol disso todos os alunos participaram fazendo ouvir-se e ouvindo, sem que fossem necessárias as chamadas de atenção.

Em suma, pretendi dar à turma aulas bem diferentes daquelas a que estavam habituados e, por sua vez, a turma proporcionou-me momentos de grande satisfação. Como referi anteriormente, estes alunos dispunham de muitas capacidades, interessavam-se em adquirir mais conhecimentos e eram muito participativos. Apesar do seu comportamento, por vezes, não ser o ideal, não invalidou que estas aulas se tornassem realmente positivas, proporcionando-me muitos momentos de partilha de aprendizagem.

Parte II- Trabalho de Investigação

Na segunda parte deste relatório apresenta-se todo o desenvolvimento inerente ao estudo desenvolvido ao longo da PES, no 2ºCEB, estando dividido em seis capítulos.

O primeiro capítulo concerne o enquadramento do problema e as questões orientadoras para a investigação. No segundo capítulo é exibida a fundamentação teórica respeitante aos temas integrados neste estudo. O terceiro capítulo caracteriza as opções metodológicas utilizadas, descrevendo-se o contexto e os procedimentos, os métodos de recolha e análise de dados. Relativamente ao quarto capítulo é apresentado todo o desenvolvimento da intervenção didática, onde se explica como se processou a prática letiva e se descrevem as tarefas propostas à turma, bem como, os seus objetivos e expetativas de resolução. No quinto capítulo são apresentados e discutidos os resultados obtidos a partir da análise de dados. Por fim, no sexto capítulo são reveladas as conclusões deste estudo conduzidas pela resposta às questões orientadoras e, ainda, algumas das limitações encontradas no decorrer deste estudo.

Capítulo I – Introdução

O presente capítulo inicia-se com uma breve fundamentação sobre a investigação conjuntamente com a sua pertinência. Posteriormente, apresenta o problema e as questões orientadoras que guiaram este estudo.

1.1. Pertinência do estudo

Os Números Racionais são um tema curricular onde os alunos apresentam muitas dificuldades, devido à grande complexidade de conceitos, em parte associada às suas diferentes interpretações, sendo considerado um tema estruturante no ensino da matemática, pois promove o desenvolvimento do raciocínio matemático e, neste sentido, torna-se fundamental para aprendizagens futuras (Pinto, 2011; Vale & Barbosa, 2019; Ventura, 2013). O défice na aprendizagem dos Números Racionais revela-se um sério problema no pensamento matemático dos alunos, devido à complexidade e diversidade de conceitos, pelo que é importante que os alunos adquiram um conhecimento concetual do número racional para potencializar a aprendizagem dos Números Racionais e consequentemente da Matemática. Contudo, a compreensão dos conceitos inerentes aos Números Racionais é crucial para aprendizagens futuras pois, de acordo com Pinto (2011), seguindo a linha de pensamento de alguns autores (Behr, Lesh, Post & Silver, 1983), promove nos alunos competências para: i) na prática, compreenderem e resolverem situações e problemas do seu quotidiano; ii) a nível psicológico, desenvolverem estruturas mentais; e iii) na aprendizagem da matemática, adquirirem bases fundamentais para novos conhecimentos matemáticos. Neste sentido, é basilar que os alunos distingam os vários significados dos números racionais sob a forma de fração (medida, razão, quociente, operador e parte-todo) e reconheçam as suas várias representações (Pinto, 2011). Com este objetivo, para se promover uma compreensão significativa do conceito de número racional, nos alunos, deve enfatizar-se a exploração de tarefas que abranjam os diferentes significados de número racional, as diferentes formas de o representar, e que promovam o estabelecimento de conexões entre as diferentes representações do número racional (Ministério da Educação e Ciência, 2007).

A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação são processos que devem acompanhar sempre o ensino e aprendizagem da Matemática. Neste sentido, para aprendizagens significativas, devem ser propostas aos alunos tarefas que estabeleçam aprendizagens na Matemática e na resolução de problemas, que permitam o uso de várias estratégias e diferentes formas de representação. Paralelamente a esta proposta, os alunos devem ser motivados para o discurso matemático, colaborando e discutindo diferentes estratégias de resolução (NCTM, 1994).

Na resolução de problemas é fundamental que os alunos trabalhem as várias representações dos Números Racionais, com tarefas do seu contexto, que lhes permitam justificar o seu raciocínio, fazer generalizações e compreender a relação entre as diferentes representações, para que a aprendizagem deste assunto seja concretizada de uma forma gradual e assegurada (Carvalho, 2005). Por conseguinte, é primordial que os alunos apresentem conhecimento concetual (conhecimento de conceitos e das suas relações) para que, aliado ao conhecimento procedimental (conhecimento de regras, procedimentos e algoritmos), possam resolver problemas recorrendo a várias estratégias, inclusivamente, as visuais, ganhando assim bases para resolver qualquer tipo de problema (Vale & Barbosa, 2019). Segundo Pinto (2011), no âmbito dos números racionais, vários autores apontam para a importância da compreensão concetual, em detrimento da procedimental, e da linguagem simbólica. As representações estão subjacentes à Matemática e ao processo de ensino e aprendizagem porque complementam conceitos e promovem a interpretação de outras representações. O anterior Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007) preconiza que deve ser dada a oportunidade aos alunos de compreenderem as diversas representações dos números racionais e as relações que existem entre elas. Adianta ainda que os alunos devem compreender a existência das várias representações e, deste modo, passarem de uma representação para outra, pois esta capacidade é tão significativa como saber interpretar a informação apresentada.

A aprendizagem dos Números Racionais, nomeadamente, a conexão entre as várias representações é facilitada se se recorrer a estratégias visuais na resolução de problemas (NCTM, 2007). Segundo Vale (2017) a aplicação de representações visuais permite ajudar a resolver um problema e propicia a compreensão de outras representações. As estratégias visuais na resolução de problemas, no âmbito dos Números Racionais, podem incluir, por exemplo, os modelos de área (modelos circulares e retangulares), modelos físicos (por exemplo, tiras de papel), a reta numérica e o modelo da barra (Vale & Barbosa, 2019).

No Programa de Matemática vigente (Ministério da Educação e Ciência, 2013), ao contrário do que acontecia no Programa anterior (ME, 2007), não se enfatiza a importância da apresentação de tarefas com uma abordagem às várias interpretações dos números racionais, sob a forma de fração, nem na abordagem das várias representações dos números racionais e as relações entre si.

1.2. Problema e Questões do Estudo

Perante o exposto, e durante a lecionação da Unidade temática - Números Racionais, pretendeu-se identificar, com este estudo, o conhecimento que alunos do 6º ano revelam sobre números racionais (positivos). Ou seja, pretendia-se identificar e compreender os conhecimentos que os alunos revelam sobre os números racionais positivos, nas diferentes representações, e como as usam na resolução de problemas.

Neste sentido, foram delineadas algumas questões orientadoras para este estudo:

1ª Quais as principais dificuldades que os alunos apresentam na utilização das diferentes representações de números racionais positivos?

2ª Quais as representações de números racionais privilegiadas pelos alunos na resolução de problemas?

3ª Quais as principais estratégias e dificuldades reveladas pelos alunos na resolução de problemas?

Capítulo II – Fundamentação Teórica

Neste capítulo apresenta-se uma revisão da literatura, sobre os tópicos inerentes ao presente estudo, encontrando-se dividido em três partes: Números Racionais, Resolução de Problemas e, posteriormente, Estudos Empíricos. A primeira parte inicia-se com algumas apreciações sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Básico, fundamentadas em documentos orientadores. Posteriormente, faz-se uma apresentação de conceito de número, seguindo-se uma abordagem às representações e significados, terminando com a exposição de algumas dificuldades mais frequentes no desempenho escolar dos alunos. Na segunda parte, abordam-se algumas ideias fulcrais no âmbito da resolução de problemas. Depois, enumeram-se algumas das estratégias e representações visuais. E, por fim, apresentam-se alguns dos modelos visuais mais relevantes no ensino e aprendizagem da Matemática. Por fim, são apresentados alguns estudos empíricos no âmbito do ensino dos números racionais.

1. Números Racionais

1.1. Orientações programáticas e curriculares

Ao longo de quatro ou cinco milénios, a prática e conceitos da matemática têm sido interligados com a vida do Homem (Davis & Hersh, 1995). Sendo assim,

> A Matemática é uma das ciências mais antigas e é igualmente das mais antigas disciplinas escolares, tendo sempre ocupado, ao longo dos tempos, um lugar de relevo no quadro curricular dessas disciplinas. A Matemática não é uma ciência sobre o mundo, natural ou social, no sentido em que o são algumas das outras ciências, mas sim uma ciência que lida com objectos e relações abstractas. É, para além disso, uma linguagem que nos permite elaborar uma compreensão e representação desse mundo, e um instrumento que proporciona formas de agir sobre ele para resolver problemas que se nos deparam e de prever e controlar os resultados da acção que realizarmos (ME, 2007, p.2).

Na perspetiva da DGE (2017) no documento *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória*, tendo em conta a sociedade e toda a sua multiplicidade, a Educação deve "… criar condições de equilíbrio entre o conhecimento, a compreensão, a criatividade e o sentido crítico", para que, ao longo da escolaridade obrigatória se formem "pessoas autónomas e responsáveis e cidadãos ativos". Simultaneamente, a NCTM (2017) refere que um ensino eficiente é aquele que permite estabelecer uma comunicação entre professor e alunos, de modo a que estes tenham oportunidade de desenvolver o seu raciocínio e criatividade, expondo as suas ideias, resolvendo problemas e tomando decisões dando sentido aos conceitos matemáticos.

No atual *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico* (MEC, 2013) toda a organização curricular desta área foi concebida no sentido de indicar "quais os conhecimentos e as capacidades fundamentais que os alunos devem adquirir e desenvolver." (p. 1). Preconiza que a aprendizagem da matemática deve ser progressiva pois, "a aquisição de certos conhecimentos e o desenvolvimento de certas capacidades depende de outros a adquirir e a desenvolver previamente." (p.1). A estruturação do pensamento, a análise do mundo natural e a interpretação da sociedade são as finalidades deste programa. Defende, de igual modo que "O gosto pela Matemática e pela redescoberta das relações e dos factos matemáticos (…) constitui um propósito que pode e deve ser alcançado através do progresso da compreensão matemática e da resolução de problemas" (p. 2).

Neste sentido, foi concebido um conjunto de objetivos que representam os desempenhos essenciais que os alunos deverão demonstrar no decorrer dos três ciclos do ensino básico. Inclusivamente, essas competências devem coexistir com a aquisição de conhecimentos de factos e de procedimentos para que os alunos compreendam a Matemática de uma forma coerente e articulada, construam e desenvolvam o raciocínio matemático, adquiram aptidões na comunicação matemática e resolvam problemas de diversificadas situações.

Os conteúdos programáticos encontram-se organizados, em cada um dos três ciclos, por domínios e subdomínios, objetivos gerais e descritores. Sendo que, o referido programa (Ministério da Educação e Ciência, 2013), fundamenta o processo de ensino aprendizagem em cinco domínios: i) Números e Operações (NO), Geometria e Medida (GM) e Organização e Tratamento de Dados (OTD), abordados nos três ciclos; ii) Álgebra (ALG), trabalhada nos 2º e 3º ciclos; iii) Funções, Sequências e Sucessões (FSS), no 3º ciclo.

No Programa de Matemática do Ensino Básico (Ministério da Educação, 2007) era concedida uma ampla importância à Resolução de Problemas, ao Raciocínio e à Comunicação Matemáticos, considerando que estas três capacidades deviam seguir transversalmente todo o percurso da aprendizagem desta disciplina. Inclusivamente, a NCTM (2017) preconiza um conjunto de princípios orientadores, que instruem para que um programa de matemática promova uma educação matemática eficiente e produtiva e que são: Ensino e Aprendizagem, Acesso e Equidade, Currículo, Ferramentas e Tecnologia, Avaliação, Profissionalismo.

Resumidamente, estes princípios defendem que um programa de matemática superior deve: i) proporcionar um ensino efetivo que implique, nos alunos, aprendizagens significativas a partir de práticas individuais e cooperativas que promovam capacidades de raciocínio e compreensão matemáticos; ii) possibilitar que todos os alunos usufruam de um currículo matemático de excelência; iii) incluir um currículo que desenvolva uma aprendizagem coerente e progressiva da matemática, que permita aos alunos estabelecer conexões entre as áreas desta disciplina e entre a matemática e o mundo real; iv) incorporar a utilização de ferramentas do âmbito da matemática e tecnológicas como recursos essenciais para proporcionar a compreensão, o raciocínio e a comunicação matemáticos; v) integrar no processo de ensino uma avaliação que evidencie a competência na atividade matemática, no sentido de fornecer aos alunos um *feedback* sobre as suas aprendizagens e melhorar o ensino através de novas estratégias, e vi) incutir nos docentes a responsabilidade pelo sucesso matemático dos seus alunos, trabalhando continuamente na sua formação profissional habilitando-se para proporcionar um ensino e aprendizagem eficientes.

Posto isto, em convergência com o Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013), foram elaborados outros documentos que permitem aos professores trabalhar na promoção de um ensino e aprendizagem de qualidade. A título de exemplo temos:

i) Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (DGE, 2017), um documento de referência, de caráter abrangente, transversal e recursivo, orientado para uma organização integral do sistema educativo, promovendo a concordância e articulação que potenciam o desenvolvimento curricular. Designa-se efetivamente por “contribuir para a organização e gestão curriculares e, ainda, para a definição de estratégias, metodologias e procedimentos pedagógico-didáticos a utilizar na prática letiva.” (p.8). Este documento está organizado por Princípios, Visão, Valores e Áreas de Competências que remetem para uma educação escolar em que instrui os alunos, no sentido de se tornarem cidadãos providos de aprendizagens científicas e artísticas, dotados de uma essência humanística;

ii) Aprendizagens Essenciais (DGE, 2018) documentos de orientação curricular baseados na planificação, perspetivando a atividade e a avaliação do processo de ensino e aprendizagem, que potenciam o desenvolvimento das competências abordadas no Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória. As Aprendizagens Essenciais listam as competências que os alunos devem desenvolver, para cada ano e área disciplinar/disciplina. Propõem que sejam concebidas condições de aprendizagem, na medida em, que os alunos resolvam tarefas de diversas situações e contextos, com o recurso à tecnologia e materiais diversificados, que potenciem a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos.

No atual Programa de Matemática (ME, 2013), no domínio dos Números e Operações, enfatiza-se a aptidão dos alunos na fluência de cálculo, empreendida com a proficiência efetiva no cálculo mental, e a destreza na aplicação dos quatro algoritmos inerente a este domínio. No Programa antecedente (ME, 2007), o estudo do domínio anteriormente referido baseava-se na viabilização da compreensão dos números e operações e no desenvolvimento do sentido de número e fluência no cálculo.

O estudo dos números racionais surge no 2º ano do 1º ciclo. Por conseguinte, os números racionais são abordados sob a forma de fração desde a decomposição de um segmento de reta em segmentos de igual comprimento, sendo utilizados de imediato para demonstrar medidas de diferentes grandezas, unidades fixas. No 3º ano são iniciadas as operações adição e subtração, com os números racionais não negativos sob a forma de fração e posteriormente, no 4º ano, a multiplicação e divisão com dízimas. No domínio Organização e Tratamento de Dados, no 4º ano, é apresentada a representação de números racionais sob forma de percentagem. No entanto, neste programa, não é feita a referência às outras interpretações dos números racionais sob a forma de fração (quociente, relação parte-todo, e operador), à importância da abordagem das várias representações dos números racionais nem se enfatiza a introdução deste assunto, com situações do cotidiano. Sendo componentes de extrema importância atribuída no

Programa anterior (Ministério da Educação, 2007) para o desenvolvimento do sentido de número e compreensão dos números racionais. Do mesmo modo, Cardoso e Mamede (2015) defendem que o domínio das diferentes interpretações de fração e das suas propriedades promovem a compreensão das frações. O que é reforçado por Martins (2007) quando refere que o conhecimento dos diferentes significados de fração é crucial para o desenvolvimento do sentido de número racional. Em NCTM (2007) é proposto que no ensino dos números racionais sejam conjuntamente abordadas as suas várias representações estabelecendo conexões entre todas. Refere ainda que o ensino dos números racionais deve iniciar-se por tarefas simples, em particular de partilha equitativa e evoluir, gradualmente, até incluir os diferentes significados destes números.

No 2º ciclo, no Programa de Matemática (Ministério da Educação e Ciência, 2013), é concluído o estudo das operações elementares sobre frações e são introduzidos os números racionais negativos, completando o conjunto dos números racionais. No final deste ciclo, é indicado que os alunos estejam preparados para operar com números racionais em diversos contextos, relacionando as suas diferentes representações (fração, dízima, numeral misto e percentagem) e resolver problemas que envolvam proporcionalidade direta entre grandezas.

1.2. Ensino e Aprendizagem dos Números Racionais

1.2.1. Conceito de número

A principal finalidade do ensino no domínio dos números e operações, no Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2007), é "desenvolver nos alunos o sentido de número, a compreensão dos números e das operações e a capacidade de cálculo mental e escrito, bem como a de utilizar estes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos." (p. 14). A competência na decomposição de números, na relação entre as operações aritméticas na resolução de problemas, estimativas, perceção dos vários significados dos números e a distinção do valor dos números são capacidades subentendidas na apreensão do sentido de número.

Mclntosh, Reys e Reys (1992, citados por Pinto, 2011) estabelecem que o sentido de número pode ser entendido como a compreensão dos números e operações aliada à capacidade e aptidão de raciocínio matemático e, por sua vez, a elaboração de estratégias eficazes na resolução de problemas. Ou seja, "o sentido de número inclui o reconhecimento que estes números podem ser representados de muitas formas, e que, para resolver certos problemas, algumas representações são mais úteis do que outras." (p. 215). E, por conseguinte, o sentido de número e sentido de operação são similares, pois são capacidades inerentes ao raciocínio matemático. Assim, a NCTM (2007) defende que, desde os primeiros anos de escolaridade, é importante proporcionar, às crianças, situações de aprendizagens eficazes e coerentes no desenvolvimento efetivo de bases matemáticas.

Também, McIntosh, Reys e Reys (1992, citados por Pereira & Barbosa, 2013) referem que o desenvolvimento do sentido de número deve ser um dos principais objetivos do ensino e aprendizagem da Matemática desde os primeiros anos de escolaridade. E tal como defendem Abrantes, Serrazina e Oliveira (citado por Pereira & Barbosa, 2013), para que as crianças gozem integralmente da compreensão dos números e operações e a predisponha para o desenvolvimento de estratégias eficazes para os operar e raciocinar matematicamente. Para Ponte e Serrazina (2000) o ensino da Matemática deve promover capacidades no domínio dos números e operações e do cálculo, sendo estas competências fundamentais na resolução de problemas de diversas situações.

Para a aprendizagem dos números racionais, o desenvolvimento do sentido de número não se revela suficiente, dada a complexidade subjacente na multiplicidade de significados e complexidade associada às suas diferentes interpretações, para além da conceção da unidade de referência e do seu ensino precoce (Pinto, 2011; Vale & Barbosa, 2019). Para tal, é essencial trabalhar um ensino e aprendizagem que promova a capacidade de desenvolver, nos alunos, o sentido de número racional. Neste seguimento, para se promover uma compreensão significativa do conceito de número racional nos alunos, deve ser beneficiada a exploração de tarefas que abranjam os diferentes significados de um número racional, as diferentes formas de o representar, e que promovam o estabelecimento de conexões entre as diferentes representações do número racional. Consequentemente, o conceito de número racional será alcançado de uma forma gradual e contínua (Ministério da Educação e Ciência, 2007).

As orientações curriculares da NCTM (2007) aconselham a elaboração de tarefas que incentivem os alunos a trabalhar as várias representações dos números racionais, dando azo para estabelecerem ligações entre elas. Deste modo, em cada contexto, os alunos devem estar aptos para optarem pela representação mais adequada e, para além disso, devem conseguir transitar de uma representação para outra (ME, 2007). Por exemplo, Owens (1993, citado por Quaresma & Ponte, 2012a) defende que o estudo das representações sob a forma de fração e a decimal dos números racionais deve ser realizado em paralelo para que os alunos percebam que ambas traduzem a mesma situação e fazem parte do mesmo conjunto numérico.

Na perspetiva de Flores (2002, citado por Ventura, 2013) o ensino e aprendizagem dos números racionais, na resolução de problemas, deve interligar situações do cotidiano com os modelos pictóricos e representações simbólicas para facilitar, aos alunos, a transição entre representações. Deste modo, os alunos empregam os seus conhecimentos matemáticos, obtendo uma maior desenvoltura na opção da representação mais indicada num determinado contexto.

Por sua vez, Kieren (1976, citada por Pinto, 2011) alerta que, na eventualidade dos alunos terem conhecimento de um dos significados de fração não implica que dominem o conceito de número racional, portanto, é imprescindível a compreensão dos diversos significados e as suas correlações.

A abordagem inicial dos números racionais, deve basear-se em situações da realidade das crianças, apresentando problemas em contexto de partilha equitativa. A promoção de tarefas baseadas no dia a dia das crianças tornam-se fulcrais para a aquisição de conhecimentos e compreensão das representações fracionárias e, essencialmente, da equivalência de frações, cativando os alunos para a construção de representações pictóricas (esquemas, tabelas, diagramas e outros modelos visuais), constituindo-se assim uma aprendizagem sólida e permanente (Ventura, 2013).

Quaresma (2010), de acordo com alguns autores, indica que, o sentido de número racional revela-se quando os alunos reconhecem e relacionam as várias representações de um número racional. Por exemplo: perceberem que "1/4 = 0,25 ou que 1/4 = 25% ou 1/4 = 2/8.

1.2.2. Representações e significados

O número racional pode ser apresentado de diversas formas: numeral fracionário (sob a forma de fração), numeral decimal (dízima, numeral com vírgula), numeral misto ($1\frac{1}{4}$) e percentagem (50%), podendo estabelecer-se interpretações distintas e selecionar diversas configurações na sua representação, tais como: representações visuais (diagramas, desenhos, retas numéricas e figuras); representações verbais (linguagem natural) e representações simbólicas (números e letras). Vale e Barbosa (2019) designam a fração como sendo a, forma de número racional, que suscita mais dificuldades no ensino e aprendizagem, dado ser um conceito complexo. Uma vez que,

> As frações representam simultaneamente um desafio quer simbólico quer concetual. Simbolicamente exibem uma estrutura bipartida com numerador e denominador separados, em vez de um símbolo unitário, e são o único tipo de número que representa, ao mesmo tempo, as ideias de quantidade e divisão. (p.4)

Para além desta visão, as mesmas autoras defendem que o facto de as frações adquirirem vários significados, também, contribui para a sua deficiente compreensão.

A adequada compreensão de significados no que concerne ao conceito de número racional pelos alunos é efetivamente crucial para uma construção estável e coerente do conceito de número, ao longo de toda a vida académica e na resolução de problemas no âmbito das situações quotidianas (Vizinho & Cabrita, 2012).

Várias investigações têm sido feitas para categorizar os diferentes significados de fração. Kieren (1976, citada por Vale & Barbosa, 2019) foi uma das primeirs a propor quatro categorias correlacionadas (operador, medida, razão e quociente), na sua perspetiva, tendo em conta que o significado parte-todo se subentende nas categorias anteriores não o considerou como categoria. Ulteriormente, Behr, Lesh, Post e Silver (1983, citados por Quaresma, 2010), ampliaram as ideias de Kieren (1976) e apresentaram um modelo teórico em que consideraram o significado parte-todo e as suas relações como um significado distinto. O modelo apresentado "proporciona uma rede de interligações entre os cinco significados de número racional e as operações básicas, as fracções equivalentes e a resolução de problemas." (p.12)

Vejamos os diferentes significados de fração considerados por vários autores (e.g. Behr et al, 1983; Kieren, 1976; Pinto, 2011; Quaresma, 2007; Vale & Pimentel, 2004; Ventura, 2013):

O significado *parte-todo* surge quando um todo (unidade) se divide em partes iguais quer sejam geometricamente iguais ou não, mas devem dispor da mesma área. É relacionado o número de partes escolhidas com o número total de partes. Pode assumir-se o todo como sendo contínuo (comi $\frac{2}{6}$ da tarte) ou discreto ($\frac{3}{7}$ dos cachorrinhos do Tomás são castanhos). O denominador indica o número de partes em que a unidade está dividida e o numerador o número de partes selecionadas (Pinto, 2011; Vale & Pimentel, 2004a).

Objetivamente, para uma melhor compreensão deste significado, Charalamlous e Pitta-Pantazi (2006, citados por Ventura, 2013) defendem que, os alunos devem potenciar as relações entre as partes e o todo. Isto é, devem discernir que: i) ao adicionarem ou juntarem todas as partes obtêm o todo; ii) as partes são mais pequenas quanto mais dividido for o todo e iii) a relação entre as partes e o todo mantém-se independentemente da dimensão, da forma ou da disposição das partes;

O significado *quociente* surge em situações de partilha equitativa. Um determinado número de elementos é dividido equitativamente num grupo estabelecido. Por exemplo: Tenho 2 bolos que devem ser repartidos por 3 crianças. Quanto dá para cada uma? Nesta fração, $\frac{2}{3}$, o numerador representa o que se partilha (bolo) e o denominador representa o número de elementos dessa partilha (crianças). Apesar de se tratar de uma relação entre duas quantidades, ou seja, o que é partilhado e o número de elementos dessa partilha, a fração também simboliza a quantidade que cada elemento recebeu dessa mesma partilha, indicando simultaneamente a divisão e a fração. Neste caso, o numerador e o denominador podem equivaler a grandezas de diferentes categorias selecionadas (Pinto, 2011; Vale & Pimentel, 2004a).

O significado *razão* traduz uma relação entre duas partes de um todo, não transmite a ideia de partilha, surge da noção de comparação entre duas quantidades, sendo fundamental o raciocínio multiplicativo. Por exemplo no problema: Na ninhada da minha cadela a relação entre o número de cadelinhas e de cachorrinhos é de $\frac{3}{4}$. Este resultado indica que, por cada 3 cadelinhas existem 4 cachorrinhos, isto é, 3 estão para 4. Em suma, neste significado, a fração não traduz rigorosamente um número, mas sim uma relação (Pinto, 2011; Vale & Pimentel, 2004 a; Ventura, 2013);

O significado *medida* pode redefinir o conceito de parte- todo (Behr et al., 1983, citados por Ventura, 2013) pelo motivo que, a fração como medida, pode relacionar uma quantidade com uma estipulada unidade quantitativa como argumenta Wheeldon (2008, citado por Ventura, 2013). Neste sentido, para uma adequada conceção deste significado, é primordial que os alunos entendam que: i) o tamanho da unidade de medida é inversamente proporcional ao número de vezes que essa unidade mede um determinado objeto; ii) o objeto (unidade) pode ser dividido em partes mais reduzidas até que se atinja a quantidade pretendida e iii) é possível repetir, a unidade de medida, entre ambas as extremidades do objeto a medir (Ventura, 2013). Na perspetiva de Lamon (2006, citado por Ventura, 2013), no âmbito dos números racionais, a conceção do significado de medida "abarca todos estes princípios, tais como identificar a unidade de medida, determinar um comprimento, e medir um comprimento através da repetição da unidade de medida (iteração)." (pp. 45-46) A realização de problemas em que este significado esteja presente envolve, normalmente, a utilização da linha numérica ou outros objetos de medida, como réguas ou instrumentos de medida não convencionais;

O significado *operador* entende-se como sendo uma sequência de multiplicações ou mesmo divisões. Assim sendo, é tida como transformadora, uma vez que, é uma ação que deve ocorrer sobre um número, da qual se altera o seu valor, de um modo mais simples (Ventura, 2006). Por exemplo, no seguinte problema: Tinha meio bolo para o lanche, mas só comi um quarto. Quantas partes comi do bolo inteiro? – Comi $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$, logo comi $\frac{1}{8}$ do bolo inteiro ($\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$)

Como já foi mencionado anteriormente, é importante que os alunos trabalham os vários significados das frações para uma melhor aquisição de conhecimento, deste tema.

Há autores (Lachance & Confrey, 1995; Lamon, 2007, citados por Ventura, 2013) que defendem que o ensino dos números racionais deve-se iniciar com problemas usando frações com o significado *razão* porque são basilares para a representação decimal, mas também porque a partir deste significado, os alunos desenvolvem melhor a noção de equivalência e permite-lhes uma desenvoltura na comparação entre razões e frações com significado parte-todo.

No entanto, seguindo as conclusões de Ventura (2013) baseadas na análise de investigações de vários autores (Baturo, 2004; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2005, 2006;

Lachance & Confrey, 1995; Lamon, 2007; Steffe & Olive, 2010), a autora infere que, no que respeita à ordem em que deve ser realizada a abordagem dos diferentes significados dos números racionais, esta deve ser iniciada pelos significados quociente e parte-todo conjuntamente, com a intenção de estabelecer, nos alunos, a noção de equivalência para, paralelamente, compreenderem a relação parte-todo. Seguidamente, devem ser trabalhados os conceitos e compreensão dos significados de operador e medida e, por último o significado razão tendo em conta a sua complexidade. Relativamente ao significado como razão, aconselha que, este seja trabalhado simultaneamente com as representações percentagem e decimal, em virtude de facilitar cognitivamente a comparação entre duas quantidades. Contudo, a tradição nas nossas escolas, de acordo com os mesmos autores, é que a abordagem ao estudo dos números racionais se inicie pelo o significado parte-todo.

De um modo conclusivo, o que se pretende, em particular, no ensino dos números racionais sob a forma de fração, é promover, nos alunos, um ensino e aprendizagem em que estes tenham a capacidade de distinguir os vários significados de fração, dominem as relações entre significados e situações e saibam optar pelas operações mais adequadas, e, de uma forma genérica, se tornem dotados de destreza na utilização dos números racionais (Vale & Barbosa, 2019).

1.3. Dificuldades na aprendizagem dos números racionais

Ao iniciarem a aprendizagem com números racionais, os alunos, demonstram imensas dificuldades pois, deparam-se com novas regras incomuns às regras estabelecidas nos números inteiros. Esta situação leva a que os alunos difundam competências dos números inteiros no trabalho dos números racionais, pelo que um dos pontos cruciais na aprendizagem da matemática, nos primeiros anos de escolaridade, é a mudança do raciocínio com números inteiros para o raciocínio com números racionais (Pinto, 2011; Ventura, 2013).

As dificuldades identificadas, em grande parte dos alunos, no âmbito dos números racionais, devem-se ao facto do significado destes mesmos números se revelar de grande complexidade (Lamon, 2007, citado em Quaresma & Ponte, 2012b), dado que, como especificam Quaresma e Ponte (2012b) e como já foi indicado anteriormente, os números racionais admitem várias representações.

Seguindo a linha de investigação de Quaresma e Ponte (2012b) defende-se que os alunos que evidenciam inexperiência na elaboração de tarefas que impliquem utilizar e relacionar as várias representações racionais, demonstram acentuadas dificuldades na independência das representações concretas, nas conversões e nas operações com símbolos matemáticos.

Monteiro e Pinto (2007) apresentam algumas das dificuldades e erros mais frequentes na representação dos números racionais sob a forma de fração, a título de exemplo: na compreensão dos números $\frac{1}{3}$ e $\frac{1}{5}$, os alunos indicam o $\frac{1}{5}$ como sendo o de maior valor porque 5 é maior do que 3. Este erro é indicador de uma clara incompreensão de representação fracionária. Quando é pedido, por exemplo, para representar a fração $\frac{1}{3}$ na sua representação decimal e o resultado é 1,3 e 0,7 na forma de fração e o resultado é $\frac{0}{7}$. Neste caso, é percetível que o conceito de relação de representação não foi atingido. Nos exemplos anteriores está patente a incompreensão do sistema de numeração decimal e da ligação entre representações e das respetivas quantidades.

Quaresma (2010), seguindo a linha de pensamento de Owens (1993), justifica estas dificuldades no caso em que os alunos são ensinados a trabalhar com decimais sem antes terem assimilado o conceito de decimal. Os alunos devem inferir que a representação decimal e a representação sob a forma de fração equivalem à mesma situação e que ambas pertencem ao mesmo conjunto numérico. Daí a razão de que estas representações devem ser trabalhadas em simultâneo.

Ainda na representação sob a forma de fração, Quaresma (2010) apresenta, como lacuna na aprendizagem, a questão em que os alunos não entendem o conceito de fração equivalente nem o significado quociente. Sabem que, se numa fração multiplicarem o numerador e o denominador pelo mesmo número obtêm uma fração equivalente. No entanto, o seu conhecimento, nesta matéria, cinge-se apenas ao processo mecanizado em obter frações equivalentes. Por exemplo, reconhecem que $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{4}{8}$, mas não compreendem que o modo como o todo foi repartido se alterou e que o número de partes consideradas no todo também aumentou, apesar da parte desse todo continuar a ser a mesma.

No domínio dos números decimais, alguns erros manifestados pelos alunos, são por exemplo: quando erram dizendo que 2,05 é maior do 2,5; quando indicam que 1,682 é maior do que 1,7; quando não sabem que entre 0,3 e 0,4 existem outros números racionais.

Nestes exemplos é visível que as crianças não aprenderam o conceito de número decimal corretamente: i) não interpretam a parte decimal posicionalmente; ii) revelam falhas no sentido de ordenação e na noção da densidade dos números racionais (Monteiro e Pinto, 2007; Quaresma, 2010).

Relativamente às dificuldades encontradas na aprendizagem da representação percentagem, na interpretação de Parker e Leinhardt (1995, citados em Quaresma & Ponte, 2012b), estas surgem:

> (i) na compreensão do símbolo %, a que por vezes não atribuem significado, colocando-o em qualquer lugar e não fazendo distinção entre $\frac{3}{4}$ e $\frac{3}{4}$%;
> ii) na utilização incorrecta da "regra do numerador", acreditando que que o símbolo da percentagem à direita do número pode ser substituído por uma vírgula à esquerda do número (e transformando, por exemplo, 8% em 0,8);
> (iii) na procura da percentagem (por exemplo escrevendo 60 = 50% de 30);
> (iv) no cálculo de percentagens maiores que 100. (p.42)

Um dos motivos para a presença de dificuldades na representação percentagem deve-se ao facto deste conteúdo ser desvalorizado nos manuais escolares e na prática letiva. Este assunto é abordado somente no 6º ano de escolaridade, correlacionado a situações do cotidiano, por exemplo, impostos e descontos. Acontece, constantemente, que os alunos não identificam as percentagens como fazendo parte do conjunto dos números racionais, além do mais, as tarefas propostas são, frequentemente, restritas a problemas que impliquem compras com descontos (Quaresma, 2010).

No 2º ciclo, os alunos demonstram grandes dificuldades, pois é frequente que só sejam abordadas as frações e percentagens neste nível de ensino, tornando-se num assunto completamente descontextualizado. Completamente desprovidos do conceito de número racional, é-lhes imposto que aprendam a operar com estes casos de representação. Nesta sequência, é exigida a compreensão, a destreza nas operações e, por conseguinte, a capacitação na resolução de problemas, num curto espaço de tempo.

Consequentemente, estes alunos dificilmente conseguirão atingir a conceção dos números racionais na resolução de problemas (Quaresma & Ponte, 2012b).

Vale lembrar que, para um ensino e aprendizagem eficaz do tema dos números racionais é proposto que, ao longo dos primeiros anos de escolaridade, seja exercida uma abordagem em paralelo às diferentes representações dos números racionais, e é induzido o ensino que abarque os diferentes significados dos números sob a forma de fração (MEC, 2013). Por sua vez, a NCTM (2007) salienta a importância motivacional nos alunos para a elaboração de tarefas que impliquem várias representações dos números racionais e a interligação entre elas.

Em suma, Ventura (2013) baseando-se em conclusões de diversas investigações, infere que o ensino e aprendizagem dos números racionais deve enfatizar a compreensão concetual dos diferentes significados dos números racionais em detrimento dos processos mecânicos, das regras e da memorização. Em particular, nas frações, é impreterível a laboração dos seus cinco significados, todavia, é fundamental que seja disponibilizado, aos alunos, o tempo necessário para a aquisição desses conceitos e compreender as relações entre eles.

2. A resolução de problemas

O ensino da matemática deve ser realizado no sentido de promover a proficiência matemática, que se caracteriza num grupo de aspetos correlacionados: i) *compreensão conceptual*, a compreensão de conceitos matemáticos, das operações e relações; ii) *fluência procedimental*, efetuar procedimentos de forma flexível na resolução de problemas; iii) *competência em estratégias*, formular, representar e resolver problemas matemáticos; iv) *adequação de raciocínios*, a capacidade de pensar, raciocinar e explicar; e v) *atitudes positivas*, perceber o valor e a utilidade da matemática e sentimento de capacidade de aprendizagem e elaboração matemática. Importa referir que a compreensão conceptual e a fluência procedimental devem ser desenvolvidas em paralelo porque a primeira é a base da segunda (NCTM, 2017).

A resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação são processos que devem acompanhar sempre o ensino e aprendizagem da Matemática (NCTM, 1994).

Similarmente, Vale (2017) defende que um ensino eficaz da Matemática deve cativar os alunos para a resolução e discussão de problemas que desenvolvam o raciocínio e a resolução de problemas.

Assim, a NCTM desde os anos 90 que recomenda que as tarefas propostas aos alunos devem constituir aprendizagens na Matemática e na resolução de problemas. Uma tarefa caracteriza-se eficaz quando introduz aprendizagens fundamentais, permite o uso de diferentes estratégias e diversas formas de representação (NCTM, 2007).

Vários autores (Boavida, Paiva, Cebola, Vale, & Pimentel, 2008; Ponte, 2005) têm-se dedicado a clarificar as tarefas a utilizar na aula de Matemática. As tarefas matemáticas podem ser caracterizadas de acordo com duas dimensões fundamentais: o nível de estruturação e o grau de desafio matemático. A estruturação da tarefa caracteriza-se como *aberta* ou *fechada* mediante o grau de explicitação das questões colocadas, isto é, uma *tarefa fechada* enuncia todos os dados e o que se pretende determinar na sua resolução, enquanto que a *tarefa aberta* requer uma certa habilidade em compreender a relação dos dados enunciados e o que é pedido para resolver. Por sua vez, o grau de desafio matemático relaciona-se com a perceção do grau de dificuldade existente no processo de resolução de uma questão, podendo ser classificado entre *desafio reduzido* e *desafio elevado*. Neste seguimento, Ponte (2005) sugere quatro tipos de tarefas: *exercício*- estruturação fechada e desafio reduzido; *problema*- estruturação fechada e desafio elevado; *investigação*- estruturação aberta e desafio elevado; e, *exploração*- estruturação aberta e desafio reduzido. O mesmo autor estabelece a distinção entre estes quatro tipos de tarefas, deste modo: *exercício* pode ser resolvido a partir de processos conhecidos e mecanizados; *problema* é uma tarefa desafiante que implica encontrar estratégias de resolução para chegar à sua solução; *investigação* propicia a procura de diferentes estratégias e a formulação de diferentes questões, de modo a chegar a várias respostas e, *exploração* é uma tarefa que se distingue da investigação pelo grau de desafio, em que os alunos devem mobilizar os seus conhecimentos intuitivos para chegarem a alguma estratégia que os ajude a solucionar a questão. Refere também que, no que concerne ao propósito de cada uma das tarefas, a apresentação de *exercícios* tem como objetivo a prática de conhecimentos adquiridos pelos alunos e a consolidação de conhecimentos, e a realização de *problemas*, *investigações* e *explorações* promove o envolvimento dos alunos na aprendizagem da Matemática, a participação ativa na descoberta e desenvolvimento das suas capacidades matemáticas e, consequentemente, o seu gosto pela Matemática.

Stein e Smith (1998, citados por NCTM, 2017) desenvolveram uma taxonomia na qual as tarefas matemáticas são baseadas no tipo e nível de pensamento necessários para a sua resolução. Assim, propõem uma categorização das tarefas por níveis cognitivos diferentes: i) *tarefa de exigência baixa*- memorização, que corresponde a tarefas que implicam a memorização de regras, fórmulas ou definições; ii) *tarefa de exigência baixa*- procedimentos sem conexão, que implica procedimentos sem conexões; iii) *tarefa de exigência alta*- procedimentos com conexão, onde estão implícitos os procedimentos com conexões, e iv) *tarefa de exigência alta*- fazer matemática, que requer a capacidade de fazer matemática envolvendo um pensamento complexo e não algorítmico.

Destas duas propostas de classificação podemos resumir que entre os diferentes tipos de tarefas matemáticas, umas direcionam-se mais à memorização e treino enquanto outras envolvem processos mais complexos de pensamento, implicando, por esta ordem, níveis cognitivos baixos e níveis cognitivos elevados.

Também importa referir que, tendo em conta as considerações de Boavida et al. (2008), a classificação de cada uma das tarefas depende do nível de conhecimento dos alunos, o que para uns pode ser um problema para outros poderá ser um simples exercício ou facto específico. Por exemplo, a questão *calcula o produto 2X5* pode ter várias interpretações, se: a resposta for automática com recurso à memória, estamos perante um facto específico; mobiliza treino ou mecanização, trata-se de um exercício; implica a descoberta de um caminho para chegar à solução, considera-se um problema.

Vale, Pimentel e Barbosa (2015) defendem a prática do ensino da Matemática apoiado na resolução de problemas, tendo em consideração as orientações curriculares e as práticas em contexto sala de aula, dando uso também aos exercícios, promovendo, deste modo, a compreensão de conceitos e processos matemáticos e, principalmente, o pensamento matemático. Para além disso, Ponte (2008) propõe que os professores apresentem tarefas motivadoras como as investigações e explorações matemáticas, que se caracterizam como tarefas que incutem a exploração de problemas, onde alguns elementos já estão definidos, no entanto, os alunos a partir daí podem elaborar as suas próprias questões e partir para a resolução usando as suas estratégias. Ou seja, os alunos são incentivados a "formular conjeturas, testá-las e reformula-las, argumentá-las e mesmo demonstrá-las." (p.9)

Neste seguimento, na resolução de problemas, os professores devem motivar os alunos ao discurso matemático, objetivamente, para que estes se sintam competentes, logo confiantes, na colaboração e na discussão de problemas. Desta forma, é elementar propor aos alunos que discutam diversas estratégias de resolução e diferentes soluções para um determinado problema. Para além disso, as crianças, devem ser incitadas a discutir sobre a generalização e abrangência de soluções, e sobre possíveis problemas que possam advir com base numa determinada situação (NCTM, 1994).

Vale (2017), refere que o envolvimento dos alunos na resolução de problemas, onde podem pesquisar e partilhar as suas ideias, torna-os mais criativos e capacitados para resolverem problemas do dia a dia. A mesma autora, aponta para a existência de uma diversidade de problemas, comummente de caráter visual, que proporcionam diferentes abordagens potencializando a criatividade nos alunos, nomeadamente, no âmbito da fluência, da flexibilidade e originalidade, sendo que, estas se correlacionam entre si, nos processos de pensamento.

Por sua vez, Vizinho (2002) recomenda que se adote uma metodologia de ensino que conduza à aquisição cognitiva através da resolução de problemas e da comunicação composta de imagens quer produzidas ou relembradas pela linguagem verbal, gestual ou gráfica.

Vale e Pimentel (2004b), na resolução de problemas, atentam para utilização eficaz de estratégias, uma vez que se revelam ferramentas essenciais para a estruturação do raciocínio e comunicação.

De acordo com vários autores (Boavida et al., 2008; Ponte, 2005; Vale & Pimentel, 2004), há um conjunto de estratégias que, normalmente, são utilizadas durante a presença de um problema e que são: 1) Descobrir um padrão, uma regra ou lei de formação para encontrar uma solução mais geral a partir de soluções mais específicas; 2) Fazer tentativas ou conjeturas (tentativa- erro), para chegar à solução; 3)Trabalhar do fim para o princípio, esta estratégia é trabalhada em problemas que apresentam os dados finais e é solicitado que se descubram os dados iniciais; 4) Usar a dedução lógica ou fazer eliminação, aqui vão-se utilizando várias hipóteses de resolução, eliminando as que não concebíveis até chegar à solução; 5) Reduzir a um problema mais simples/ Decomposição/ simplificação, procura-se com esta estratégia simplificar um problema encontrando a sua solução começando pelos casos particulares; 6) Fazer uma simulação/ Fazer uma experimentação/ Fazer uma dramatização, aqui recorre-se ao uso de objetos ou à criação de modelos que traduzam o enunciado do problema; 7) Fazer desenho, diagrama, gráfico ou esquema para facilitar a explicação do raciocínio ao longo da resolução até à solução do problema; 8)Fazer uma lista organizada ou tabela, serve para organizar informação facilitando a chegada à solução. Estas estratégias devem surgir naturalmente pelos alunos e cabe aos professores sistematizá-las de modo a constituírem um recurso para resolver problemas.

2.1. As representações e os números racionais

2.1.1. As estratégias e as representações visuais

A compreensão da matemática implica que os alunos tenham potencial para expressar as suas ideias e estabelecer conexões entre diversas representações, servindo-se, para isso, de representações matemáticas. Visto que, as representações matemáticas exercem um papel fundamental na conceção matemática, que capacita os alunos para a compreensão, raciocínio e comunicação matemáticos. Ou seja, as representações são utilizadas para descrever processos de resolução de problemas a partir da interpretação e do conhecimento matemático. Isto é, as representações, elaboradas pelos alunos, são descritores dos seus conhecimentos na resolução de problemas (Ventura, 2013).

Valério (2005) refere que é importante que as crianças tenham oportunidades para desenvolver representações convencionais, mas também deve ser-lhes dada a oportunidade de construírem e usarem as suas próprias representações. Essas representações menos convencionais, servem como ferramentas de apoio para a construção do seu próprio conhecimento matemático. A NCTM (2007) aponta que, estas representações devam ser tidas como ferramentas essenciais para o desenvolvimento da compreensão, raciocínio e comunicação matemáticos. Valério (2005) defende que, quando os alunos fazem uso das suas próprias representações, estão a exteriorizar os seus pensamentos e a organizar as suas ideias, permitindo-lhes um papel ativo na sua aprendizagem. E a partilha de representações é fundamental porque permite a comunicação e, por sua vez, a compreensão da sua utilização (Boavida et al., 2008).

Ventura (2013), com base nas ideias de alguns investigadores, apresenta cinco processos de representação:

> sistemas verbais que dizem respeito à linguagem oral utilizada pelos alunos (Goldin, 2008; Lesh et al., 1987); sistemas visuais que se referem a figuras ou esquemas que os alunos utilizam para representarem situações (Lesh et al., 1987; Goldin, 2008); sistemas de planificação e execução que se relacionam com a resolução dos problemas, incluindo as estratégias (Goldin, 2008); símbolos escritos, que abarcam a escrita de números (representação fracionária, decimal, percentagens, por exemplo) ou expressões algébricas (Goldin, 2008; Lesh et al., 1987) e sistemas manipulativos, tais como material cuisenaire, barras fracionadas ou linha numérica. (p. 56)

No seu estudo, a mesma autora, e de acordo com Goldin (2008), refere que as representações pictóricas incluem estratégias com recurso a esquemas e figuras utilizados pelos alunos e as representações formais/gráficas incluem a o modelo da barra, a linha numérica e os gráficos circulares.

Boavida et al. (2008), seguindo a linha de pensamento de Bruner (1962), apresentam diversas formas de representar ideias matemáticas: *representações ativas* com recurso a materiais manipuláveis, que contribuem para a construção de conceitos; *representações icónicas* em que prevalecem, por exemplo, as figuras, os desenhos, os esquemas ou diagramas que são usados para demonstrar ou explicar conceitos, procedimentos ou estabelecer ligações entre si; e, representações simbólicas que implicam todo o tipo de linguagem simbólica (palavras e símbolos matemáticos).

Vários autores (Boavida et. al., 2008; Ventura, 2013) apontam para a importância do recurso às diversas representações em simultâneo, pois a combinação de várias representações no mesmo contexto matemático contribui para um conhecimento coerente que permite aos alunos efetuar várias interpretações e utilizar várias estratégias, além de que as representações pictóricas ajudam na interpretação das representações simbólicas.

Segundo Vale (2015) as representações visuais constituem um instrumento essencial no raciocínio matemático, uma vez que,

> Na resolução de problemas complexos a relação com o *ver* é tão importante como as capacidades relacionadas com o *fazer*, verificando-se que a maior parte das vezes os alunos selecionam os métodos a utilizar na resolução de um problema baseados no que *veem* no seu enunciado. (p.139)

Na linha de pensamento de Cox (1999), Quaresma e Ponte (2012b) indicam as representações pictóricas como ferramentas profícuas para o desenvolvimento do raciocínio matemático porque podem ser usadas para apresentar um problema e contribuir para a alteração de estratégias de resolução. Deste modo, os alunos adquirem capacidades para, segundo Mata-Pereira e Ponte (2016), inferir e, a partir daí, procurar novas conclusões aliadas a justificações baseadas em ideias e propriedades matemáticas. Ainda, Cox (1999, citado por Quaresma & Ponte, 2012b), indica que os alunos devem ser eficientes na interpretação de representações, devem elaborar as suas representações e ter a capacidade de as desenvolver e explicar.

Após algumas investigações, Cox (1999, citado em Quaresma & Ponte, 2012b) inferiu que os alunos apresentam diversas formas para explicarem o seu raciocínio. Certos alunos fazem representações limitadas como auxiliares de memória; outros elaboram representações, com um certo nível de percetibilidade, apresentando o seu raciocínio através delas.

Seguindo Vale (2017) para a realização de determinados tipos de tarefas, a utilização de representações visuais, facilita a sua resolução, uma vez que, acarreta vantagens na compreensão de outras representações. Tendo em conta as investigações de outros autores (Eisenberg, Dreyfus, 1991; Presmeg, 2014; Rivera, 2011; Zimmermann, Cunningham, 1991), Vale (2017) refere que, os alunos devem, além dos problemas de cálculo, servir-se de imagens visuais para reforçar a realização de todo o tipo de problemas, mesmo nos problemas em que a parte visual não está patente.

2.1.2. Modelos visuais na resolução de problemas

Como já foi indicado anteriormente, os números racionais podem ser representados de várias formas, através de representações visuais/pictóricas (desenhos, figuras, gráficos, esquemas), de representações simbólicas (representações numéricas e letras) e por representações verbais (linguagem natural).

De acordo com Vale e Barbosa (2019), nos números sob a forma de fração, os alunos, devem explorar uma variedade de significados, representações e tarefas como, desenhar figuras, realizar recortes/dobragens, manipular conjuntos, identificar frações, localizar frações numa reta numérica. Também afirmam que, o recurso a materiais manipuláveis (representações ativas) no ensino das frações pode ajudar a desenvolver estratégias para serem utilizadas em processos como comparar, encontrar equivalências e realizar operações, salientando-se que deverá ser estabelecida uma relação entre as diferentes representações simbólicas.

Segundo as mesmas autoras, os modelos visuais são tidos como representações de contextos problemáticos que moldam a concetualização de fração, nos alunos.

Os modelos visuais mais utilizados neste conteúdo são os modelos de área (modelos circulares e retangulares), que assumem a forma de regiões, os modelos discretos (conjuntos de objetos), a reta numérica e o modelo da barra. Neste seguimento, Vale e Barbosa (2019) indicam que os modelos discretos, contribuem para a compreensão do significado parte-todo; os modelos circulares ou retangulares, podem representar a unidade, tendo em conta o círculo ou o retângulo em contexto contínuo e "o conceito de parte-todo e o significado de grandeza relativa das frações." (p. 5) Para Ng e Lee, (2009, citados por Vale & Barbosa, 2019), o modelo da barra "é usado para facilitar a resolução de problemas numéricos ou algébricos, envolvendo frações, números inteiros, razões e percentagens". (p.6)

Ventura e Oliveira (2014) com base em Van Den Heuvel-Panhuizen (2003), apresentam o modelo da barra, em particular, como ferramenta essencial para a aprendizagem da representação decimal, para além de permitir a elaboração de tarefas de cariz exploratório, promovendo uma compreensão abrangente a todas as representações e conexões dos números racionais, uma vez que viabiliza o estudo das diferentes representações em simultâneo. Por sua vez, Ventura (2013), baseando-se em Middleton, van den Heuvel-Panhuizen & Shew, (1998), apresenta o modelo da barra numérica como sendo uma representação matemática que auxilia a aprendizagem dos números racionais, nomeadamente, "para expressar o aspeto proporcional das frações, percentagens e numerais decimais através das diferentes representações escritas acima e abaixo da linha." (p. 75)

Para Monteiro e Pinto (2007) a reta numérica revela-se um modelo importante na evidência dos números racionais e as relações de grandeza. Também Bright, Behr, Post e Wachsmuth (1988, citados por Quaresma & Ponte, 2012b), veem na reta numérica potencial inexistente em outros modelos. Por exemplo, na reta, a unidade é representada por um comprimento, facilitando a repetição da unidade, podendo ser utilizada como régua. E a reta numérica, tratando-se de um modelo contínuo, não faz a separação visual entre unidades consecutivas.

Ventura (2013) defende que "os modelos, onde se incluem a barra numérica e a linha numérica, são uma forma de representar conceitos matemáticos que fazem a ponte entre o conhecimento informal e formal." (p. 85). Salienta a importância do uso de modelos matemáticos na compreensão dos conceitos matemáticos. No entanto, sublinha que os modelos visuais devem acompanhar todo o processo de aprendizagem, não é eficaz que se utilizem só na introdução de conceitos, porque se deixarem de ser usados serão esquecidos, sendo substituídos por procedimentos e regras sem compreensão.

Vale e Barbosa (2019), com base no seu estudo, defendem que:

> A estratégia *procurar ver,* como recurso ou não a contextos visuais, contribui para uma aprendizagem com significado, pelo que é importante o professor usar outras estratégias, para além das analíticas, que ajudem a compreender uma situação por si ou permitam abrir caminho para outra resolução. (p. 18)

Em suma, estas autoras referem que as representações visuais constituem uma importância considerável no ensino e aprendizagem para todas as capacidades cognitivas nos alunos. Lamentavelmente, as estratégias visuais que se valem de diversas representações, nem sempre são utilizadas integralmente na resolução de problemas, sendo substituídas por processos mais analíticos ou então por processos mecanizados inerentes a regras e a procedimentos sem significado. Gerando-se, assim, um ensino incompleto ou ineficiente em compreensão, comunicação e raciocínio matemáticos.

3. Estudos Empíricos

Neste ponto são apresentados alguns estudos empíricos, no âmbito do ensino dos números racionais, que contribuíram também para o desenvolvimento deste estudo.

Com o seu estudo, Barreto (2019) pretendeu compreender o contributo de uma Gallery Walk no conhecimento da resolução de problemas com números racionais, numa turma de 6º ano de escolaridade. Com o objetivo de identificar as principais estratégias de resolução e as dificuldades da turma analisou o desempenho dos alunos ao longo da intervenção didática e na dinâmica de uma Gallery Walk. Conclui que a turma, no geral, demonstrou um desempenho positivo na realização das tarefas apresentadas e na explicação do seu raciocínio, sendo possível o esclarecimento de dúvidas e partilha de ideias. Verificou algumas dificuldades ao nível da interpretação dos enunciados, na verbalização de explicações e nos cálculos, mas no decurso da Gallery Walk, a partir do trabalho colaborativo, essas dificuldades foram ultrapassadas. Sendo que, nesta dinâmica os alunos conseguiram desenvolver capacidades de comunicação, de análise crítica e de conhecimentos de novas estratégias de resolução de problemas com números racionais.

Na sua investigação, Vieira (2018) elaborou o seu estudo no sentido de compreender o desempenho dos alunos, de uma turma de 6º ano de escolaridade, na resolução de tarefas que envolviam números racionais, tendo em conta as dificuldades que os alunos apresentavam na resolução de tarefas matemáticas. Para tal, de modo a identificar as principais dificuldades na turma, ao longo da sua intervenção, analisou as resoluções das tarefas com diferentes resoluções, privilegiando as representações e as estratégias utilizadas pelos alunos. Concluiu que, apesar do conhecimento dos alunos sobre os diferentes significados dos números racionais não se revelar totalmente resolvido, o seu desempenho nas resoluções das tarefas propostas era positivo. Sendo que, recorriam a vários modelos (desenhos, esquemas e expressões matemáticas), ou seja, utilizavam estratégias de caráter visual e analítico, na resolução das tarefas, apresentando flexibilidade nas suas produções e conseguindo explicar os seus raciocínios.

Por sua vez, Laranjeira (2017) tencionou, com o seu estudo, numa turma do 6º ano de escolaridade, em que a autora diagnosticou uma fraca compreensão da adição e subtração de números racionais, compreender as dificuldades, destes alunos, na adição e subtração de números racionais (não negativos) representados sob a forma de fração. Nesse sentido, para dar resposta ao problema identificado, baseou-se numa metodologia de investigação-ação, criando um diagnóstico inicial que deu o mote para a sua investigação. No decorrer desta, apresentou à turma tarefas de caráter exploratório, cuja elaboração era feita a pares ou individualmente, em que, subsequentemente, promovia uma discussão sobre as resoluções em grande grupo, em que havia partilha de resultados, proporcionando uma aprendizagem contínua entre pares. Terminada a intervenção, concluiu que os alunos, apesar de continuarem a manifestar dificuldades ao nível da compreensão das frações, evidenciavam conhecimento em alguns conceitos, até então desconhecidos, que lhes possibilitava a compreensão na adição e subtração de números racionais representados sob a forma de fração, recorrendo à utilização de modelos de área. Relativamente à unidade de referência, denotou o reconhecimento que esta teve para a compreensão das referidas operações e do próprio conceito de fração, no entanto, com menos relevância.

Na sua investigação, Ventura (2013) tencionou compreender a evolução dos alunos, do 2º ciclo, na aprendizagem do conceito de número racional, a partir de uma experiência de ensino onde se enfatizou o estabelecimento de conexões entre as várias representações dos números racionais, através de uma sequência de tarefas matemáticas que promovessem o uso da barra numérica. Para além disso, com esta sequência de tarefas, pretendeu analisar as potencialidades do uso da barra numérica na aprendizagem deste tema. E concluiu que houve evolução na aprendizagem do conceito do número racional, uma vez que a maioria dos alunos conseguiram resolver com êxito os problemas propostos para os diferentes significados, e demonstraram eficiência em trabalhar com o valor de posição dos números, com as múltiplas representações dos números racionais e suas conexões, bem como flexibilidade com as unidades de referência. Relativamente à integração do modelo da barra numérica nas tarefas propostas, os resultados da sua investigação comprovaram que os alunos aprenderam a usá-lo como forma de raciocínio, visto que o usavam espontaneamente como estratégia de resolução na maioria das tarefas. No entanto, muitos alunos revelavam dificuldades no significado razão e alguns deles na concetualização da unidade quando está subjacente o significado operador. Em suma, inferiu que uma abordagem paralela das várias representações dos números racionais e as suas conexões, que permita o uso de modelos (barra numérica), uma elaboração de tarefas tendo em conta os vários significados dos números racionais e dos diferentes tipos de grandezas, em contextos familiares para os alunos, promove o desenvolvimento da compreensão do conceito de número racional. Aliado às situações anteriores, também a comunicação em sala de aula contribuiu para este desenvolvimento, na medida em que foi estabelecido o confronto de estratégias de resolução, sendo solicitado aos alunos a argumentação e explicação dos seus raciocínios.

No seu estudo, Pinto (2011) analisou o desenvolvimento do sentido da multiplicação e divisão de números racionais, numa turma do 6º ano de escolaridade, investigando as potencialidades e limitações de uma determinada unidade de ensino específica deste tema, objetivamente para compreender as estratégias e as dificuldades reveladas pelos alunos na resolução de tarefas de multiplicação e divisão de número racionais não negativos. A recolha de dados desta investigação desenvolveu-se em três etapas, sendo que a última ocorreu após seis meses das duas primeiras. A unidade de ensino privilegiava: exploração de problemas do contexto dos alunos; reconhecimento das suas próprias produções; desenvolvimento de modelos de situação; conexões matemáticas; características interativas do ensino-aprendizagem; avaliação formativa e reguladora; a elaboração de um percurso para a aprendizagem da multiplicação e divisão de números racionais não negativos, destacando a integração do desenvolvimento do raciocínio com o sentido destas operações. Os resultados da investigação, para além de caracterizarem o percurso de aprendizagem dos alunos, permitiram concluir que estes: desenvolveram a ligação entre os vários significados e contextos das operações, demonstraram flexibilidade no uso das propriedades das operações, discernimento na análise de processos e resultados e na capacidade em usar significativamente símbolos e linguagem matemática formal. Concluindo deste modo que os alunos desenvolveram o sentido da multiplicação e da divisão de números racionais não negativos.

Capítulo III - Metodologia de Investigação

Neste capítulo descreve-se a metodologia adotada para este estudo. Apresentam-se e fundamentam-se as opções metodológicas, prosseguindo-se com uma breve caracterização do contexto e apresentação dos procedimentos, seguindo-se a descrição dos métodos e técnicas de recolha de dados, terminando com a descrição da análise de dados.

1. Opções Metodológicas

Uma investigação em Educação inicia-se com a identificação de um problema que dê sentido ao estudo, considerando a natureza do contexto a ser investigado, com o objetivo de o resolver, reunindo conhecimentos credíveis que permitam compreendê-lo e clarifica-lo. Neste sentido, deve adotar-se uma metodologia que viabilize observar um determinado contexto e identificar em si o que, para o investigador, é importante (Bogden & Biklen, 1994; Vale, 2004).

A investigação quantitativa e a qualitativa são dois tipos tradicionais de investigação, em educação, e cada uma delas apresenta as suas particularidades. A investigação quantitativa apoia-se em factos e fenómenos observáveis, avaliando-os a partir de variáveis mensuráveis, anulando a possibilidade de estudar um determinado fenómeno de forma isolada. Em contrapartida, a investigação qualitativa enfatiza a descrição e a classificação do fenómeno em estudo, adotando processos de observar, registar, analisar, refletir, dialogar e repensar, permitindo, assim, uma melhor compreensão do fenómeno em estudo, sendo a mais adequada para um estudo em educação (Almeida & Freire, 2000; Vale, 2004).

Este estudo teve como objetivo primordial identificar e compreender os conhecimentos que os alunos revelam sobre os números racionais positivos, nas diferentes representações, e como as usam na resolução de problemas.

Atendendo a este objetivo do estudo adotou-se uma metodologia de natureza qualitativa, pois de acordo com Coutinho (2014), a investigação qualitativa segue um sentido descritivo e interpretativo onde se pretende compreender, interpretar ou descobrir significados. De outro modo, Fernandes (1991) defende que a investigação qualitativa, após a identificação de um problema num determinado contexto, procura compreender comportamentos, atitudes ou opiniões, e viabilizar informação sobre o ensino e a aprendizagem que de outro modo não seria possível alcançar. E também um fator importante é desenvolver-se a investigação no ambiente natural do fenómeno em análise, pois de acordo com Wolcott (1994) o comportamento humano é influenciado pelo meio envolvente. A título de exemplo, através da observação pormenorizadamente planeada e da interação com os participantes é facilitada a compreensão sobre os processos cognitivos aquando da resolução de problemas. Tencionando assim esclarecer o problema predefinido no sentido de ampliar conhecimentos eficientes para a sua compreensão ou explicação (Vale, 2004).

Tal como referem Bogdan e Biklen (1994) a investigação qualitativa envolve cinco características fundamentais: i) a fonte direta de dados é o ambiente natural, sendo o investigador o instrumento principal; ii) a investigação qualitativa é descritiva, não se recorre a números mas sim a imagens ou palavras para a recolha de dados; iii) os investigadores qualitativos focam-se mais no processo do que nos resultados ou produtos; iv) os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; v) o significado é extremamente importante na abordagem qualitativa, ou seja, os investigadores qualitativos em educação questionam constantemente os participantes com o objetivo de perceber as suas interpretações e a forma como pensam.

Seguindo a vertente da metodologia qualitativa em educação, Morse (1994, citado por Vale, 2004) identifica seis estádios ou fases: 1) estádio de reflexão, fase em que o investigador reflete sobre a escolha do assunto para o seu estudo; 2) estádio de planeamento, quando o investigador seleciona o local, a estratégia e as questões de investigação; 3) o estádio de entrada, definindo-se como o período da caracterização do contexto, revelando-se o início da recolha de dados; 4) o estádio de produção e recolha de dados, engloba-se na análise de dados; 5) estádio de afastamento, fase de reflexão referente ao trabalho realizado; e, 6) estádio de escrita, a fase em que o investigador, baseando-se em dados fundamentados, interpreta os dados da sua investigação.

Com base no referido anteriormente, no que respeita à literatura e às características do problema descrito, optou-se por um estudo de cariz qualitativo, adotando-se uma abordagem interpretativa e exploratória.

2. Contexto e Procedimentos

Este trabalho de investigação desenvolveu-se num contexto educativo de 2º ciclo do ensino Básico, como já referido, no ano letivo 2018/2019, com uma turma do 6º ano, em que todos os alunos foram incluídos neste estudo.

A nível de aprendizagem, a referida turma apresentava uma boa avaliação global, chegando, em alguns casos, a níveis de mérito académico, sendo reconhecida como a melhor turma do 6º ano. Era uma turma que demonstrava um grande interesse em novas aprendizagens e uma boa compreensão matemática, apresentando sempre disponibilidade para a participação e partilha de ideias, colocando frequentemente questões para esclarecimento de dúvidas ou dando sugestões nos assuntos trabalhados.

Relativamente ao comportamento, era uma turma onde persistiam as conversas paralelas, o que ocasionava momentos de paragem para chamadas de atenção, originando alguma perturbação na atividade letiva. Relativamente a trabalhos de grupo, tornava-se quase impossível fazer-se porque era uma turma muito barulhenta.

A investigadora era também professora estagiária da turma pelo que esteve naturalmente envolvida no contexto com os participantes. Teve como principal objetivo compreender os processos na resolução dos problemas apresentados, questionando os alunos acerca dos seus raciocínios e observando as suas resoluções.

A elaboração deste estudo decorreu entre os meses de fevereiro de 2019 e fevereiro de 2020 e desenvolveu-se ao longo de três fases: i) a preparação para o estudo; ii) a execução do estudo; e, iii) realização do relatório de investigação. Na tabela 1 sintetiza-se a descrição do estudo e a sua calendarização.

Tabela 1: Calendarização das fases do estudo

Organização no tempo	Fases do estudo	Procedimentos
Fevereiro a abril de 2019	Preparação para o estudo	▪ Observação e caracterização do contexto e da turma; ▪ Definição do problema e das questões de investigação; ▪ Recolha bibliográfica; ▪ Planificação da intervenção didática; ▪ Entrega dos pedidos de autorização;
Maio de 2019	Execução do estudo	▪ Aplicação do questionário; ▪ Realização da tarefa *Racionais Parte 1*; ▪ Recolha de dados; ▪ Implementação da intervenção didática; ▪ Realização da tarefa *Racionais Parte 2*; ▪ Entrevistas/Conversas com os alunos; ▪ Recolha de dados; ▪ Continuação da intervenção didática; ▪ Realização da tarefa *Racionais Parte 3*; ▪ Entrevistas/Conversas com os alunos; ▪ Recolha de dados;
Junho de 2019 a fevereiro de 2020	Realização do relatório	▪ Análise dos dados; ▪ Recolha bibliográfica; ▪ Produção do relatório.

Na preparação para o estudo, no período de observação e intervenção, que decorreu entre os meses de fevereiro e abril de 2019, efetivou-se a observação de todo o ambiente escolar, permitindo caracterizar o contexto e a turma. Esta etapa, foi fundamental para identificar potencialidades e fragilidades na turma, para, deste modo, definir um problema e as suas questões orientadoras. Por outro lado, também possibilitou o delineamento da elaboração da proposta didática, para o estudo. Ao longo desta fase foi iniciada a recolha bibliográfica da temática central do estudo- Números Racionais. No final foram entregues os pedidos de autorização (Anexo 2) aos encarregados de educação, na participação dos seus educandos no estudo.

Na segunda fase, desenvolvida no mês de maio de 2019, procedeu-se à realização do estudo. Iniciou-se com a entrega do questionário (Anexo 3) e com a elaboração da tarefa *Racionais Parte 1* (Anexo 4). Posto isto, seguiu-se a intervenção didática onde foram tratados os conteúdos programáticos alusivos aos Números Racionais, estipulados em documentação oficial, viabilizando a dinamização das tarefas *Racionais Parte 2* (Anexo 5) e

Racionais Parte 3 (Anexo 6), entre outras, permitindo observar e acompanhar a conduta dos alunos face à realização das tarefas apresentadas, fundamentalmente, para a recolha de dados.

Na última fase, entre os meses de junho de 2019 e fevereiro de 2020, procedeu-se à análise do conjunto de dados recolhidos ao longo do estudo e elaborou-se a escrita do presente relatório.

3. Recolha de Dados

A fase essencial de uma investigação é a recolha de dados, no sentido em que se trata da recolha de evidências que são fundamentais para dar resposta ao problema evidenciado (Vale, 2004). Similarmente, Coutinho (2014) aponta a recolha de dados como um momento de extrema importância em todo e qualquer plano de investigação, pois permite obter informação e dar resposta ao problema de investigação. Bogdan e Biklen (1994) apontam os dados como materiais de recolha basilares para a análise de um estudo.

A recolha de dados sustenta-se em diversas fontes de evidência, no entanto, as formas privilegiadas na investigação qualitativa, são as observações, as entrevistas e os documentos, obtidas de uma forma intencional e com significado, num determinado contexto, sendo compreendidas tanto pelos participantes como pelo investigador (Coutinho, 2014; Vale, 2004; Yin, 2010).

Para este estudo, relativamente à recolha de dados, foram utilizados os seguintes métodos: observação, entrevistas, documentos e gravações audiovisuais, ocorrendo num ambiente natural de sala de aula.

É importante salientar que antes de qualquer tipo de recolha de evidências, por uma questão de ética, foi entregue a cada encarregado de educação um pedido de autorização (Anexo 2), para que o seu educando participasse no referido estudo, onde se indicava que a identidade de cada criança seria salvaguardada, mantendo o seu anonimato e a confidencialidade de todos os dados recolhidos destes.

3.1 Observação

A observação foi a técnica de recolha de dados mais utilizada ao longo deste estudo e, paralelamente a esta, as notas de campo pois, perspetivando Bogdan e Biklen (1994), são um instrumento que o investigador usa para escrever o que ouve, vê e experiencia, ajudando-o a conduzir a investigação e a refletir sobre os dados recolhidos.

Caracteriza-se como sendo uma técnica elementar na investigação de caráter qualitativo porque permite ao investigador estabelecer uma coerência entre as ações e a verbalização dos participantes, alicerçada ao que ouve e observa no contexto natural. Como especifica Vale (2004)) "As observações são a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permitem comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz" (p. 9).

Considerando Coutinho (2014) tratou-se de uma observação não estruturada pois, os registos procedentes das observações efetuadas, foram elaborados em meras folhas de papel, não obedeceram a qualquer tipo de protocolo, que obedece a determinados aspetos que se pretendem analisar, como é estabelecido numa observação estruturada. A participação do investigador varia ao longo da investigação (Yin, 2010), assim, observar os participantes, numa primeira instância, foi essencial para caracterizar a turma, e identificar o problema de estudo a ser desenvolvido na investigação, permitindo uma melhor elaboração da intervenção didática. Ao longo do estudo, em contexto, manteve-se uma boa relação com as crianças, para que se sentissem à vontade em responder às solicitações apresentadas, explicando os seus raciocínios e as suas estratégias de resolução. Neste seguimento, relativamente à conduta do observador pode considerar-se, neste estudo, uma observação participante, caracterizada por Vale (2004) como sendo aquela em que o investigador se integra completamente no contexto de investigação, tomando uma posição interativa. E que Bogdan e Biklen (1994) referem como sendo o melhor método de recolha de dados, em estudos de natureza qualitativa, porque permite ao investigador uma melhor compreensão do comportamento dos participantes.

Importa revelar que nesta técnica, houve o auxílio da prestação da colega de estágio, tendo um papel de observadora não participante, para obter mais informação explícita de todas as ideias/pensamentos e opiniões dos alunos no decorrer da investigação.

3.2. Entrevistas/ Conversas

As entrevistas são de extrema importância num estudo de natureza qualitativa e devem ser utilizadas em conjunto com a observação (Yin, 2010).

Neste estudo não foram utilizadas as entrevistas de natureza formal, mas sim conversas, ao longo das aulas, em contexto sala de aula, focadas essencialmente nos aspetos diretamente ligados com o estudo e relacionados com as tarefas trabalhadas dando-se uma maior ênfase aos diálogos. Também foram tidas em atenção as conversas fora do contexto de sala de aula, mas no seguimento dos assuntos tratados na aula.

3.3. Questionário

O questionário é uma técnica de recolha de dados que se traduz no preenchimento de um formulário pelos participantes (Coutinho, 2016). Este, é utilizado em investigação de modo a que a informação recolhida provenha diretamente dos participantes, que mais tarde são transformados em dados possíveis de serem analisados (Sousa, 2009), que "proporcionam respostas diretas sobre informações, quer factuais quer de atitudes, e permitem a classificação de respostas sem esforço." (Vale, 2004, p. 9)

Neste estudo foi utilizado um questionário (Anexo 3), aplicado no início da intervenção didática, com o objetivo de conhecer algumas das preferências disciplinares dos alunos, quais as suas opiniões no âmbito da dinamização da Matemática em contexto escolar e verificar o seu conhecimento, generalizado, do tema Números Racionais.

3.4. Registos audiovisuais

Os registos audiovisuais (fotografias e gravações vídeo ou áudio) viabilizam a perceção mais pormenorizada das atividades desenvolvidas pelos participantes, bem como dos diálogos, ao longo da investigação, tornando-se, deste modo, uma ferramenta essencial na análise dos dados recolhidos, uma vez que nos "dão fortes dados descritivos" e "são muitas vezes utilizadas para compreender o subjetivo" (Bogdan e Biklen, 1994, p.183).

No decorrer da prática pedagógica geravam-se diversas situações e conversas que não estavam previamente estabelecidas, que poderiam ser importantes para o desenvolvimento do estudo, daí o contributo eficaz dos registos audiovisuais.

A utilização desta técnica não interferiu no comportamento dos alunos, visto que era a colega de estágio da investigadora que fazia os registos fotográficos e, relativamente às gravações audiovisuais, os dispositivos de gravação eram usados de forma a que as crianças não dessem conta da sua utilização.

3.5. Documentos

Num estudo de cariz qualitativo, entende-se por documentos o conjunto de registos escritos e figurativos, onde se inclui todo o material que existe anteriormente à investigação e aquele que é recolhido durante o seu desenvolvimento (Vale, 2004). Como nos indica Coutinho (2014) são uma variedade de registos e materiais que podem incluir, por exemplo, documentos escritos, numéricos ou estatísticos e reproduções de som e imagem.

A recolha de documentos é uma fonte importante de dados que permite confirmar evidências recolhidas através de outros métodos (Yin, 2010). Neste sentido, para fundamentação deste estudo, foram recolhidos: produções escritas dos alunos, resultantes da resolução das tarefas propostas; notas de campo, de natureza observacional, realizadas ao longo de todo o estudo e após cada aula, e transcrições de várias conversas com os alunos.

Relativamente às produções escritas dos alunos, estas foram recolhidas a partir da apresentação de três fichas de trabalho, constituídas por um conjunto de tarefas, no âmbito do tema Números Racionais, maioritariamente em contextos visuais que permitiam resoluções visuais e/ou analíticas. Estas tarefas abordavam diferentes conceitos dos números racionais e ao estabelecimento de conexões entre as suas diversas representações, nomeadamente, fração, numeral decimal, percentagem e numeral misto. Paralelamente a esta descrição, parte destas tarefas, também tinham como pressuposto promover a utilização de várias estratégias de resolução de problemas (visuais e analíticas), em particular o modelo da barra numérica. As fichas, todas realizadas na sala de aula, foram divididas em três partes: Racionais Parte 1 (Anexo 4) - tinha como objetivo analisar os conhecimentos que os alunos dispunham de anos anteriores, relacionados com o referido tema. Foi realizado numa aula de 90 minutos, individualmente; Racionais Parte 2 (Anexo 5) – tinha como propósito investigar que tipo de resoluções (visuais ou analíticas) privilegiavam os alunos, na resolução de problemas e, para além disto, verificar se relacionavam números racionais positivos nas suas diferentes representações. Foi dinamizada em duas aulas (uma de 90 e outra de 45 minutos, individualmente e/ou a pares; e, Racionais Parte 3 (Anexo 6) – uma vez que já trabalhado o modelo da barra com a turma, a finalidade desta ficha era averiguar se os alunos, na resolução das tarefas, optavam por modelos visuais (com recurso ao modelo da barra) ou analíticos. Esta ficha foi realizada numa aula de 90 minutos, individualmente e/ou a pares. Salienta-se que estas tarefas constituíram a parte fundamental deste trabalho.

4. A Análise de Dados

A análise de dados para este estudo desencadeou-se num processo substancialmente interpretativo, baseando-se nas questões de investigação, na revisão da literatura processada e nos dados recolhidos. Constituindo-se como uma fase crucial para a investigação onde a investigadora analisou um amplo conjunto de informações compiladas a partir da recolha de dados.

Perspetivando Miles e Huberman (1994, citado por Vale, 2004) a análise pode-se desenvolver num modelo "que consiste em três componentes: a redução dos dados, a apresentação dos dados e as conclusões e verificação" (p. 12). A primeira fase pressupõe a seleção, simplificação e organização dos dados recolhidos a partir das notas de campo, tendo em conta a sua relevância. Na apresentação de dados reúne-se toda a informação selecionada relevante para as conclusões. E, na última fase tira as suas conclusões verificando a sua veracidade a partir dos dados.

A análise dos dados qualitativos deve ser de natureza indutiva. No decorrer desta análise, os dados podem ser agrupados por categorias no sentido de os interpretar, no entanto, este processo depende da informação recolhida, tendo por base o enquadramento teórico e as questões às quais se quer dar resposta. Atendendo a este facto e, de acordo com Wolcott (1994, citado por Vale, 2004), são realizadas leituras sucessivas dos dados, para chegar a uma interpretação fundamentada, sendo organizados por categorias segundo o propósito do estudo. Deste modo, o mesmo autor propõe os seguintes passos de análise: descrição, análise e interpretação.

Um estudo qualitativo deve obedecer a determinados critérios de qualidade ou validade, para que seja garantido o seu valor. Miles e Huberman (1994, citado por Vale, 2004) apresentam uma proposta de vários critérios que funcionam como indicadores de qualidade num estudo qualitativo: i) *Confirmabilidade*, garantia de subjetividade do investigador; ii) *Fidedignidade*, verificação da consistência do estudo; iii) *Credibilidade*, garantia da veracidade dos dados; iv) *Transferibilidade*, garantia de generalização do estudo em diferentes contextos; e, v) *Aplicabilidade*, compreender a importância do referido estudo, que aprendizagens ou contributos promove. Para este estudo teve-se em atenção a *Confirmabilidade* e a *Credibilidade*, não desconsiderando os restantes critérios. Neste sentido, procurou-se estabelecer, objetivamente, uma investigação baseada nos dados recolhidos, invalidando possíveis ideias pré-concebidas. Relativamente ao critério de *Credibilidade*, Vale (2004) refere que para salvaguardar a credibilidade do seu estudo, o investigador deve estar presente, o quanto necessário, no contexto de investigação, tendo uma observação perseverante que lhe permita interpretações de maneiras distintas. Além de que, deve aconselhar-se, fora do contexto, com outras pessoas que tenham conhecimentos sobre o estudo, e deve também refletir sobre o seu trabalho. Por último, deve enfatizar a triangulação de dados, ou seja, a combinação de diferentes métodos de recolha de dados.

A diversidade de técnicas de recolha de dados permite uma maior abrangência de dados adquiridos, assegurando deste modo as diferentes perspetivas dos participantes no estudo e, consequencialmente, a triangulação adequada da informação (Coutinho, 2014). A triangulação dos dados uma das técnicas que permitem assegurar a credibilidade de um estudo que, resumidamente, é uma técnica que combina vários tipos de dados, diversos métodos ou até dados obtidos por outros investigadores (Vale, 2004), dando resultado a investigações com qualidade superior (Yin, 2010).

Neste estudo, organizou-se a análise dos dados atendendo aos conhecimentos dos alunos sobre números racionais, ao nível das representações e ao nível das estratégias de resolução de problemas utilizadas ao longo das tarefas propostas. Ou seja, ao nível das diferentes representações- fração, percentagem, numeral misto, numeral decimal. E ao nível das estratégias consideraram-se as visuais (desenhos, esquemas, modelo da barra) e as analíticas (fórmulas, conceitos, linguagem natural).

CAPÍTULO IV- PERCURSO DE INTERVENÇÃO EDUCATIVA

Neste capítulo é realizada a descrição da intervenção didática, no âmbito do conteúdo programático Números Racionais, bem como a caracterização das tarefas propostas à turma, que serviram como base para esta investigação, considerando os seus objetivos e as expetativas de resolução.

1. Descrição da Intervenção Didática

A presente intervenção didática, como já referido, incidiu numa turma do 6º ano de escolaridade e desenvolveu-se ao longo de quatro semanas, sendo que, em cada semana eram dinamizadas três aulas de 90 minutos, totalizando 12 aulas. Foi trabalhado o conteúdo programático dos Números Racionais, no domínio Números e Operações, atendendo ao que é proposto nos documentos oficiais.

Ao longo de toda a intervenção seguiu-se um ensino de natureza exploratória (Canavarro, Oliveira, & Menezes, 2012; Ponte, 2005), privilegiando-se sempre a comunicação, proporcionando uma aprendizagem em que os alunos tinham um papel ativo na construção do seu conhecimento, tendo em conta que se valorizavam as suas ideias prévias e o seu raciocínio, enfatizando-se o questionamento e a partilha de ideias. Na medida em que, cada tema novo era tratado a partir das ideias prévias dos alunos, apresentando-se sempre com exemplos do quotidiano das crianças e, através do questionamento, guiando-os para que conseguissem alcançar o objetivo na aprendizagem desse assunto, finalizando-se com a elaboração de uma discussão, em grande grupo, e sintetizando o que se tinha trabalhado. Por outro lado, o início de cada aula era dedicado a uma pequena síntese dos conteúdos abordados anteriormente, em grande grupo, para que se criasse um fio condutor com a aula corrente e, na probabilidade de surgirem dúvidas estas pudessem ser esclarecidas e, posteriormente, indicava-se à turma o assunto que iria ser abordado.

No desenvolvimento da atividade matemática proporcionava-se à turma a elaboração de tarefas de caráter diversificado. Assim, para a consolidação de conhecimentos, iniciava-se pela proposta de tarefas estruturadas de desafio reduzido, nomeadamente, exercícios e passava-se para a proposta de tarefas de desafio mais elevado, para a aplicação de conhecimentos, exploração de conceitos matemáticos, desenvolvimento da compreensão e capacidade de relacionarem estratégias e propriedades matemáticas, através da realização de problemas e explorações (Ponte, 2005; Vale & Pimentel, 2004b).

Ao longo de toda a intervenção didática enfatizou-se o envolvimento dos alunos na apresentação, justificação, argumentação e negociação de resultados emergentes da sua prática nas tarefas apresentadas. Assim, relativamente à exploração de tarefas, teve-se em atenção o *Modelo das 5 Práticas* propostas por Stein, Engle, Smith e Hughes (2008, citado por Rodrigues, Menezes, & Ponte, 2018) - antecipar, monitorizar, selecionar, sequenciar e estabelecer conexões entre as respostas dos alunos. Antecipadamente, eram selecionadas tarefas que promovessem o desenvolvimento na capacidade de resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática, e sempre baseadas em situações do dia a dia das crianças, proporcionando-lhes, assim, o estabelecimento de conexões entre as suas experiências e as várias representações dos números racionais. Para além disto, esboçavam-se algumas resoluções que os alunos pudessem apresentar e, tendo em conta possíveis dificuldades, planeavam-se estratégias de forma a que atingissem os objetivos pretendidos. Posto isto, as tarefas eram monitorizadas da seguinte forma: 1) apresentava-se a tarefa, sendo projetada no quadro; 2) era lido o enunciado; 3) interpretava-se o que era apresentado, para uma melhor compreensão do que era pretendido, e os alunos individualmente, podendo eventualmente trocar ideias entre eles, resolviam a tarefa; 4) no decorrer do trabalho autónomo iam-se apoiando alguns alunos e questionando-os sobre a forma como pensaram, para compreender e interpretar os seus resultados, considerando as estratégias de resolução, tendo em conta as representações utilizadas e as dificuldades apresentadas. Entretanto, ia-se observando as diferentes resoluções e selecionavam-se as estratégias mais relevantes para serem apresentadas e discutidas em grande grupo, para que servissem de partilha na correção; 5) após algum tempo, era feita a correção, dinamizando a discussão dos resultados obtidos, na medida em que alguns alunos apresentavam no quadro as suas estratégias de resolução e, com base no questionamento da professora, explicavam o seu raciocínio, para que outros colegas entendessem as diferentes resoluções e as pudessem comparar com as suas, proporcionando-se, assim, o estabelecimento de conexões entre as várias resoluções; e, 6) com a orientação da docente, fazia-se uma síntese das conclusões obtidas.

Esta dinâmica também permitiu orientar melhor a turma evitando que alguns alunos avançassem ou que outros dispersassem esperando pela correção no quadro.

Tendo em conta que se pretendia compreender as diversas estratégias de resolução privilegiadas pelos alunos, as tarefas propostas apresentavam-se em contextos visuais que promoviam o recurso a diversas estratégias de resolução (visuais e analíticas), em particular com recurso ao modelo da barra, possibilitando, ainda, a associação entre situações quotidianas e os diferentes modos de representação (icónicos, simbólicos e ativos). Favorecendo, desta forma, a criação de conexões entre as diferentes representações dos números racionais (fração, numeral decimal, percentagem e numeral misto), nos seus diversos significados (parte-todo, razão, quociente, medida e operador) e envolvendo grandezas discretas e contínuas.

Uma vez que a turma, inicialmente, não apresentava resoluções de caráter visual, na resolução de tarefas, durante a discussão de resultados das tarefas selecionadas, demonstravam-se e explicavam-se estratégias pictóricas, essencialmente, recorrendo ao modelo da barra, proporcionando, deste modo, à turma, a aquisição de conhecimentos de novas estratégias de resolução.

Salienta-se que, apesar da projeção no quadro das tarefas propostas, era entregue a cada aluno uma folha com todas as tarefas a realizar. Nesta, o aluno efetuava a sua resolução e justificava o seu raciocínio (por palavras, esquemas e/ou cálculos) e depois era recolhida (para análise de dados).

2. Descrição das Tarefas

Seguidamente, são apresentadas as tarefas desenvolvidas que serviram como apoio para este estudo, estando divididas em três partes intituladas, Racionais Parte 1 (Anexo 4), Racionais Parte 2 (Anexo 5) e Racionais Parte 3 (Anexo 6). Em que, cada uma das partes é apresentado um conjunto de tarefas, maioritariamente, de cariz exploratório, no âmbito do tema Números Racionais, que promovem o estabelecimento de conexões entre as várias representações e diversos significados e propiciam a utilização de modelos visuais, em particular, a barra numérica.

Nesta dinâmica, apresenta-se de seguida uma descrição sucinta de cada uma das três fichas de racionais, identificando objetivos e expetativas de resolução por parte dos alunos. Apresentam-se, em anexo três tabelas- tabela 2 (Anexo 7), tabela 3 (Anexo 8) e tabela 4 (Anexo 9) - onde são exibidos os enunciados de cada uma das tarefas, onde se incluem os objetivos para cada uma, a sua natureza, assim como as representações, os significados e as grandezas.

2.1. Racionais Parte 1

Este conjunto de tarefas (Anexo 4) consistiu em analisar os conhecimentos dos alunos, em modo de revisão, acerca do tema dos números racionais positivos, apresentando algumas tarefas em contextos visuais, incidindo sobre as várias representações e na resolução de problemas simples. O anexo 7 sintetiza algumas das ideias principais, de cada uma das tarefas, desta 1ª parte.

Nesta tarefa de contexto visual (figura 6), pretendia-se que os alunos relacionassem o número de partes solicitadas e o número total de partes, em diferentes tipos de unidade (contínua e discreta), ou seja, que interpretassem a unidade em situações que envolvem grandezas discretas e contínuas.

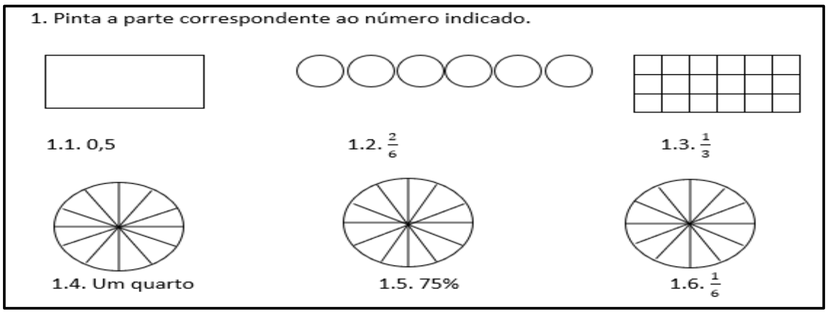
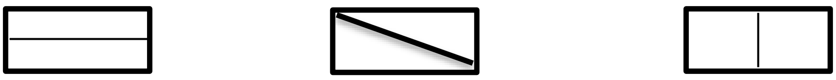


Figura 6. Tarefa 1- Racionais Parte 1

Não eram esperadas dificuldades nesta tarefa, apenas diferentes formas de dividirem a unidade, a título de exemplo, na primeira figura, em que tinham de representar a sua metade (0,5) poderiam dividi-la nas seguintes formas:



Na questão seguinte (figura 7), pretendia-se que os alunos identificassem a parte pintada em cada uma das figuras, tendo em conta o conceito de fração na interpretação parte-todo.

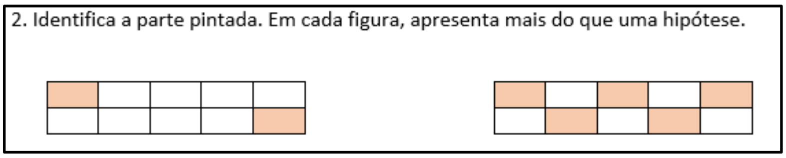


Figura 7. Tarefa 2- Racionais Parte 1

Aqui, poderiam apresentar várias soluções, tendo em conta que se solicitava mais do que uma hipótese. Poderiam apresentar o resultado sob a forma de fração, decimal ou percentagem.

Na primeira alínea, podiam apresentar os resultados, na forma de fração $\frac{2}{10} = \frac{1}{5}$, na forma de percentagem 20% ou na forma decimal 0,2 e, na segunda alínea os mesmos métodos de representação $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ ou 50% ou 0,5.

Seguidamente, neste problema (figura 8), esperava-se que, em figuras divididas em formas diferentes, os alunos, identificassem as que representavam a mesma quantidade.

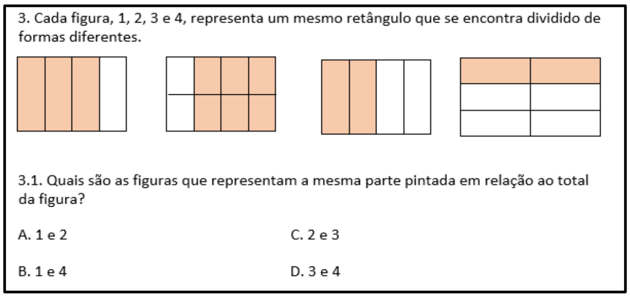


Figura *8*. Tarefa 3- Racionais Parte 1

Era expectável que optassem pela resposta A.

Relativamente às tarefas anteriores, era esperado que as resolvessem corretamente, visto que são exemplos utilizados quando se inicia o estudo dos números racionais, em que se recorre ao conceito de fração na interpretação parte-todo.

Na questão seguinte (figura 9), pretendia-se que a turma fizesse a comparação entre duas quantidades, nomeadamente, que representassem numericamente o número de meninas em relação ao número de meninos, e pedia novamente que o fizessem utilizando duas representações diferentes.

4. Numa turma há 21 alunos. Representa numericamente, o número de meninas em relação ao número de meninos, de dois modos diferentes.

R:

Figura *9*. Tarefa 4- Racionais Parte 1

A resposta podia ser: por cada 2 meninas há 3 meninos e apresentavam a relação sob a forma de fração, $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

Na tarefa seguinte (figura 10), esperava-se que os alunos reconhecessem diferentes formas de representar um número racional (fração, numeral decimal, percentagem e numeral misto) a partir de uma representação visual, ou seja, que identificassem uma relação parte-todo por meio de várias representações dos números racionais e estabelecessem conexões entre as diferentes e adequadas representações.

5. Preenche os espaços em branco, relativamente à parte sombreada de cada figura, sabendo que cada representa uma unidade.

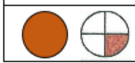
Representação Visual	Fração	Numeral Decimal	Percentagem	Numeral Misto
				
				
				$1\frac{2}{3}$
	$\frac{4}{5}$			
				

Figura 1*0*. Tarefa 5- Racionais Parte 1

Nesta tarefa, criaram-se algumas expetativas quanto aos resultados apresentados. Podiam surgir erros na representação de uma relação parte-todo de uma representação visual por meio das diferentes representações de números racionais, que serão analisadas no capítulo seguinte.

Na última tarefa (figura 11), desta parte, tencionava-se verificar se os alunos estabeleciam conexões entre as diferentes representações dos números racionais sem recorrerem à representação visual. Para além disto, pretendia-se averiguar a existência de possíveis erros relativamente ao conceito de número racional.

6. Responde a cada uma das questões e justifica.

6.1. 2,5 e $\frac{2}{5}$ representam o mesmo número?

6.2. 0,5 e 0,50 representam o mesmo número?

6.3. $\frac{3}{4}$ e 75% representam a mesma quantidade?

Figura 1*1*. Tarefa 6- Racionais Parte 1

Dadas as capacidades cognitivas da turma, de um modo geral, aguardava-se por respostas corretas, no entanto, poderiam surgir erros como por exemplo:

i) na primeira alínea, podiam indicar que se tratava da representação do mesmo número se admitissem que uma fração pode passar a decimal se se juntar o numerador com o denominador e os separarmos com uma vírgula. Caso contrário, indicariam que os números apresentados representam valores diferentes, dando a seguinte justificação: não representam o mesmo número, porque se transformarmos o número decimal 2,5 sob a forma de fração obtemos $\frac{5}{2}$. E se transformarmos o número sob a forma de fração $\frac{2}{5}$ em número decimal obtemos 0,4. Logo, não representam o mesmo número;

ii) no segundo caso poderiam errar no facto de não verificarem a equivalência entre cinco décimas e cinquenta centésimas, isto é, que ambas representam a mesma quantidade;

iii) na terceira e última alínea errariam se, porventura, não reconhecessem que existem diferentes formas de representar um número racional, deveriam indicar que $\frac{3}{4}$ de uma unidade é o mesmo que dizer 75% dessa unidade.

2.2. Racionais Parte 2

Nesta parte (anexo 5) apresentaram-se algumas tarefas em contextos visuais que permitem resoluções visuais, principalmente, com a utilização o modelo da barra numérica, e/ou analíticas e admitem conexões entre as várias representações dos números racionais, em diferentes significados. O anexo 8 sintetiza algumas das ideias principais, de cada uma das tarefas, desta 2ª parte.

A primeira tarefa (figura 12), deste conjunto, contempla: a identificação de partes de uma grandeza contínua, a comparação e ordenação de números racionais e a representação de números racionais na linha numérica, estando patente o conceito de medida.

1. No final do 3º Período irá decorrer uma prova de "Pé-coxinho", onde todos os participantes partem do ponto A e têm de chegar ao ponto B. A seguir é apresentada a distância percorrida por cada um dos quatro participantes, após 5 minutos da prova:

Maria 0,1 Manuel $\frac{1}{2}$ Ricardo 75% Cristiana um terço

1.1. Assinala na reta a posição de cada participante.

A ____ B

1.2. Quem vai à frente na prova? Explica.

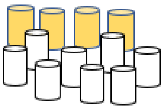
Figura 12. Tarefa 1- Racionais Parte 2

Os alunos tinham de representar num segmento de reta [AB] a posição de cada participante num determinado momento da prova. As distâncias percorridas eram apresentadas através de várias representações (decimal, fração, percentagem), deixando em aberto a opção da representação a utilizar, no entanto, tencionava-se que associassem as representações disponibilizadas no enunciado.

Numa primeira instância deviam dividir a unidade em partes iguais e, posteriormente, marcar na linha numérica cada uma das distâncias referidas, ordenando corretamente os números.

Na segunda tarefa (figura 13) está evidenciado o significado razão, na qual os alunos teriam de comparar a intensidade do sabor a limão entre duas misturas. Neste caso, os alunos poderiam recorrer ao processo analítico e/ou ao processo visual, na sua resolução.

2. Vamos encher um jarro com a mistura A e outro com a mistura B. Em qual das misturas o sabor a limão é mais intenso? Explica o teu raciocínio.



Mistura A:

4 copos de limão

8 copos de água

Mistura B:

3 copos de limão

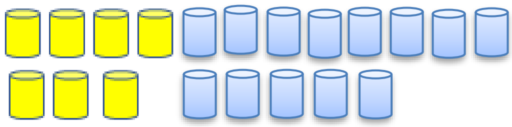
5 copos de água

Figura 13. Tarefa 2- Racionais Parte 2

Podiam resolver tendo em conta a razão entre o número de copos com limão e número de copos com água, recorrendo ou não a esquemas, concluindo que seria a mistura B aquela com sabor mais intenso a limão.

Mistura A $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$ de limão

Mistura B $\frac{3}{5} = 0{,}6 = 60\%$ de limão



A seguinte tarefa (figura 14), contextualiza o significado operador em que os alunos teriam de determinar um quarto de 24.

3. Na aula de educação física, a Sofia conseguiu fazer 24 cambalhotas. O Tomás fez $\frac{1}{4}$ das cambalhotas da Sofia.

3.1. Quantas cambalhotas conseguiu fazer o Tomás?

3.2. O Tomás fez mais ou menos de 50% das cambalhotas da Sofia? Explica.

Figura 14. Tarefa 3- Racionais Parte 2

Na primeira alínea, para determinarem o número de cambalhotas do Tomás, poderiam utilizar processos analíticos ou visuais através de um esquema.

Processo analítico:

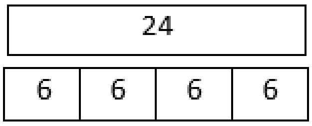
1) Podiam resolver tendo em conta o conceito quociente dividindo o número total de cambalhotas da Sofia por quatro, correspondente ao $\frac{1}{4}$ do número de cambalhotas

efetuadas pelo Ricardo. $24 : 4 = 6$

2) Podiam resolver considerando o conceito operador, calculando $\frac{1}{4}$ de 24.

$$\frac{1}{4} \text{ X } 24 = 6$$

Processo visual:



24 cambalhotas da Sofia

$\frac{1}{4}$ (são o número de cambalhotas do Ricardo)

Na segunda alínea, teriam de mostrar a compreensão do conceito de 50%, também recorrendo a algoritmos ou a esquemas para explicar o seu raciocínio.

Com a penúltima tarefa (figura 15 e figura 16) pretendia-se que os alunos representassem, na barra numérica, números racionais representados em diversas formas (percentagem, fração e numeral decimal). Para além disto que utilizassem, como operadores, as referidas representações para que determinassem a quantidade de espetadores presentes em cada sala.

4. A Sara, o Luís e a Luísa são irmãos e gostam de atividades diferentes. No sábado, a Sara foi ao cinema, o Luís foi ao teatro e a Luísa assistiu a um desfile de moda.

Quando regressaram a casa, além de contarem o que viram também fizeram uma análise do público presente em cada um dos eventos.

Sara- "A sala estava com 70% de ocupação."

Luís- "Havia cerca de $\frac{2}{5}$ de lugares ocupados."

Luísa- "A sala tinha cerca de 0,8 de ocupação."

Figura 15. Tarefa 4- Racionais Parte 2

4.1. Representa em cada barra, a ocupação da sala em cada evento.

Sala de cinema: 70% de ocupação.

Sala de teatro: $\frac{2}{5}$ de lugares ocupados.

Sala do desfile de moda: 0,8 de ocupação.

4.2. Se cada sala tivesse capacidade para 400 pessoas, determina quantas pessoas estariam presentes em cada evento.

Figura 16. Tarefa 4- Racionais Parte 2

Na primeira alínea não eram esperadas dificuldades dado que se tratava de dividir a unidade equitativamente, tendo em conta as representações solicitadas.

Para a primeira situação, os alunos dividiam a barra (o todo) em 10 partes iguais e sombreavam 7 partes determinando 70% de ocupação. Na segunda, deviam dividir a unidade em 5 partes iguais e sombreavam 2 dessas partes, determinando $\frac{2}{5}$ de lugares ocupados. Para determinarem 0,8 de ocupação, na terceira situação, dividiam a barra em dez partes iguais e sombreavam oito dessas dez partes.

Quanto à segunda alínea podiam recorrer a processos analíticos ou utilizando a barra numérica para indicarem o número de pessoas presentes, em cada uma das salas, tendo em conta a capacidade para 400 pessoas.

<u>Sala de cinema</u>:

70% X 400 = 0,70 X 400 = 280 (pessoas)

Ou $\frac{70}{100}$ X 400 = (280 pessoas)

40	40	40	40	40	40	40	40	40	40

400: 10 = 40 70 % de 400 pessoas são 280 pessoas

<u>Sala de teatro</u>:

$\frac{2}{5}$ X 400 = 2X $\frac{400}{5}$ = 2 X 80 = 160 (pessoas)

80	80	80	80	80

400: 5 = 80 $\frac{2}{5}$ de 400 pessoas são 160 pessoas

<u>Sala do desfile de moda</u>:

0,8 X 400 = 320 (pessoas)

40	40	40	40	40	40	40	40	40	40

400: 10 = 40 0,8 de 400 pessoas são 320 pessoas

Na última tarefa (figura 17) era solicitado o cálculo do valor numérico de expressões que envolviam números racionais nas suas diferentes representações, para verificar como as operavam, no sentido de analisar qual a representação preferencial dos alunos.

5. Calcula o valor numérico de cada uma das expressões.

5.1. $\left(-\frac{10}{5}\right) + (-12) =$

5.2. $\left(+3\frac{1}{2}\right) + (-3) =$

5.3. $\left(+\frac{1}{4}\right) - (+0{,}25) =$

5.4. $\left[+\frac{1}{5} - (+0{,}2)\right] + (-3) =$

5.5. $+1\frac{1}{2} + (+0{,}5) =$

Figura 17. Tarefa 5- Racionais Parte 2

2.3. Racionais Parte 3

Nesta parte (Anexo 6) apresentaram-se tarefas que viabilizam uma abordagem dos diversos conceitos dos números racionais e admitem conexões entre as suas várias representações, que permitem resoluções visuais, em particular o modelo da barra, e/ou analíticas. O principal objetivo, com este conjunto de tarefas, era verificar se os alunos, a cada resolução, optavam pelo modelo da barra ou se davam preferência ao método analítico. O anexo 9 sintetiza algumas das tarefas desta 3ª parte.

A primeira tarefa (figura 18) contextualiza o significado operador, num contexto discreto, não apresentando dificuldades, visto ser uma tarefa tipicamente utilizada no estudo dos racionais, em que o todo é conhecido. No entanto, como já se referiu, pretendia-se averiguar qual o método privilegiado da turma.

1. A Sara fez 96 pulseiras. Vendeu $\frac{3}{4}$ e ofereceu $\frac{1}{3}$ das que sobraram à Luísa. Com quantas pulseiras ficou para si no final?

Figura 18. Tarefa 1- Racionais Parte 3

Esperava-se que os alunos determinassem o número de pulseiras a partir da utilização de um processo analítico ou visual.

Processo analítico:

1) Primeiro teriam de determinar o número de pulseiras que tinha sobrado à Sara, da venda, ou seja, $\frac{3}{4}$ de 96 pulseiras,

$$\frac{3}{4} \text{ X } 96 = 24$$

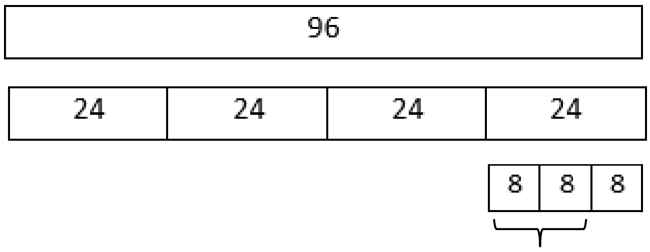
2) Depois de saberem que tinham sobrado 24 pulseiras precisavam de saber quantas pulseiras a Sara tinha oferecido à Luísa, isto é, $\frac{1}{3}$ de 24,

$$\frac{1}{3} \text{ X } 24 = 8$$

3) Por fim, calculavam a diferença entre o número de pulseiras que sobraram da venda e o número de pulseiras oferecido à Luísa, para precisarem o número de pulseiras que ficariam para a Sara que seriam 16.

$$24 – 8 = 16$$

Processo Visual:



16 pulseiras para a Sara

A segunda tarefa (figura 19) é apresentada num contexto visual de partição que se transforma num contexto de partilha equitativa, que permite o desenvolvimento do sentido de quociente (divisão do todo em partes iguais) e determina uma relação entre o significado quociente e o significado parte-todo.

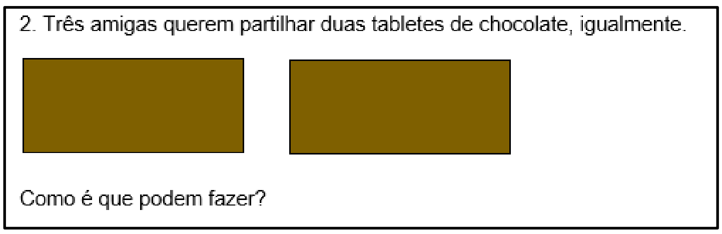


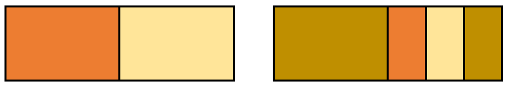
Figura 19. Tarefa 2- Racionais Parte 3

Esperava-se que os alunos resolvessem esta tarefa visualmente. Ou seja, pretendia-se que os alunos dividissem as duas tabletes equitativamente por três amigas a partir de esquemas.

Podiam eventualmente dividir cada barra em três partes iguais e indicarem que cada uma das amigas recebia duas partes, ou seja, $\frac{2}{3}$ de chocolate.

$\frac{1}{3}$ cada uma recebe $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ ou $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$

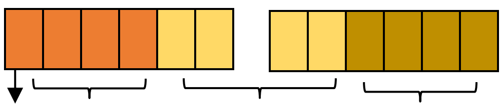
Poderiam também dividir os dois chocolates em duas partes, cabendo a cada uma das amigas $\frac{1}{2}$ de cada, e a quarta parte sobrante dividida em três partes correspondendo a um terço de uma metade, isto é, $\frac{1}{3}$ X $\frac{1}{2}$ (um terço de um meio). Assim, cada uma das amigas ficaria com $\frac{1}{2}$ + ($\frac{1}{3}$ X $\frac{1}{2}$) = $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{4}{2}=\frac{2}{3}$



$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ X $\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

Cada uma das amigas recebe $\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{4}{2}=\frac{2}{3}$

Outro exemplo seria, dividirem cada chocolate em seis partes iguais e indicarem que a cada uma das amigas ficaria com quatro partes iguais $\frac{4}{6}$ = $\frac{2}{3}$ (partilha equivalente à primeira).



$\frac{1}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{4}{6}$ $\frac{4}{6}$

Com a terceira tarefa (figura 20) esperava-se que a turma reconstruisse a unidade a partir das suas partes tendo como recurso a barra numérica, no entanto, seria mais provável que a resolvessem a partir de uma abordagem analítica.

3. A Luísa quer aplicar, numa camisola, algumas flores em tecido, mas está com um problema, só tem 8 flores que correspondem a $\frac{4}{5}$ do total de flores que necessita para aplicar em toda a camisola. Qual é o número total de flores de que a Luísa precisa?

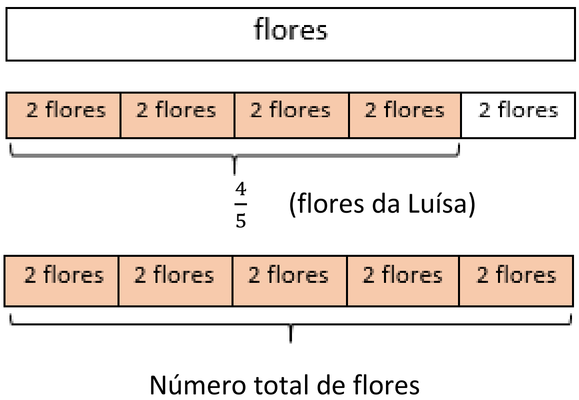
Figura 20. Tarefa 3- Racionais Parte 3

Processo analítico:

Tendo em conta que a Luísa só tinha $\frac{4}{5}$ das flores necessárias, os alunos, tinham de descobrir a quantas flores correspondia $\frac{1}{5}$ que era a quantidade de flores que faltava à Luísa. Assim, poderiam dividir o número de flores, que a Luísa tinha (8), em quatro partes para descobrirem a quantas flores correspondia cada uma das 5 partes, ou seja 2 flores (8:4=2). Depois, calculavam o produto 2X5 para determinarem o número total de flores necessário.

Processo visual:

Recorrendo à barra, os alunos dividiam-na em cinco partes iguais, em que a cada uma correspondiam duas flores, analisando que quatro partes juntas perfazem o total das oito flores, deviam concluir que com a quinta parte (referente a duas flores) completavam o número total de flores que a Luísa precisava, isto é, de dez flores.

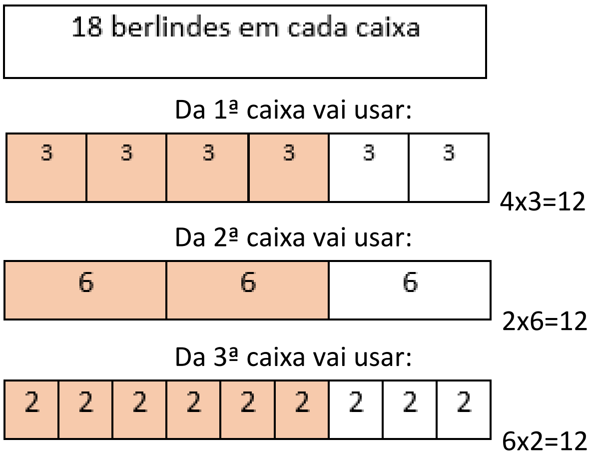


A quarta tarefa (figura 21) remete para o significado operador e para a reconstrução da unidade. Era esperado que os alunos verificassem que as três frações eram equivalentes, ou seja, que representavam o mesmo número de berlindes.

4. O Tomás tem três caixas iguais, cada uma com 18 berlindes. Vai usar da primeira caixa, $\frac{4}{6}$ dos berlindes, da segunda, $\frac{2}{3}$ e da terceira, $\frac{6}{9}$. Quantos berlindes vai usar de cada uma das caixas?

Figura 21. Tarefa 4- Racionais Parte 3

Também neste caso, o recurso ao modelo da barra facilitaria a resolução desta tarefa.



No entanto, poderiam resolver a tarefa analiticamente, por exemplo, considerando o conceito operador calculando para cada uma das caixas:

1ª caixa $\frac{4}{6}$ de 18 ⟶ $\frac{4}{6}$ X 18 = 12

2ª caixa $\frac{2}{3}$ de 18 ⟶ $\frac{2}{3}$ X 18 = 12

3ª caixa $\frac{6}{9}$ de 18 ⟶ $\frac{6}{9}$ X 18 = 12

Na quinta tarefa (figura 22) surge o conceito parte-todo em que o todo é desconhecido apresentando-se como uma tarefa mais difícil de resolver porque exige um bom conhecimento procedimental e concetual.

> 5. Os alunos da escola do Tomás praticam diferentes modalidades desportivas. Um terço dos alunos pratica futebol. Dos restantes, um quarto pratica natação e o resto pratica atletismo. Sabendo que 90 alunos praticam natação, quantos alunos tem a escola do Tomás?

Figura 22. Tarefa 5- Racionais Parte 3

Esta tarefa também possibilitava resoluções com recurso a processos analíticos e visuais.

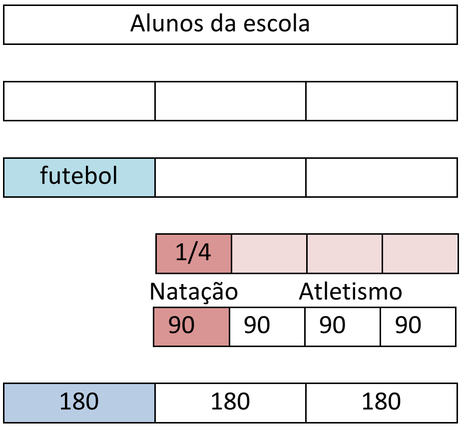
Os alunos poderiam recorrer a uma abordagem analítica da seguinte forma:

Verificar o número de alunos (todo) que fica quando é retirado o número de alunos que praticam futebol $\left(\frac{1}{3}\right)$, ou seja, $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$. Posteriormente, calculavam a parte correspondente aos que praticavam natação $\left(\frac{1}{4}\right)$ da quantidade anterior $\left(\frac{2}{3}\right)$, assim, $\frac{1}{4}$ X $\frac{2}{3}$ =

$\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$. Uma vez que o número de alunos que praticam natação é $\frac{1}{4}$, correspondendo a 90 alunos (a sexta parte do todo), calculavam o número total de alunos a partir da expressão, 6x90=540.

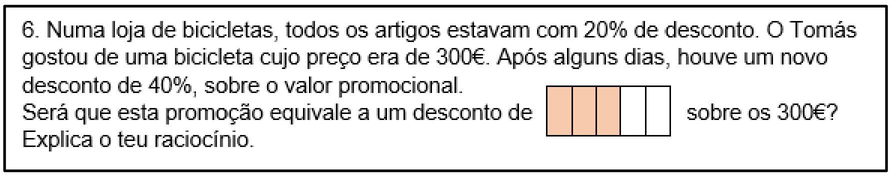
Relativamente a processos visuais recorrendo à barra (modelo visual):

Iniciar com a representação do número total de alunos (quantidade desconhecida) por uma barra e ir fazendo várias partilhas a partir da informação cedida no enunciado.



3 x 180 = 540 alunos na escola do Tomás

Na sexta e última tarefa apresentam-se os conceitos de parte-todo e operador, em contexto misto (por palavras e visual), onde se pretendia analisar a compreensão, dos alunos, na noção de percentagem e como relacionavam as diferentes formas de representar uma percentagem e qual a representação preferida, além disso, como calculavam e usavam percentagens. Nesta tarefa era esperado que recorressem ao método analítico, concluindo que a referida promoção não correspondia a 60% de desconto sobre o valor da bicicleta.



6. Numa loja de bicicletas, todos os artigos estavam com 20% de desconto. O Tomás gostou de uma bicicleta cujo preço era de 300€. Após alguns dias, houve um novo desconto de 40%, sobre o valor promocional.
Será que esta promoção equivale a um desconto de sobre os 300€?
Explica o teu raciocínio.

Figura 23. Tarefa 6- Racionais Parte 3

Inicialmente, tendo em conta a representação pictórica apresentada, deviam perceber que lhes era solicitado que verificassem se se tratava de um desconto de 60% sobre os 300€. Seguidamente, calculavam o valor correspondente ao desconto de 20%

dos 300 €, ou seja, 20% de 300 = $\frac{20}{100}$ X 300 = 0,2 X 300, subtraindo este valor aos 300€ obtinham o valor da bicicleta após o desconto de 20%, 240€ (300-60=240). Posteriormente, efetuavam os mesmos cálculos, mas tendo em conta um desconto de 40% sobre os 240€, correspondentes ao valor do desconto anterior, assim, 40% de 240 = $\frac{40}{100}$ X 240 = 96, subtraindo este valor aos 240€ obtinham o preço da bicicleta após o segundo desconto, 144€ (240-96=144). Posto isto, calculavam o valor total da bicicleta, considerando o valor inicial (sem descontos), com um desconto de 60%, isto é, 60% de 300 = $\frac{60}{100}$ X 300 = 0,6 X 300 = 180, recorrendo à subtração de 180€ a 300€ obtinham 120€. Concluindo, deste modo, que a referida promoção não era equivalente a 60% de desconto. O preço da bicicleta com as duas promoções era superior ao preço da bicicleta com um desconto direto de 60%.

Capítulo V- Apresentação e discussão de resultados

O presente capítulo encontra-se dividido em duas partes. Começa-se por uma breve caracterização da relação da turma com a matemática e de seguida descreve-se, globalmente, o desempenho dos alunos ao longo das tarefas propostas.

1. A turma e a relação com a matemática

Neste ponto faz-se uma descrição e análise sobre a relação dos alunos com a matemática e um particular conhecimento dos números racionais. Para esta caracterização recorreu-se aos dados obtidos das observações efetuadas e do questionário (Anexo 3) realizado no início da intervenção.

A realização do questionário ajudou a conhecer a turma relativamente às suas preferências curriculares, à sua relação com a matemática, tendo em conta as suas dificuldades, as sugestões apresentadas para um melhor ensino e a utilidade que veem nesta disciplina, no seu quotidiano. Também foi possível verificar, mesmo que de um modo reduzido, a perceção que a turma tinha sobre o tema Números Racionais. Por fim, achou-se pertinente uma breve análise sobre a relação da turma com a resolução de problemas.

Assim sendo, as preferências, no que concerne às áreas disciplinares não foram consensuais, uma vez que nove alunos elegeram a Matemática, cinco a Educação Física, dois o Português, dois o Inglês, dois as Ciências Naturais e um a Geografia.

Quanto à preferência pela disciplina da Matemática só dois alunos é que indicaram que não gostavam porque "tem muita matéria". Os restantes referiram que gostavam porque "gosto de fazer contas/cálculos" (sete alunos), "é importante sabermos matemática para o nosso dia a dia" (seis alunos) e "gosto da matéria" (seis alunos).

Relativamente ao facto de considerarem a Matemática fácil ou difícil, seis alunos apontaram-na como sendo difícil porque "tem muita matéria" (dois alunos), "exige muito esforço" (um aluno) e "depende da matéria" (três alunos). Os restantes alunos justificaram a sua escolha com "tenho explicações por isso percebo bem a matéria" (dois alunos), "porque tiro boas notas" (quatro alunos), "porque pratico" (cinco alunos), "gosto da matéria” (três alunos) e “basta associar as regras e decorar” (uma aluna).

No que respeita à caracterização do ensino da matemática, nove alunos indicaram que “as aulas estão bem assim”, dez alunos sugeriram que “as aulas de matemática deviam ter mais jogos e atividades”, um aluno referiu que “devemos fazer exercícios todos os dias” e, por fim, um aluno apontou que “as aulas de matemática deviam ter menos tempo de aula”.

Quando se questionou a turma sobre qual a utilidade que a Matemática tinha nas suas vidas, toda a turma respondeu afirmativamente. Sendo que, catorze alunos escreveram “para sabermos contar dinheiro, comparar preços…”, dois alunos referiram “para resolvermos problemas” e cinco alunos justificaram a importância desta disciplina com “tudo o que nos rodeia tem matemática”.

Em relação ao seu conhecimento quanto aos números racionais, toda a turma indicou que já tinham ouvido falar, mas, na questão em que era solicitado que referissem o seu conhecimento sobre este tema, dezoito alunos responderam ”não sei” ou “não me lembro” e consequentemente, não responderam à questão seguinte em que deviam apontar situações quotidianas onde usavam os números racionais. Por outro lado, três alunos escreveram “são números” e indicaram “nas contas, nos descontos, nas compras” como situações quotidianas em que usavam os números racionais.

Relativamente à sua opinião acerca da importância das tarefas de resolução de problemas, dezanove alunos indicaram positivamente, justificando com “para aprender a resolver situações do dia a dia” (treze alunos) e “para praticarmos matemática” (seis alunos), no entanto, dois alunos referiram que não gostavam de resolver problemas porque não gostavam de matemática. Nas questões em que teriam de revelar o seu gosto pela resolução de problemas e se sentiam dificuldades, nestas tarefas, justificando, os resultados foram os seguintes: dezasseis alunos indicaram que gostavam da resolução de problemas e não sentiam dificuldades porque “são fáceis” (catorze alunos) e porque “treino” (dois alunos), em contrapartida, cinco alunos não gostavam e sentiam dificuldades porque “são difíceis” (cinco alunos) e “são uma seca” (um aluno).

No que concerne à resolução de problemas no âmbito do trabalho individual, em grupo ou a pares, dez alunos preferiam o trabalho individual, oito alunos o trabalho a pares e só três alunos optaram pelo trabalho em grupo.

Em relação à facilidade em explorar as suas ideias e dúvidas oralmente ou por escrito, onze alunos optaram por oralmente, pois "dou a minha opinião e ouço a dos meus colegas" (três alunos) ou "sinto-me mais à vontade" (oito alunos) e dez alunos optaram por escrito porque "me atrapalho a explicar o meu raciocínio/pensamento" (quatro alunos) ou porque "me sinto mais à vontade" (seis alunos). E se quando expunham as suas ideias ou dúvidas a sua predileção era fazê-lo em pequeno ou em grande grupo, dezassete alunos escolheram em pequeno grupo porque "não gosto de falar para a turma" (seis alunos), "falar para a turma é mais difícil, não chegamos a um acordo" (três alunos) e "é mais fácil explicar e tirar dúvidas" (oito alunos). Um pequeno grupo de quatro alunos gostavam mais de se expor para a turma porque "é mais fácil explicar" e "porque dou a minha opinião".

Durante a intervenção constatou-se que, de um modo geral, foi possível a elaboração de todas as tarefas propostas à turma, com um bom envolvimento dos alunos.

Como já foi referido anteriormente, esta turma apresentava níveis de aprendizagem bastante satisfatórios, demonstrando-se interessada em novas aprendizagens, dando sugestões, explicando os seus raciocínios e colocando questões, apesar do comportamento não ser o desejado, sobretudo pelas conversas paralelas constantes que obrigavam a continuadas chamadas de atenção, pelo que as tarefas foram realizadas individualmente e/ou a pares.

2. O desempenho dos alunos ao longo das tarefas

Neste ponto, apresentam-se os principais resultados da resolução das tarefas propostas para este estudo e a sua análise, considerando os objetivos de cada uma e o desempenho dos alunos.

Salienta-se que as tarefas propostas, na sua maioria, contextualizadas, viabilizavam uma abordagem dos vários significados dos números racionais e o estabelecimento de conexões entre as suas diferentes representações, para além de que, promoviam o uso de diferentes estratégias de resolução, em particular a utilização do modelo da barra. Pelo que, na descrição e análise, a seguir apresentada, teve-se em atenção os aspetos anteriores referidos.

2.1. Racionais Parte 1

Esta proposta de trabalho (Anexo 4) teve, como já referido, o objetivo de analisar os conhecimentos prévios da turma relativamente ao tema dos números racionais. Deste modo, apresentaram-se algumas tarefas contextualizadas nos significados parte-todo e razão, que remetiam para utilização das várias representações de números racionais não negativos, bem como as conexões entre si, e admitiam resoluções visuais ou analíticas.

Tarefa 1

Nesta tarefa são apresentados diferentes tipos de unidade, e era pedido aos alunos que representassem, em cada uma delas, a parte solicitada tendo em conta as diferentes representações de números racionais (de forma simbólica ou verbal). Trata-se de uma situação contextualizada no significado parte-todo, onde se empregam grandezas discretas e contínuas e, cujas respostas deviam ser dadas na representação pictórica.

O desempenho da turma foi bastante esclarecedor, sendo que 100% da turma (21 alunos) resolveu corretamente a tarefa, revelando que não apresentavam dificuldades em interpretar a unidade em situações que envolvem grandezas discretas e contínuas nem em relacionar o número de partes solicitadas, a partir de várias representações dos números racionais não negativos, e o número total de partes de uma unidade.

Na figura 24 exibe-se um dos exemplos das vinte resoluções apresentadas.

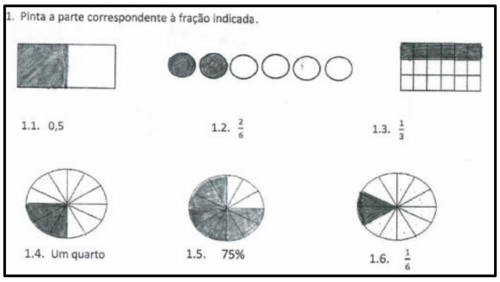


Figura 24. Resolução da tarefa 1- Racionais Parte 1

Relativamente à primeira figura (alínea 1.1) em que tinham de representar a sua metade (0,5) e na terceira figura (alínea 1.3) que pedia para representarem um terço da figura, só uma aluna apresentou uma representação diferente, como mostra a figura 25.

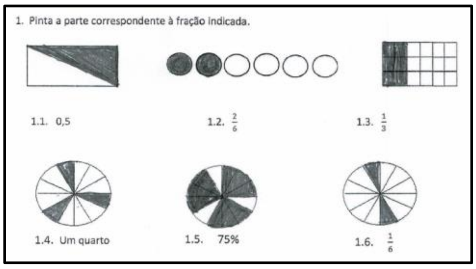


Figura 25. Resolução da tarefa 1 da aluna L- Racionais Parte 1

Tarefa 2

Através desta tarefa, em contexto visual, com grandezas contínuas, pretendia-se que os alunos identificassem partes de um todo utilizando, como resposta, diferentes representações dos números racionais, estando subjacente o significado parte-todo. Apresentando-se os resultados na tabela 5.

Tabela 5 - Resultados obtidos na tarefa 2- Racionais Parte 1

Tarefa	Resolveu Corretamente	Resolveu parcialmente	Não resolveu
2.1.	1 aluno	17 alunos	3 alunos
2.2.	1 aluno	17 alunos	3 alunos

Tendo em conta os resultados obtidos, mais de 80% da turma só apresentou uma hipótese, três alunos não responderam, surgindo simplesmente uma aluna que apresentou corretamente mais do que uma resposta, como se pode verificar na figura 26.

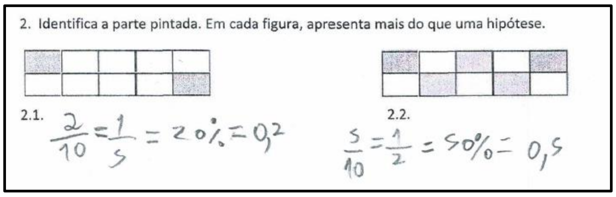
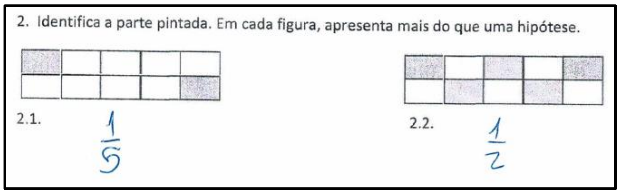


Figura 26. Resolução correta da tarefa 2 da aluna A- Racionais Parte 1

Dos alunos pertencentes à parcela dos 80%, oito alunos (38,1%) apresentaram uma só hipótese recorrendo à representação de fração, sendo que, dois consideraram a divisão da unidade em cinco partes (figura 27) e seis alunos dividiram a unidade em dez partes (figura 28).

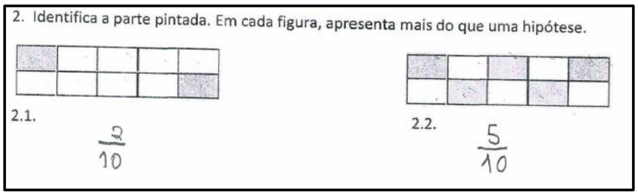


2. Identifica a parte pintada. Em cada figura, apresenta mais do que uma hipótese.

2.1. $\frac{1}{5}$

2.2. $\frac{1}{2}$

Figura 27. Resolução parcial da tarefa 2- Racionais Parte 1



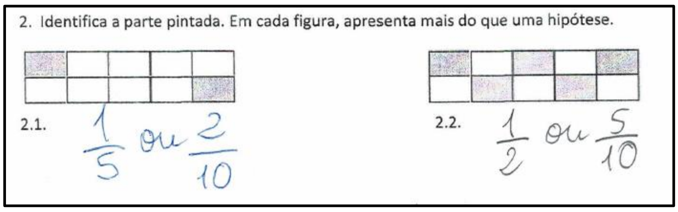
2. Identifica a parte pintada. Em cada figura, apresenta mais do que uma hipótese.

2.1. $\frac{2}{10}$

2.2. $\frac{5}{10}$

Figura 28. Resolução parcial da tarefa 2- Racionais Parte 1

Por outro lado, nove alunos (42,86%) consideraram que ao apresentarem duas frações (equivalentes) como resultado, estariam a dar duas soluções diferentes, como se pode verificar na figura 29.



2. Identifica a parte pintada. Em cada figura, apresenta mais do que uma hipótese.

2.1. $\frac{1}{5}$ ou $\frac{2}{10}$

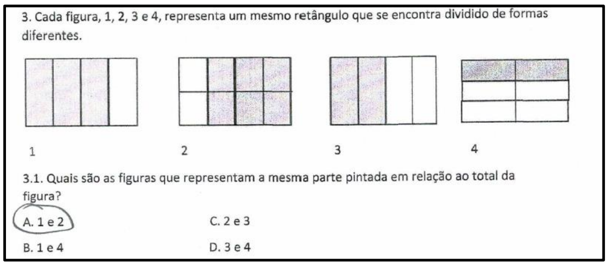
2.2. $\frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{10}$

Figura 29. Resolução parcial da tarefa 2- Racionais Parte 1

A partir desta análise conclui-se que, em primeira instância, estes alunos não compreendem que as frações apresentadas representam a mesma parte da unidade, ou seja, não têm conhecimento sobre equivalência de frações.

Tarefa 3

Na referida tarefa, de caráter visual, com o significado parte-todo implícito, pretendia-se compreender se a turma sabia relacionar as partes de um todo (grandeza contínua) dividido em diferentes formas. O desempenho da turma não revelou dificuldades, uma vez que toda a turma respondeu acertadamente. A figura 30 mostra um exemplo dos resultados.


3. Cada figura, 1, 2, 3 e 4, representa um mesmo retângulo que se encontra dividido de formas diferentes.

1 2 3 4

3.1. Quais são as figuras que representam a mesma parte pintada em relação ao total da figura?

A. 1 e 2 C. 2 e 3

B. 1 e 4 D. 3 e 4

Figura 30. Resolução da tarefa 3- Racionais Parte 1

Tarefa 4

Na referida tarefa, em contexto visual, solicitava-se à turma que determinassem, numericamente, utilizando duas representações diferentes, a razão entre o número de meninas e o número de meninos, estando patente o significado razão em grandezas discretas. Pretendia-se averiguar o conhecimento da turma na comparação de duas unidades discretas, ou seja, verificar que compreensão apresentavam de número racional como razão e se saberiam apresentar o resultado sob a forma de duas representações diferentes.

A tabela 6 apresenta os resultados obtidos nesta tarefa.

Tabela 6 - Resultados obtidos na tarefa 4- Racionais Parte 1

Tarefa	**Resolveu parcialmente (apresentando 1 representação)**	**Não resolveu corretamente**	**Não resolveu**
4	10 alunos	7 alunos	4 alunos

Salienta-se que nenhum aluno explicou, por escrito, o seu raciocínio na resposta à tarefa, simplesmente apresentaram o resultado na representação simbólica da razão ($\frac{2}{3}$, neste caso). Das respostas parcialmente corretas apresenta-se, na figura 31, um dos exemplos.

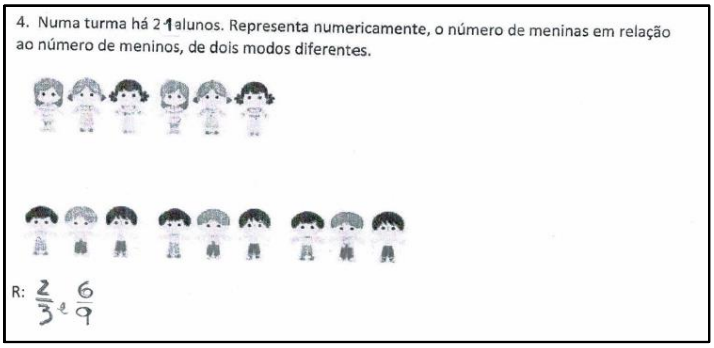


Figura 31. Resolução da tarefa 4- Racionais Parte 1

No entanto, na correção (em grande grupo) solicitou-se a alguns alunos que explicassem à turma o seu raciocínio:

> **Professora**: (nome do aluno), explica-nos o que queres dizer com a tua resposta.
> **Aluno**: Oh professora, para cada duas meninas existem três meninos.
> **Professora**: Então, quando indicas seis sobre nove ($\frac{6}{9}$), o que nos queres dizer?
> **Aluno**: Quero dizer que em seis meninas existem nove meninos, que é como vemos na figura.
> **Professora**: Mas, então a relação não é a mesma?
> **Aluno**: É, porque dois terços é o mesmo que ter seis nonos.

Relativamente aos alunos que não resolveram corretamente a tarefa, demonstraram que relacionaram o número de meninos e de meninas com o número total de alunos da turma, como podemos ver na figura 32.

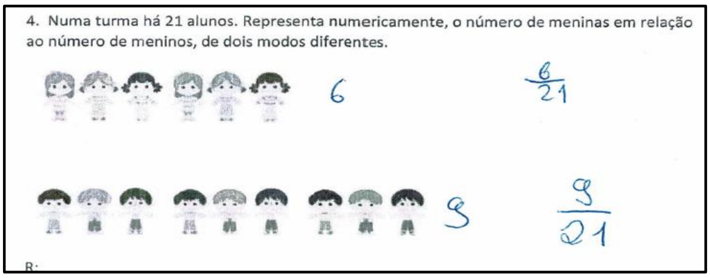


Figura 32. Resolução incorreta da tarefa 4- Racionais Parte 1

Tarefa 5

Esta tarefa, inerente ao significado parte-todo e sendo utilizadas grandezas contínuas, contempla conversões entre as várias representações. Assim pretendia-se verificar se esta turma apresentava dificuldades em converter números racionais entre as suas diversas representações visual e simbólica- fração, numeral decimal, percentagem e numeral misto. Na tabela 7 apresentam-se os resultados obtidos na análise da tarefa.

Tabela 7 - Resultados obtidos na tarefa 5- Racionais Parte 1

Tarefa	Resolveu corretamente	Resolveu parcialmente	Não resolveu
5	8 alunos	11 alunos	2 alunos

Perante os resultados obtidos, verificaram-se algumas dificuldades na conversão de números racionais entre as suas diferentes representações, sendo que, só 38,1% da turma resolveu corretamente esta tarefa, 52,4% errou ou não resolveu todas as situações e 9,5% não resolveu qualquer situação.

Na figura 33 encontram-se dois exemplos das oito corretas resoluções.

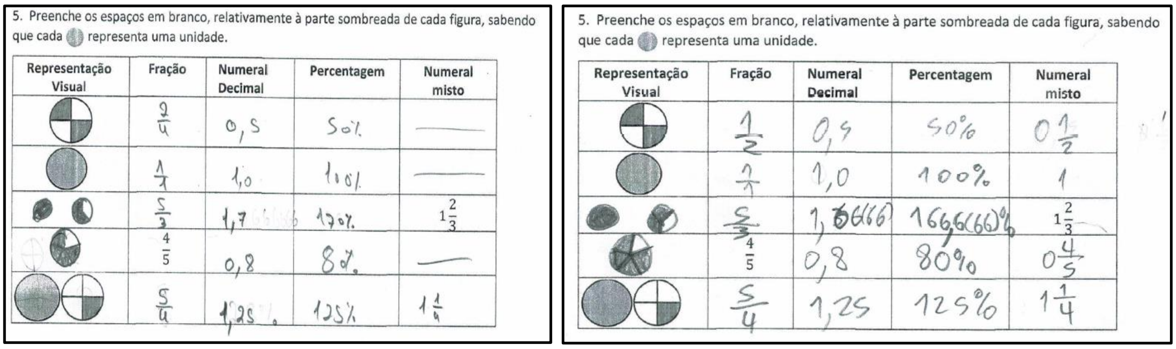


Figura 33. Resolução correta da tarefa 5- Racionais Parte 1

No primeiro exemplo, o aluno, na terceira situação, converteu a fração $\frac{5}{3}$ para numeral decimal fazendo o arredondamento às décimas. No segundo exemplo, na conversão para numeral misto, o aluno considera que mesmo em valores inferiores à unidade pode utilizar esta representação, colocando zero na posição da unidade.

No conjunto dos onze alunos que resolveram parcialmente a tarefa:

i) cinco alunos estabeleceram só as duas primeiras conversões, a partir da situação visual, apresentando-se um exemplo na figura 34.

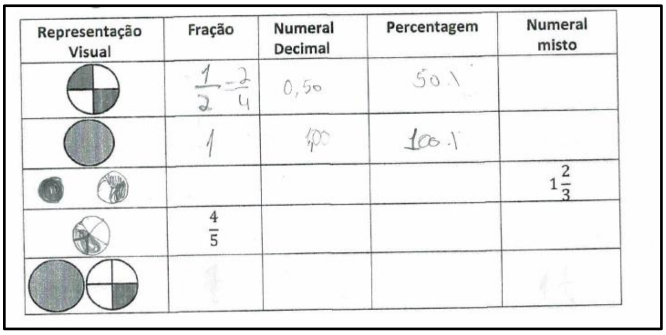
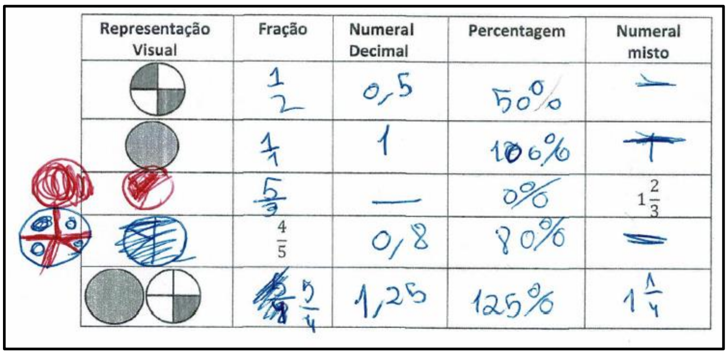


Figura 34. Exemplo 1 da resolução da tarefa 5- Racionais Parte 1

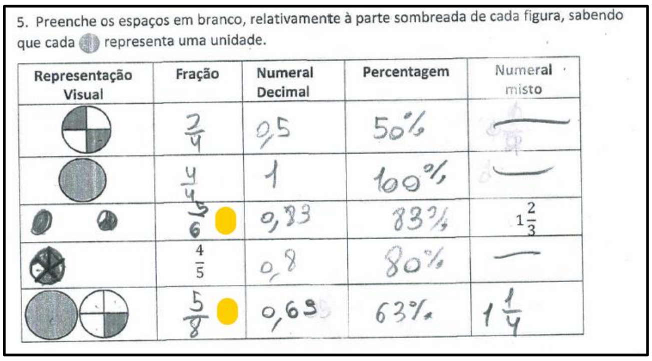
ii) quatro alunos não fizeram a conversão de numeral misto para numeral decimal e percentagem, podendo verificar-se na figura 35.



Representação Visual	Fração	Numeral Decimal	Percentagem	Numeral misto
	$\frac{1}{2}$	0,5	50%	—
	$\frac{1}{1}$	1	100%	—
	$\frac{5}{3}$	—	0%	$1\frac{2}{3}$
	$\frac{4}{5}$	0,8	80%	—
	$\frac{5}{4}$	1,25	125%	$1\frac{1}{4}$

Figura 35. Exemplo 2 da resolução da tarefa 5- Racionais Parte 1

iii) Um dos alunos, nas conversões para valores superiores à unidade, não soube converter para fração e, consequentemente, para numeral decimal e percentagem, considerando que a unidade são duas figuras, ou seja, não identificou a unidade corretamente, como se demonstra na figura 36.

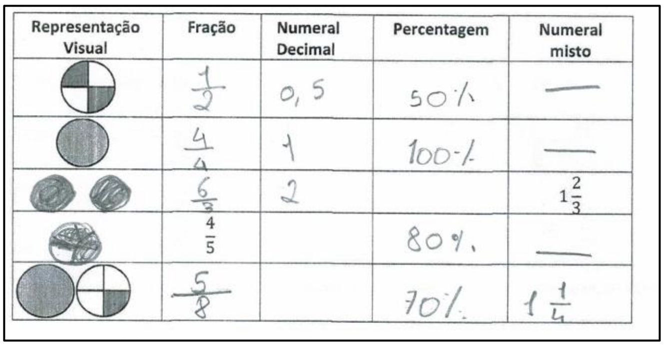


5. Preenche os espaços em branco, relativamente à parte sombreada de cada figura, sabendo que cada representa uma unidade.

Representação Visual	Fração	Numeral Decimal	Percentagem	Numeral misto
	$\frac{2}{4}$	0,5	50%	—
	$\frac{4}{4}$	1	100%	—
	$\frac{5}{6}$	0,83	83%	$1\frac{2}{3}$
	$\frac{4}{5}$	0,8	80%	—
	$\frac{5}{8}$	0,63	63%	$1\frac{1}{4}$

Figura 36. Exemplo 3 da resolução da tarefa 5- Racionais Parte 1

iv) uma aluna não converteu corretamente de numeral misto para as restantes representações, por outro lado, na última conversão também considerou que a unidade eram duas figuras e não efetuou a conversão para numeral decimal excetuando as duas primeiras situações, como se pode ver na figura 37.



Representação Visual	Fração	Numeral Decimal	Percentagem	Numeral misto
	$\frac{1}{2}$	0,5	50%	—
	$\frac{4}{4}$	1	100%	—
	$\frac{6}{3}$	2		$1\frac{2}{3}$
	$\frac{4}{5}$		80%	—
	$\frac{5}{8}$		70%	$1\frac{1}{4}$

Figura 37. Exemplo 4 da resolução da tarefa 5- Racionais Parte 1

Tarefa 6

A tarefa apresenta um contexto puramente matemático, no significado parte-todo. O objetivo desta tarefa era verificar a compreensão, da turma, no estabelecimento de conexões entre diferentes representações sem recorrer à representação visual.

Tabela 8 - Resultados obtidos na tarefa 6- Racionais Parte 1

Tarefa	Respondeu e justificou	Respondeu e não justificou	Não resolveu/ Errou
6.1.	10 alunos	4 alunos	7 alunos
6.2.	13 alunos	4 alunos	4 alunos
6.3.	13 alunos	5 alunos	3 alunos

Na primeira alínea mais de 66% da turma respondeu acertadamente, indicando que 2,5 e $\frac{2}{5}$ não representavam o mesmo número, apesar de 4 desses alunos não terem justificado a sua resposta. Nas suas justificações, uma parte dos alunos converteu a fração $\frac{2}{5}$ em decimal (0,4) para explicarem que, sendo o decimal 0,4 diferente do decimal 2,5, os números apresentados no enunciado não representavam o mesmo número, como se pode ver nos exemplos da figura 38.

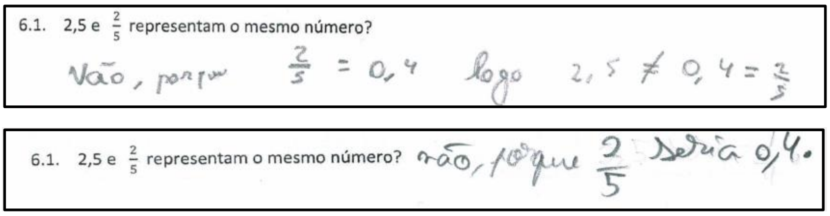
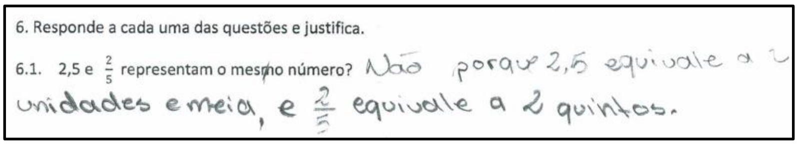


Figura 38. Exemplo 1 da resposta à tarefa 6- Racionais Parte 1

Outros alunos fizeram a comparação entre os dois números, tendo em conta as partes da unidade que cada um dos números representava, como o exemplo na figura 39.



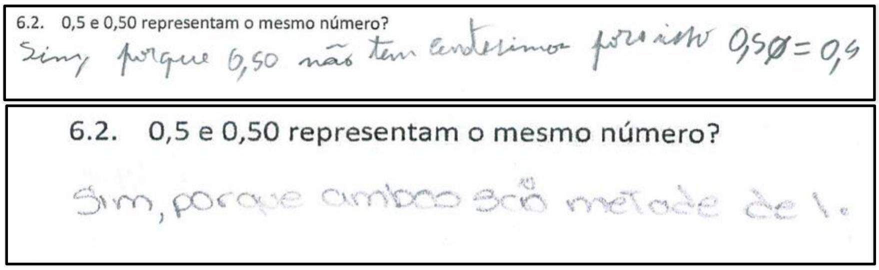
6. Responde a cada uma das questões e justifica.

6.1. 2,5 e $\frac{2}{5}$ representam o mesmo número? Não porque 2,5 equivale a 2 unidades e meia, e $\frac{2}{5}$ equivale a 2 quintos.

Figura 39. Exemplo 2 da resposta à tarefa 6.1.- Racionais Parte 2

Dos restantes sete alunos (33%), só 3 erraram na resposta respondendo que os números 2,5 e $\frac{2}{5}$ representavam o mesmo número e quatro alunos não responderam.

Na segunda alínea, 81% da turma respondeu positivamente, mas quatro alunos não justificaram (novamente) e quatro alunos não responderam. Na figura 40 exibem-se dois exemplos das respostas corretas.



6.2. 0,5 e 0,50 representam o mesmo número?

Sim porque 0,50 não tem centesimos por isso $0,5\cancel{0} = 0,5$

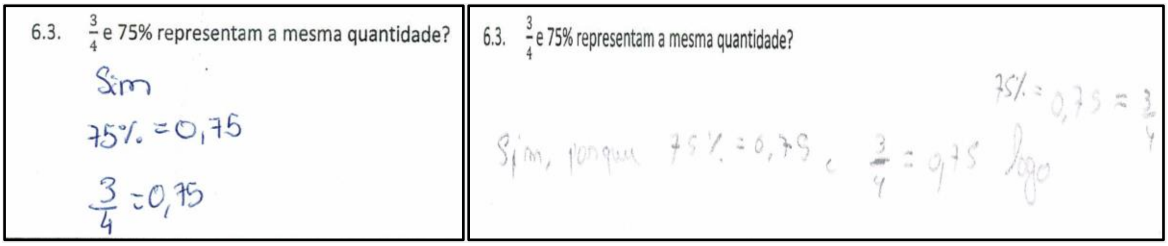
6.2. 0,5 e 0,50 representam o mesmo número?

Sim, porque ambos são metade de 1.

Figura 40. Exemplos da resposta à alínea 6.2.- Racionais Parte 1

Nesta questão, revelaram uma clara compreensão em que 0,5=0,50, diferenciando as décimas das centésimas.

Quanto à terceira alínea, 86% (dezoito alunos) da turma respondeu acertadamente, mesmo que 28% desses alunos (cinco alunos) não tenham justificado a sua resposta, e só 14% (três alunos) não respondeu. Na figura 41 apresentam-se dois exemplos das respostas justificadas.



6.3. $\frac{3}{4}$ e 75% representam a mesma quantidade?

Sim

75% = 0,75

$\frac{3}{4}$ = 0,75

6.3. $\frac{3}{4}$ e 75% representam a mesma quantidade?

Sim, porque 75% = 0,75 e $\frac{3}{4}$ = 0,75 logo 75% = 0,75 = $\frac{3}{4}$

Figura 41. Exemplos da resposta à alínea 6.3.- Racionais Parte 1

Os alunos indicam que $\frac{3}{4}$ e 75% representam a mesma quantidade fazendo a conversão entre as duas representações.

Síntese dos resultados

Na tabela 9 apresenta-se uma síntese dos resultados obtidos, tendo em conta os objetivos de cada tarefa e análise das dificuldades encontradas.

Tabela 9- Resultados obtidos na resolução das tarefas- Racionais Parte 1

Tarefa	Dificuldades
1	Não surgiram dificuldades nesta tarefa, todos os alunos responderam corretamente. Revelaram conhecimento em interpretar a unidade em situações que envolvem grandezas discretas e contínuas e em relacionar o número de partes solicitadas, a partir de várias representações (pictórica, numeral decimal, fração, percentagem e verbal) dos números racionais não negativos, e o número total de partes de uma unidade.
2	Surgiram dificuldades em identificar partes de um todo em diferentes representações dos números racionais não negativos. Verificou-se também que alguns alunos identificaram frações equivalentes como se tratando de representações distintas, revelando que não têm conhecimento sobre equivalência de frações.
3	Foi percetível a inexistência de dificuldades em relacionar as partes de uma grandeza contínua dividida de diferentes formas.
4	Ocorreram dificuldades ao nível da interpretação do significado razão, visto que alguns alunos construíram a razão com base no significado parte-todo, quando compararam o número de meninas e meninos com o número total de alunos. Relativamente à representação de uma razão só o conseguiram fazer a partir da representação sob a forma de fração, não utilizaram, por exemplo, a representação verbal. As respostas sem justificação foram um problema global, verificando-se que esta turma tem dificuldade em justificar por escrito o seu raciocínio.
5	Verificaram-se algumas dificuldades na conversão de números racionais entre as suas diferentes representações, nomeadamente: i) na conversão da representação numeral misto para numeral decimal e percentagem; ii) nas conversões para valores superiores à unidade, consideraram que a unidade (na representação pictórica) são duas figuras.
6	Foi notória a dificuldade em justificar, por escrito, os seus raciocínios, prevalecendo os registos não reveladores do pensamento do aluno; Sem a representação visual, verificaram-se dificuldades no estabelecimento de conexões entre fração e numeral decimal.

2.2. Racionais Parte 2

Nesta proposta de trabalho (Anexo 5) foram apresentadas tarefas contextualizadas e também puramente matemáticas que promovem o estabelecimento de conexões entre as várias representações dos números racionais, em diferentes significados, envolvendo grandezas contínuas e discretas. Estas tarefas permitiam diferentes estratégias de resolução- visuais e analíticas, mas essencialmente promoviam o uso do modelo da barra numérica. Deste modo, pretendia-se averiguar quais os tipos de resolução mais valorizados pelos alunos, particularmente, se incluíam resoluções visuais a par de resoluções analíticas. Para além disto, procurava-se compreender se as dificuldades encontradas na primeira parte, enumeradas anteriormente na tabela 6, persistiam.

Tarefa 1

Nesta tarefa, na primeira alínea, era pedido aos alunos que marcassem num segmento de reta [AB] a distância percorrida por um grupo de alunos numa prova de "pé-coxinho", cada uma das distâncias era apresentada em diferentes representações dos números racionais, e na segunda alínea teriam de indicar qual dos alunos iria à frente na prova. Os objetivos desta tarefa prendiam-se em analisar o conhecimento da turma na representação de números racionais na linha numérica e na equivalência e ordenação entre os vários tipos de representação. Trata-se de uma situação contextualizada, com uma grandeza contínua no significado medida.

Uma vez que o segmento de reta não apresentava medidas de comprimento, foi entregue a cada aluno uma tira de papel.

Logo no início da tarefa verificou-se alguma instabilidade na partição do segmento de reta, alguns alunos tentavam dividi-lo com a régua outros reclamavam por não haver medidas, então foi-lhes solicitado que utilizassem a tira de papel que representaria o percurso da prova de "pé-coxinho" (indicações no enunciado da tarefa). Deste modo, gerou-se uma partilha de ideias.

> **Professora**: Vocês têm a tira de papel que representa o percurso que os colegas teriam de percorrer, na prova de "pé-coxinho", o que representa esta tira?
> **Alunos**: Representa a unidade.
> **Professora**: Para representarem a posição do Manuel o que fazem?
> **Alunos**: Dobramos ao meio, porque é metade.
> **Aluno P**: É 50% da tira.
> **Aluno F**: Ou um meio.
> **Aluno D**: Ou zero vírgula cinco.
> **Professora**: E para indicarem a posição da Maria (0,1) o que podem fazer?
> **Aluno A**: Dobramos a tira de papel em dez partes iguais.
> **Professora**: Porquê?
> **Aluno A**: Porque assim, sabíamos que uma das partes (a primeira) representava a posição da Maria.
> **Professora**: Sim, mas porquê em dez partes?
> **Aluno D**: Porque dez vezes o 0,1 dá um, que é o total da tira.
> **Aluno F**: Ou podemos dizer que 0,1 é $\frac{1}{10}$, e assim é mais fácil dizer que se dividirmos a tira em dez partes iguais vai dar dez décimos que é igual a um.
> **Professora**: Então mostrem-me como fazem para representarem a posição do Ricardo (75%)!
> **Aluno P**: Dobramos a tira em quatro partes iguais e riscamos as três primeiras.

Professora: E a quanto corresponde cada dessas partes?
Aluno P: A 25%, porque quatro vezes o 25% dá 100%, e três vezes o 25% dá 75%.
Aluno F: Ou podemos dizer que são $\frac{3}{4}$, porque 25% é um quarto.

Alguns alunos utilizaram a tira de papel como estratégia para a partição do segmento de reta, realizando as dobragens necessárias, outros alunos dispensaram e fizeram as marcações diretamente no enunciado da tarefa. Na tabela 10 apresentam-se os resultados obtidos.

Tabela 10 - Resultados obtidos na tarefa 1- Racionais Parte 2

Tarefa 1	Ordenou corretamente	Não ordenou corretamente	Respondeu corretamente-justificou	Respondeu corretamente-não justificou
1.1.	19	2	-	-
1.2.	-	-	11	10

Como pode verificar-se na tabela 10, o desempenho da turma foi bastante positivo pois, mais de 90 % da turma demonstrou conhecimentos em ordenar e comparar números racionais na linha numérica. Porém, só alguns alunos adotaram o esquema de partição, dividindo a reta (grandeza contínua) em dez partes (mais ou menos iguais) e serviram-se dessa partição para assinalarem cada posição solicitada. Nas figuras 42 e 43 podem ver-se alguns exemplos.

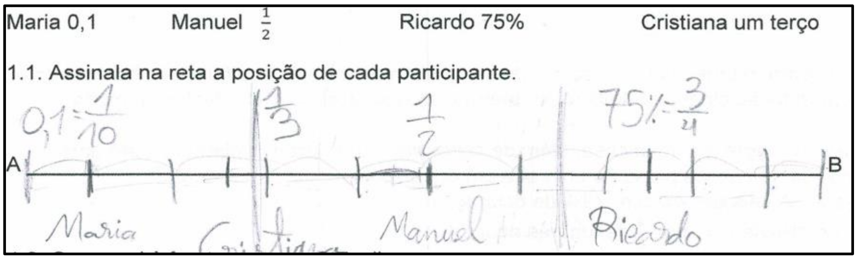


Figura 42. Exemplo 1 da resposta à tarefa 1.1. – Racionais Parte 2

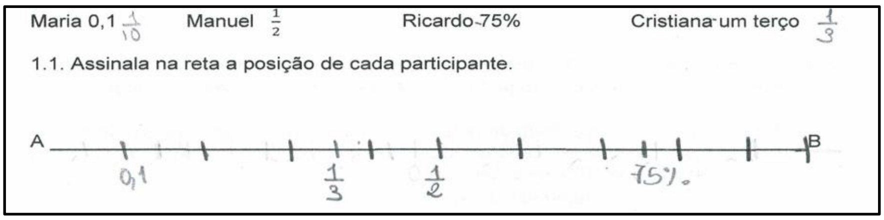


Figura 43. Exemplo 2 da resposta à tarefa 1.1. – Racionais Parte 2

Os restantes alunos ordenaram os números sem um esquema elaborado de partição, como no exemplo apresentado na figura 44.

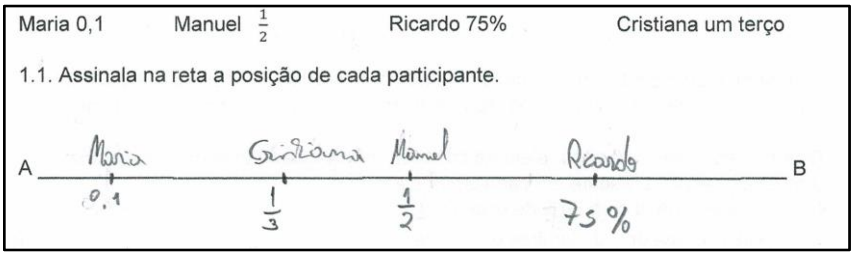


Figura 44. Exemplo 3 da resposta à tarefa 1.1. – Racionais Parte 2

Por exemplo, este aluno (figura 44) ordenou os diferentes números racionais nas diferentes representações apresentadas no enunciado. Outros alunos converteram todas as representações em fração e ordenaram nesta representação (figura 45).

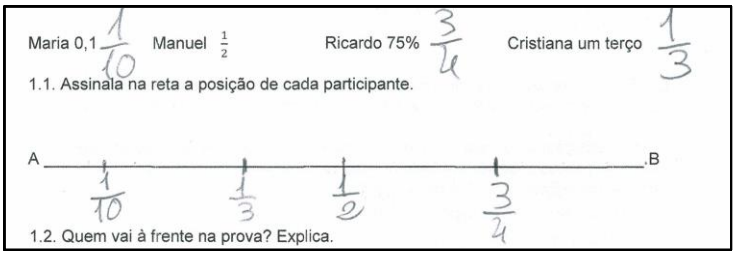


Figura 45. Exemplo 4 da resposta à tarefa 1.1. – Racionais Parte 2

Neste caso, a professora aproveitou para perguntar a estes alunos porque tinham convertido todos os números apresentados para fração e as respostas foram unânimes: "porque me dá mais jeito" ou "porque gosto mais de usar frações".

A figura 46 mostra um dos dois exemplos em que a ordenação dos números racionais não foi feita corretamente, uma vez que, a fração $\frac{3}{4}$ foi colocada à direita da fração $\frac{1}{2}$, ou seja, demonstrando que o valor da fração $\frac{3}{4}$ é menor do que o valor da fração $\frac{1}{2}$.

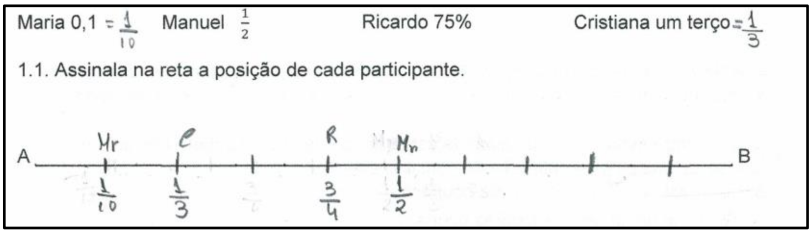


Figura 46. Exemplo 5 da resposta à tarefa 1.1. – Racionais Parte 2

Na análise do desempenho da turma nesta tarefa é evidente a flexibilidade que demonstravam em trabalhar com as diferentes representações dos números racionais, bem como na sua ordenação e comparação.

Na segunda questão, toda a turma respondeu corretamente, contudo, o problema na falta de justificações, por escrito, manteve-se, no entanto, quando questionados, os alunos explicaram corretamente o seu raciocínio.

> **Professora**: É o Ricardo que vai à frente? Explica-nos porquê, (aluno A).
> **Aluno A**: Oh professora, porque já só lhe falta 25% do percurso para acabar… aos restantes falta mais.
> **Professora**: Muito bem! E já agora (nome do aluno B), podes dizer-nos quanto falta a cada um dos restantes?
> **Aluno A**: Então, à Maria (0,1) falta-lhe 90%, ao Manuel ($\frac{1}{2}$) falta-lhe 50% e à Cristiana (três quartos), 75%.

Este aluno, na sua explicação, comparou as diferentes posições a partir da percentagem. Entretanto, outros alunos também quiseram explicar como pensaram:

> **Aluno B**: Oh professora, também podemos dizer que o Ricardo vai à frente porque só lhe falta um quarto do percurso para acabar.
> **Professora**: Sim, e aos restantes colegas?
> **Aluno B**: À Maria faltam-lhe nove décimos, ao Manuel metade e à Cristiana faltam-lhe três quartos do percurso.

Nas figuras 47, 48 e 49 mostram-se alguns dos exemplos das justificações apresentadas.

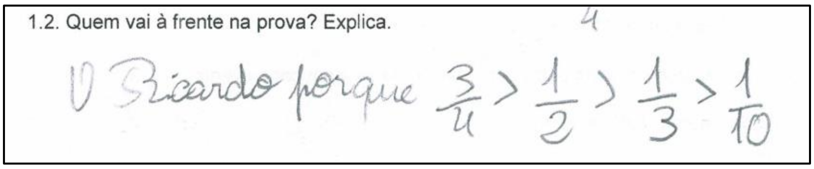

1.2. Quem vai à frente na prova? Explica.
4
O Ricardo porque $\frac{3}{4} > \frac{1}{2} > \frac{1}{3} > \frac{1}{10}$

Figura 47. Exemplo 1 da resposta à tarefa 1.2. -Racionais Parte 2

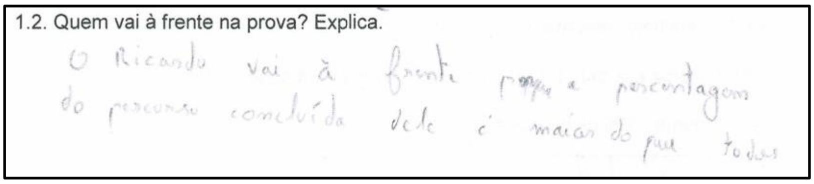

1.2. Quem vai à frente na prova? Explica.
O Ricardo vai à frente porque a percentagem do percurso concluída dele é maior do que todos

Figura 48. Exemplo 2 da resposta à tarefa 1.2. -Racionais Parte 2

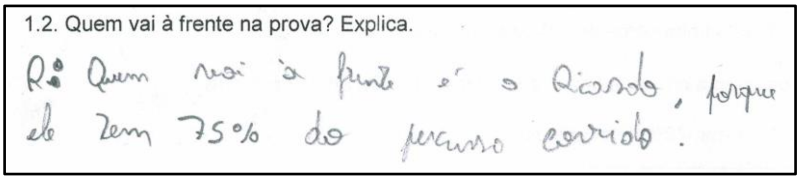

1.2. Quem vai à frente na prova? Explica.
R: Quem vai à frente é o Ricardo, porque ele tem 75% do percurso corrido.

Figura 49. Exemplo 3 da resposta à tarefa 1.2. -Racionais Parte 2

Tarefa 2

Esta tarefa apresentava uma situação contextualizada, no significado razão, em que os alunos teriam de estabelecer a razão entre duas grandezas e, posteriormente, fazer uma comparação entre elas. Esperava-se que na sua resolução, os alunos, apresentassem diferentes estratégias. O uso da calculadora era permitido para facilitar cálculos.

Quanto ao desempenho da turma, nesta questão, revelou-se claramente positivo, como é indicado na tabela 11, sendo que, 100% da turma respondeu acertadamente e mais de 85% da turma apresentou justificações válidas, revelando que não existiam dificuldades na representação de uma determinada situação através de uma razão.

Tabela 11 - Resultados obtidos na tarefa 2- Racionais Parte 2

Tarefa 2	Resolveu - justificou	Resolveu - não justificou
2	18	3

Quanto à natureza das estratégias adotadas, na resolução desta tarefa, foi claramente a estratégia analítica a que prevaleceu.

As justificações apresentadas foram diversas, todos estabeleceram a razão entre os copos de limão e os de água e fizeram a comparação entre as duas misturas, apresentando diferentes representações para esta comparação. Alguns alunos optaram por comparar as duas bebidas na representação de fração (figura 50), outros na de percentagem (figura 51) e, ainda, surgiram outras comparações na representação decimal (figura 52), demonstrando claramente destreza na conversão entre representações dos números racionais e, para além disso, na equivalência de frações. A cada uma das estratégias apresentadas foi solicitado aos alunos a explicação do seu raciocínio, em grande grupo, para que todos compreendessem as diferentes estratégias, promovendo uma maior partilha de ideias e conhecimentos.

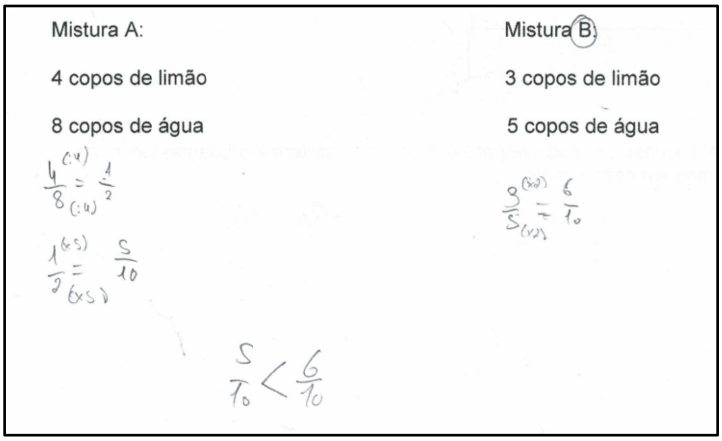


Figura 50. Exemplo 1 da resolução da tarefa 2- Racionais Parte 2

Neste caso, os alunos estabeleceram a razão entre as duas substâncias e, para fazerem a comparação entre as bebidas, determinaram uma fração equivalente cujo numerador fosse 10 para que pudessem comparar as duas frações $\frac{5}{10}$ e $\frac{6}{10}$.

Professora: (nome do aluno), já entendemos que consideraste o valor de cinco décimos menor do que seis décimos, mas porque consideraste a bebida B aquela que tem um sabor mais intenso a limão?
Aluno: A bebida B tem um sabor mais intenso porque tem mais copos de limão em relação aos copos de água.
Professora: Como assim?
Aluno: Oh professora, se ambas as medidas tiverem dez copos de água, na bebida A vai ter só cinco copos de limão e na bebida B vai ter seis copos. Por isso, na bebida B vai ter mais sabor a limão.

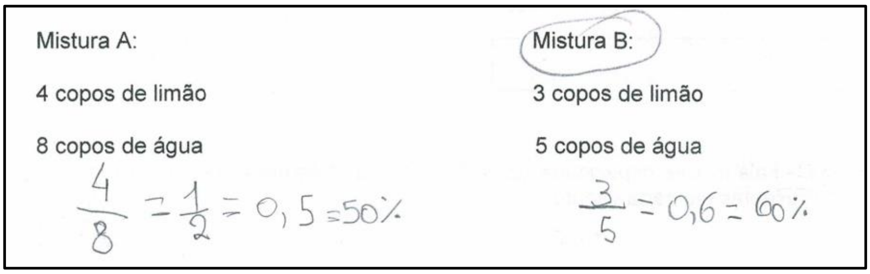


Figura 51. Exemplo 2 da resolução da tarefa 2- Racionais Parte 2

Nesta situação, os alunos, após estabelecerem a razão, converteram a fração em numeral decimal e depois em percentagem para efetuar a comparação entre as bebidas.

Professora: (nome do aluno), explica-nos porque escolhes a bebida B como sendo a que tem um sabor mais intenso de limão.
Aluno: Professora, na bebida A tem tantos copos de limão como de água, cinquenta por cento de cada. E na bebida B tem sessenta por cento de copos de limão e quarenta por cento de copos de água, então tem mais limão do que água.

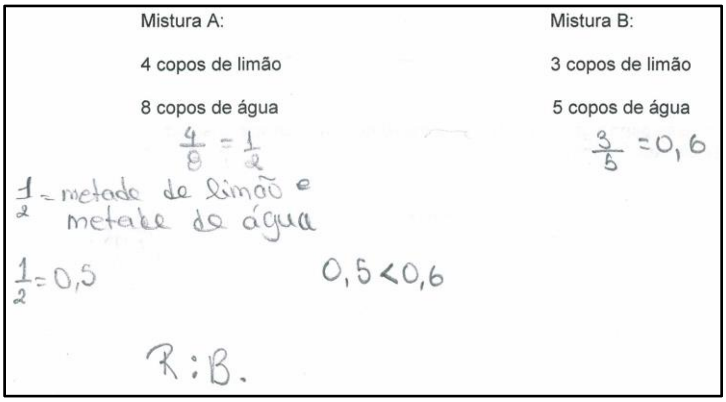


Figura 52. Exemplo 3 da resolução da tarefa 2- Racionais Parte 2

Neste caso, os alunos, após designarem a razão entre os copos de limão e de água, realizaram a conversão da fração para decimal para compararem o resultado das bebidas.

> **Professora**: (nome do aluno), porque indicas a bebida B como sendo a que tem mais sabor a limão?
> **Aluno**: Porque na bebida A tem zero vírgula cinco de limão e de água, ou seja, metade de cada. Na bebida B tem mais limão porque tem zero vírgula seis de limão, logo, vai ter zero vírgula quatro de água, que é menos do que zero vírgula seis.

Como se verificou a turma, demonstrou compreensão no significado razão, uma vez que estabeleceram a relação entre os copos de limão e de água nas duas misturas e, para além disso, compararam ambas as misturas a partir de diferentes representações dos números racionais, demonstrando destreza na conversão entre representações e equivalência de frações.

Tarefa 3

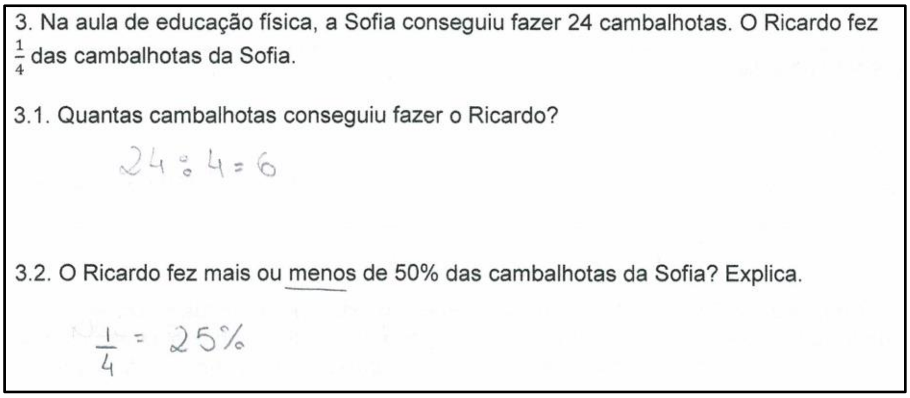
Com esta tarefa, contextualizando o significado operador, pretendia-se averiguar o conhecimento da turma na identificação das partes de uma grandeza discreta e na compreensão de 50% e de um quarto de uma determinada quantidade. Para além de verificar qual a estratégia de resolução preferencial.

Tendo em conta os resultados apresentados na tabela 12, pode-se inferir que o desempenho da turma, nesta tarefa, foi bastante esclarecedor relativamente às suas capacidades, revelando-se bastante positivo e revelador de que esta turma compreende o significado de $\frac{1}{4}$ e de 50% de uma determinada quantidade.

Tabela 12 - Resultados obtidos na tarefa 3- Racionais Parte 2

Tarefa 3	Resolveu/Respondeu	Justificou	Não justificou
3.1.	21	18	3
3.2.	21	18	3

A estratégia de resolução utilizada foi a analítica e na maioria dos casos (excetuando três alunos) recorreram à linguagem verbal para explicarem os seus raciocínios. Na figura 53 apresenta-se um exemplo da resolução dos três alunos que apresentaram cálculos, mas não apresentaram resposta nem justificação reveladora do seu pensamento. Note-se que, na 1ª questão, não foi utilizado o conceito formal de fração com operador que seria $\frac{1}{4}$ X 24 = 6 mas utilizado o significado quociente.



3. Na aula de educação física, a Sofia conseguiu fazer 24 cambalhotas. O Ricardo fez $\frac{1}{4}$ das cambalhotas da Sofia.

3.1. Quantas cambalhotas conseguiu fazer o Ricardo?

$24 \div 4 = 6$

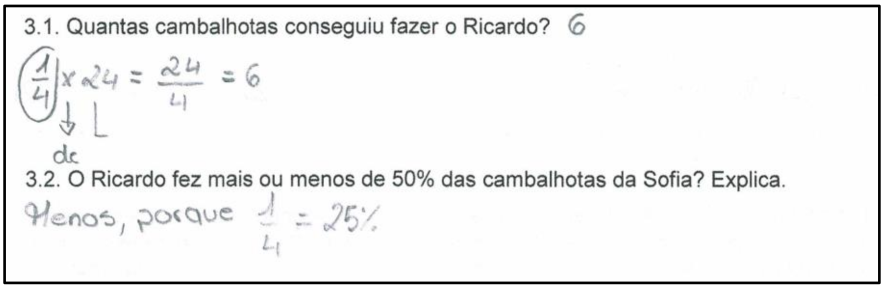
3.2. O Ricardo fez mais ou menos de 50% das cambalhotas da Sofia? Explica.

$\frac{1}{4} = 25\%$

Figura 53. Exemplo 1 da resolução da tarefa 3- Racionais Parte 2

Relativamente à dinâmica dos restantes alunos, surgiram resoluções diferentes na primeira alínea e, na segunda alínea, também apresentaram justificações diversificadas, como se pode verificar nas seguintes figuras.

No exemplo seguinte (figura 54), os alunos já recorreram ao conceito formal de fração como operador $\frac{1}{4}$ X 24 para determinarem $\frac{1}{4}$ do número de cambalhotas da Sofia (24) que correspondiam ao número de cambalhotas realizadas pelo Ricardo. E para justificarem que o Ricardo fez menos de 50% das cambalhotas da Sofia relacionaram o número racional $\frac{1}{4}$ com o número racional 25%, uma vez que, se o Ricardo só realizou $\frac{1}{4}$ das cambalhotas, só fez 25% das cambalhotas da Sofia logo, fez menos de 50%.


3.1. Quantas cambalhotas conseguiu fazer o Ricardo? 6

$\frac{1}{4} \times 24 = \frac{24}{4} = 6$

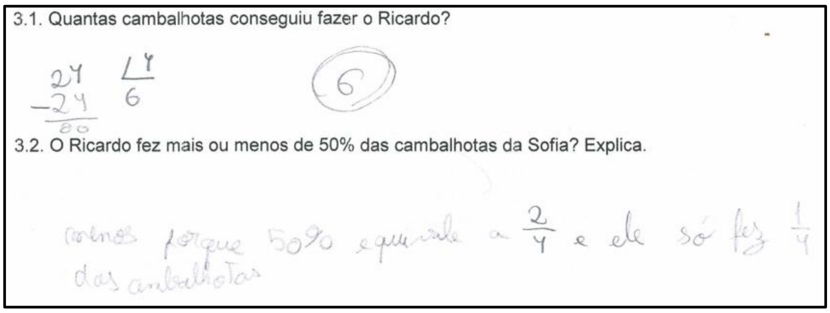
de

3.2. O Ricardo fez mais ou menos de 50% das cambalhotas da Sofia? Explica.

Menos, porque $\frac{1}{4} = 25\%$

Figura 54. Exemplo 2 da resolução da tarefa 3- Racionais Parte 2

No terceiro exemplo (figura 55) dividiram o total de cambalhotas da Sofia por quatro, como no exemplo da figura 53, revelando que compreendem que a quarta parte de uma unidade se obtém a partir da sua divisão por quatro. Na segunda alínea, este aluno, converteu a representação de percentagem (50%) na representação fração ($\frac{2}{4}$) para poder explicar que o Ricardo fez menos de 50% de cambalhotas da Sofia, percebendo-se que pretendeu explicar que $\frac{2}{4} > \frac{1}{4}$, e como o Ricardo só fez $\frac{1}{4}$ então fez menos de 50%.


3.1. Quantas cambalhotas conseguiu fazer o Ricardo?

24 | 4
−24 | 6
00

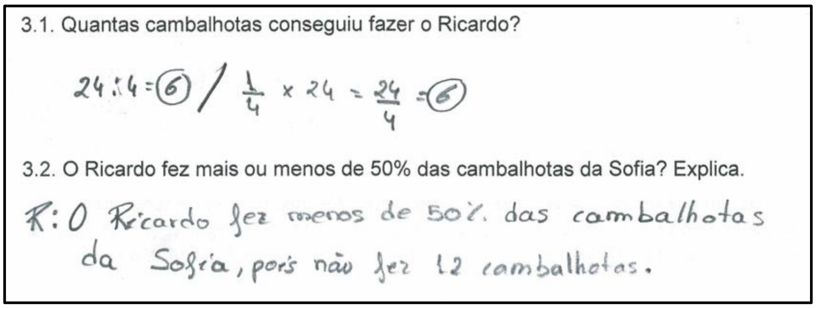
6

3.2. O Ricardo fez mais ou menos de 50% das cambalhotas da Sofia? Explica.

menos porque 50% equivale a $\frac{2}{4}$ e ele só fez $\frac{1}{4}$ das cambalhotas

Figura 55. Exemplo 3 da resolução da tarefa 3- Racionais Parte 2

No exemplo da figura 56, os alunos recorreram ao conceito de fração, 24:6 e ao conceito de operador $\frac{1}{4}$ X 24, demonstrando dois procedimentos de cálculo para resolverem esta questão.


3.1. Quantas cambalhotas conseguiu fazer o Ricardo?

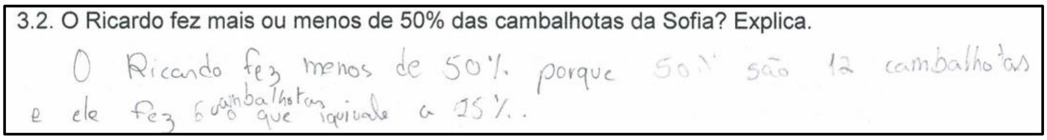
$24:4 = 6$ / $\frac{1}{4} \times 24 = \frac{24}{4} = 6$

3.2. O Ricardo fez mais ou menos de 50% das cambalhotas da Sofia? Explica.

R: O Ricardo fez menos de 50% das cambalhotas da Sofia, pois não fez 12 cambalhotas.

Figura 56. Exemplo 4 da resolução da tarefa 3- Racionais Parte 2

Na justificação, da segunda alínea, relacionaram o número de cambalhotas com a sua percentagem, como se pode também verificar na figura 57.


3.2. O Ricardo fez mais ou menos de 50% das cambalhotas da Sofia? Explica.

O Ricardo fez menos de 50% porque 50% são 12 cambalhotas e ele fez 6 cambalhotas que iquivale a 25%.

Figura 57. Exemplo 5 da resolução da tarefa 3- Racionais Parte 2

Tarefa 4

Esta tarefa apresentava uma situação contextualizada no significado parte-todo envolvendo uma grandeza discreta. Nesta tarefa, na primeira alínea, era pedido aos alunos que representassem, em cada barra, a ocupação da sala em cada um dos eventos. A informação era dada recorrendo à representação simbólica, e pedia-se que apresentassem a sua resposta na representação visual. Na segunda alínea, era-lhes pedido que determinassem o número de pessoas, presentes em cada uma das salas, tendo em conta que a capacidade de cada sala seria de 400 pessoas (unidade). Neste sentido, pretendia-se verificar que estratégias, a turma, utilizava para reconstruir a unidade a partir das suas partes em diferentes representações dos números racionais.

O desempenho da turma revelou-se bastante positivo, como se pode observar na tabela 13, sendo que todos os alunos resolveram a primeira questão e só dois alunos não resolveram a segunda. No entanto, o método analítico, na segunda alínea, foi o que prevaleceu, tendo em conta que esta questão poderia ser resolvida utilizando a estratégia pictórica com o modelo da barra.

Tabela 13 - Resultados obtidos na tarefa 4- Racionais Parte 2

Tarefa 3	**Resolveu pictoricamente**	**Resolveu analiticamente**	**Não resolveu**
4.1.	15	6	0
4.2.	0	19	2

Na primeira alínea, surgiram diversas resoluções para chegarem à representação pictórica.

Certos alunos resolveram analiticamente, medindo com a régua o comprimento de cada barra, que por acaso media 6,5 cm, para determinarem cada uma das partes que lhes era solicitada, tendo como exemplo a figura 58.

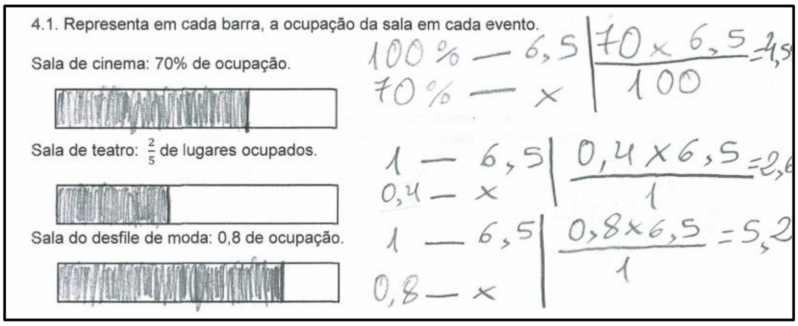


Figura 58. Exemplo 1 da resolução da tarefa 4.1.- Racionais Parte 2

Neste caso, os alunos usaram a proporcionalidade direta, através da "regra dos três simples", mostraram saber que à unidade (100% ou 1) correspondiam 6,5 cm então teriam de calcular a quantos centímetros correspondia 70%, quatro décimos e oito décimos da unidade. Depois de efetuarem os cálculos sombrearam a parte correspondente, respetivamente, 4,9, 2,6 e 5,2.

Salienta-se que este grupo de alunos (6 alunos) mostrava, constantemente, alguma resistência em resolver tarefas a partir de estratégias pictóricas.

A figura 59 mostra o exemplo da estratégia mais comum na turma e aquela que seria mais previsível de surgir.

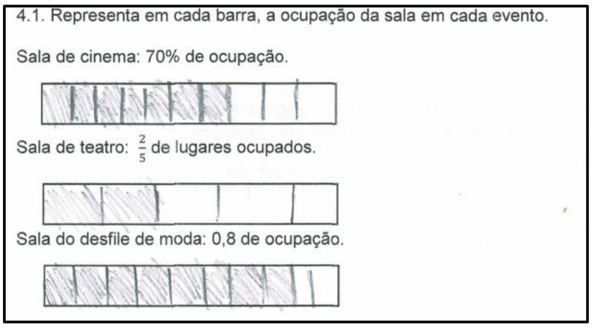


Figura 59. Exemplo 2 da resolução da tarefa 4.1.- Racionais Parte 2

Alguns alunos mostraram servir-se da conversão entre as diferentes representações dos números racionais para efetuarem a partição das barras. Apresentam-se alguns exemplos nas figuras seguintes.

A figura 60 exibe um exemplo em que alguns alunos converteram a forma de percentagem (70%) em forma de fração ($\frac{7}{10}$) para definir o número de partes em que teriam de dividir a barra (unidade), sombreando, posteriormente a parte da unidade solicitada. Para além disso, também quiseram demonstrar conhecimento na conversão de fração e decimal para percentagem.

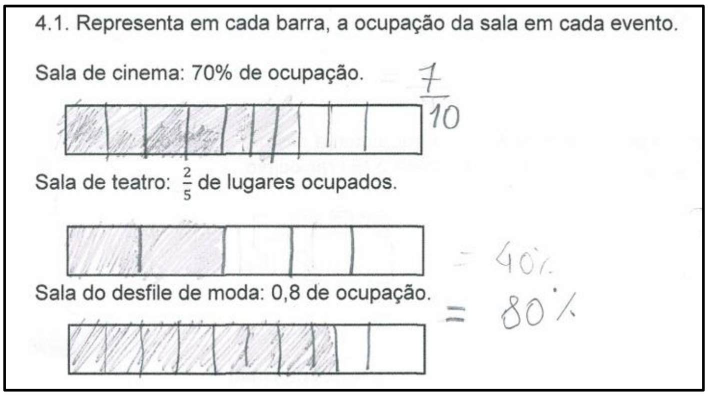


Figura 60. Exemplo 3 da resolução da tarefa 4.1.- Racionais Parte 2

Outros alunos, na terceira barra, efetuaram a conversão de decimal (0,8) para fração $\frac{8}{10}$ e, consequentemente, determinaram uma fração equivalente ($\frac{4}{5}$) para saberem quantas partes poderiam sombrear na unidade dividida em cinco partes, como o exemplo da figura 61.

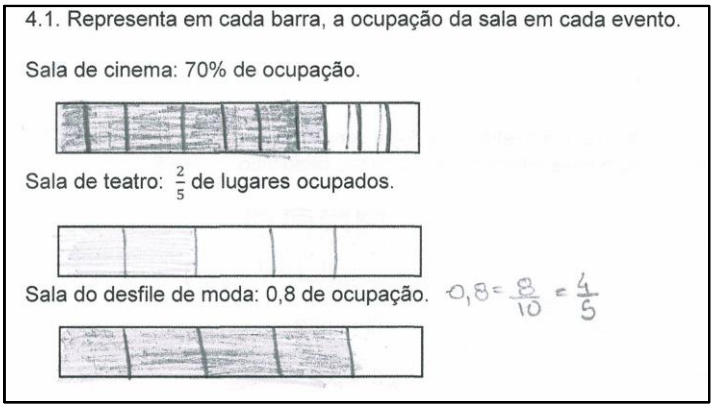


Figura 61. Exemplo 4 da resolução da tarefa 4.1.- Racionais Parte 2

Na figura 62 mostra um exemplo de outras resoluções, onde não é apresentado qualquer tipo de explicação, no entanto, oralmente, os alunos explicaram porque tinham dividido a segunda barra em dez partes, visto que se pedia que representassem $\frac{2}{5}$ da barra, esperando-se, à partida, que dividissem em barra em cinco partes.

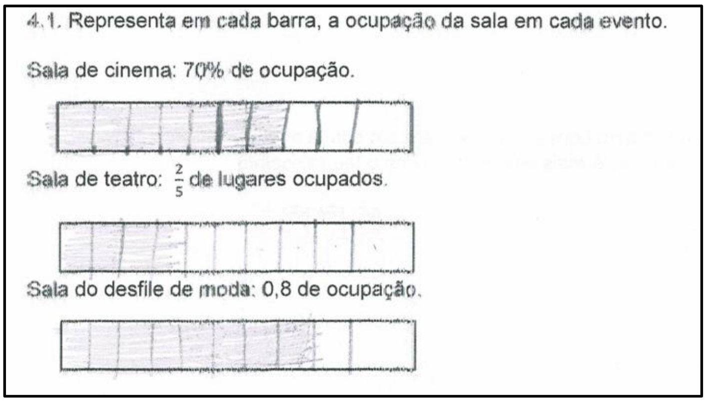


Figura 62. Exemplo 5 da resolução da tarefa 4.1.- Racionais Parte 2

Professora: (nome do aluno) explica-nos porque dividiste a segunda barra em dez partes e não a dividiste em cinco.
Aluno M: Professora, porque também se pode dividir em dez partes iguais (risos).
Professora: Sim meu querido, tens razão, mas explica-nos porquê.
Aluno M: Ah… porque ter dois quintos é o mesmo que ter quatro décimos. Então, em vez de dividir em cinco partes e marcar duas, dividi em dez partes e marquei quatro.
Professora: Muito bem, está explicado (risos)!

Ao longo da dinâmica na resolução das tarefas, os alunos demonstravam um claro conhecimento na conexão entre representações de números racionais associado a uma clara compreensão na equivalência de frações e habilidade em aplicar esse conhecimento nas diversas tarefas, mostrando destreza na composição da unidade ao utilizar as suas diferentes partes.

Na segunda alínea, como já foi referido anteriormente, mais de 90% da turma, que resolveu esta questão, utilizou o método analítico.

Na figura 63 mostra-se um exemplo em que os alunos resolveram a tarefa a partir da proporcionalidade direta, como aconteceu na alínea anterior. Repare-se que converteram a fração $\frac{2}{5}$ no decimal 0,4.

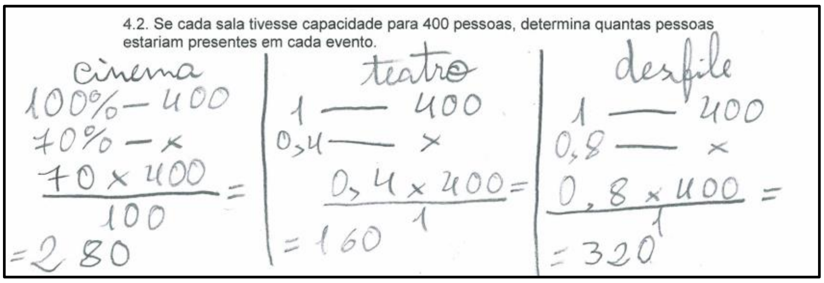


Figura 63. Exemplo 1 da resolução da tarefa 4.2.- Racionais Parte 2

Outros alunos, tendo em conta o mesmo método de resolução, usaram para os três casos a representação percentagem (figura 64).

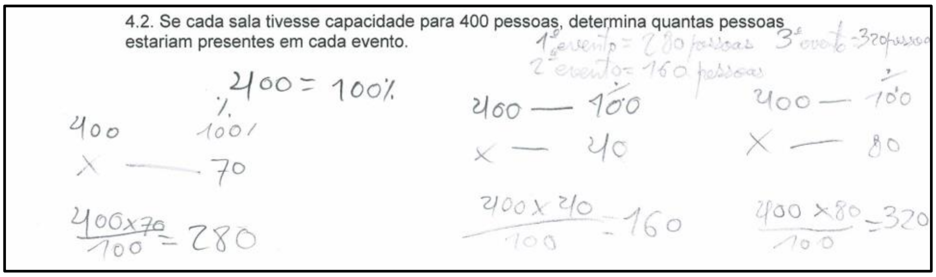


Figura 64. Exemplo 2 da resolução da tarefa 4.2.- Racionais Parte 2

Com outro exemplo, apresentado na figura 65, verifica-se que foi efetuada a conversão de percentagem (70%) para numeral decimal (0,7) e, posteriormente, para fração. Neste caso, os alunos determinaram o número de pessoas presentes em cada sala a partir do produto entre a ocupação de cada sala e o número total de pessoas referente à sua capacidade, usando a representação de fração.

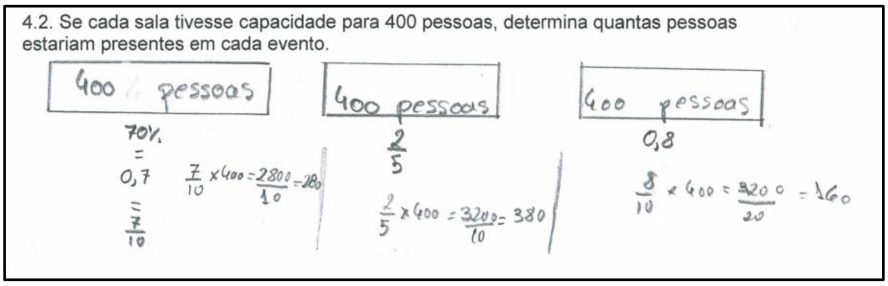
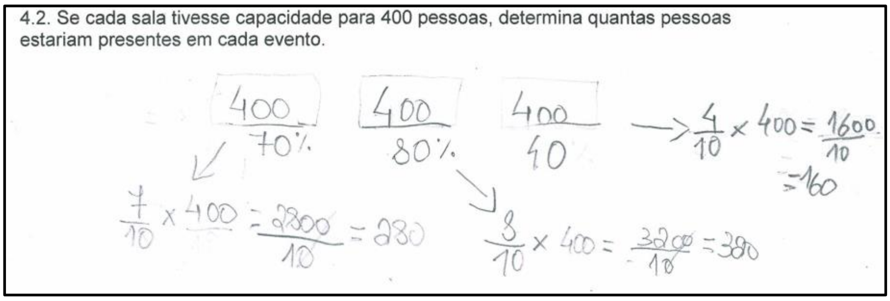


Figura 65. Exemplo 3 da resolução da tarefa 4.2.- Racionais Parte 2

No quarto exemplo (figura 66), também usaram a representação de fração, no entanto, para a fração $\frac{2}{5}$ estabeleceram uma fração equivalente ($\frac{4}{10}$) de forma a que todas as frações tivessem o mesmo numerador. Achou-se pertinente questionar os alunos que optaram por esta estratégia.

Professora: Porque, para determinares o número de pessoas para a sala de teatro, usaste a fração $\frac{4}{10}$ e não a fração $\frac{2}{5}$?
Aluno S: Porque na questão anterior dividi as três barras em dez partes.
Professora: Sim, estou a ver, mas também poderias resolver com $\frac{2}{5}$, não podias?
Aluno S: Ah, sim, mas é mais fácil calcular com o denominador 10, só se cortam os zeros.

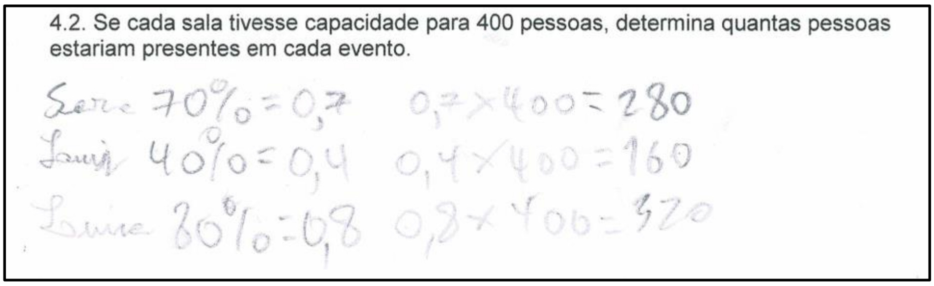

4.2. Se cada sala tivesse capacidade para 400 pessoas, determina quantas pessoas estariam presentes em cada evento.

$\frac{400}{70\%}$ $\frac{400}{80\%}$ $\frac{400}{40}$ $\rightarrow \frac{4}{10} \times 400 = \frac{1600}{10} = 160$

$\frac{7}{10} \times 400 = \frac{2800}{10} = 280$ $\frac{8}{10} \times 400 = \frac{3200}{10} = 320$

Figura 66. Exemplo 4 da resolução da tarefa 4.2.- Racionais Parte 2

Outros alunos optaram por efetuar a mesma operação com a representação de numeral decimal, como é demonstrado na figura 67.


4.2. Se cada sala tivesse capacidade para 400 pessoas, determina quantas pessoas estariam presentes em cada evento.

70% = 0,7 0,7 × 400 = 280

40% = 0,4 0,4 × 400 = 160

80% = 0,8 0,8 × 400 = 320

Figura 67. Exemplo 5 da resolução da tarefa 4.2.- Racionais Parte 2

Professora: Porque resolveste transformar a percentagem (70%) e a fração ($\frac{2}{5}$) em numeral decimal?
Aluno S: Oh professora, porque gosto mais, é mais fácil de calcular.

Tarefa 5

A quinta tarefa, num contexto puramente matemático, apresentava algumas expressões numéricas (cinco expressões), com diferentes representações dos números racionais para que o seu valor numérico fosse calculado nas operações adição e subtração, com números racionais positivos e negativos. Pretendia-se verificar o conhecimento dos alunos nas operações (adição e subtração) com números racionais positivos e negativos e analisar que estratégias de resolução eram mais utilizadas, ou seja, que representações escolhiam para apresentar os resultados.

O desempenho da turma foi totalmente positivo, quase todos os alunos resolveram corretamente o conjunto de exercícios, excetuando dois casos em que os erros de cálculo se deveram à incorreta troca de sinais posicionais, à parte disso, todos os alunos demonstraram destreza na conversão entre as diferentes representações.

Na primeira tarefa, todos os alunos resolveram da forma apresentada na figura 68.

$$5.1.\ \left(-\frac{10}{5}\right) + (-12) = (-2) + (-12) = -14$$

Figura 68. Exemplo da resolução da tarefa 5.1.- Racionais Parte 2

Na segunda tarefa, surgiu alguma diversidade na opção de representações.

Por exemplo, na figura 69 verifica-se que, um aluno converteu o numeral misto $3\frac{1}{2}$ na fração $\frac{7}{2}$ e, posteriormente no numeral decimal 3,5, simplificando assim a sua resolução.

$$5.2.\ \left(+3\tfrac{1}{2}\right) + (-3) = \left(+\frac{7}{2}\right) + (-3) = (+3{,}5) + (-3) = +0{,}5$$

Figura 69. Exemplo 1 da resolução da tarefa 5.2.- Racionais Parte 2

Na figura 70 surge outro modo de conversão, neste caso, os alunos transformaram o numeral misto em numeral decimal e efetuaram corretamente o cálculo.

$$5.2.\ \left(+3\tfrac{1}{2}\right) + (-3) = (+3{,}5) + (-3) = 0{,}5$$

Figura 70. Exemplo 2 da resolução da tarefa 5.2.- Racionais Parte 2

Outros alunos optaram por simplificar o numeral misto, revelando saber que $3\frac{1}{2}$ representa três unidades mais um meio de uma unidade (figura 71).

$$5.2.\ \left(+3\tfrac{1}{2}\right) + (-3) = \left(+3+\frac{1}{2}\right) + (-3) = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Figura 71. Exemplo 3 da resolução da tarefa 5.2.- Racionais Parte 2

Numa situação idêntica à anterior, os alunos optaram por não simplificar a expressão e erraram o resultado devido à incorreta troca de sinais posicionais (figura 72).

$$5.2.\ \left(+3\tfrac{1}{2}\right) + (-3) = \left(+3\frac{1}{2}\right) + (+3) = +6\frac{1}{2}$$

Figura 72. Exemplo 4 da resolução da tarefa 5.2.- Racionais Parte 2

A resolução da terceira tarefa ocorreu de dois modos, alguns alunos optaram pela representação de numeral decimal para resolver a expressão, isto é, converteram a fração $\frac{1}{4}$ no numeral decimal 0,25 (figura 73), outros optaram pela representação fracionária, convertendo o numeral decimal 0,25 na fração $\frac{1}{4}$ (figura 74).

$$5.3.\ \left(+\frac{1}{4}\right) - (+0{,}25) = (+0{,}25) + (-0{,}25) = 0$$

Figura 73. Exemplo 1 da resolução da tarefa 5.3.- Racionais Parte 2

$$5.3.\ \left(+\frac{1}{4}\right) - (+0{,}25) = \left(+\frac{1}{4}\right) - \left(+\frac{1}{4}\right) = 0$$

Figura 74. Exemplo 2 da resolução da tarefa 5.3.- Racionais Parte 2

Relativamente à quarta tarefa surgiram duas opções para a representação de números racionais, na sua resolução alguns alunos optaram pela representação de numeral decimal (figura 75), outros pela representação em fração (figura 76).

$$5.4.\ \left[+\frac{1}{5} - (+0{,}2)\right] + (-3) = [\cancel{0{,}2} - \cancel{0{,}2}] + (-3) = -3$$

Figura 75. Exemplo 1 da resolução da tarefa 5.4.- Racionais Parte 2

$$5.4.\ \left[+\frac{1}{5} - (+0{,}2)\right] + (-3) = \left(\cancel{+\frac{1}{5}} - \left(\cancel{+\frac{1}{5}}\right)\right] + (-3) = -3$$

Figura 76. Exemplo 2 da resolução da tarefa 5.4.- Racionais Parte 2

Na última tarefa, também não houve dificuldades e, mais uma vez, os alunos optaram pela representação que lhes era mais favorável ("gosto mais assim"). Assim, nas figuras 77, 78 e 79 apresentam-se os diferentes exemplos de resolução.

$$5.5.\ +1\frac{1}{2} + (+0{,}5) = +\frac{3}{2} + (+0{,}5) = +\frac{3}{2} + \left(+\frac{1}{2}\right) = +\frac{4}{2} = +2$$

Figura 77. Exemplo 1 da resolução da tarefa 5.5.- Racionais Parte 2

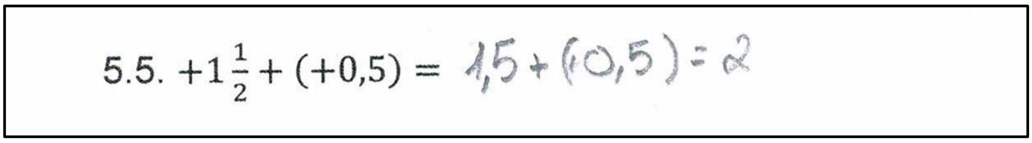


Figura 78. Exemplo 2 da resolução da tarefa 5.5.- Racionais Parte 2

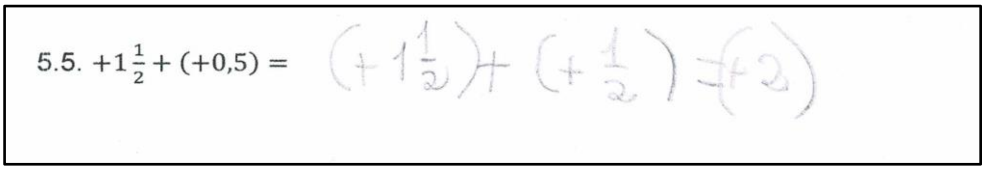


Figura 79. Exemplo 3 da resolução da tarefa 5.5.- Racionais Parte 2

Síntese dos resultados

Esta turma, no geral, demonstrou um claro conhecimento na conversão entre as várias representações dos números racionais, optando, sempre que possível, por aquela que lhes era mais favorável. A flexibilidade denotada na conversão de diferentes representações de um número racional evidenciou-se na sua opção de realizar conversões como estratégia de resolução de problemas. Analiticamente, nas operações adição e subtração convertiam umas representações em outras com as quais se sentiam mais à vontade. Na utilização do modelo da barra, apresentaram desenvoltura em representar os números racionais nas diferentes representações. Para além disso, estabeleciam conexões entre as diferentes representações, transformando, por exemplo, os numerais decimais em frações, as percentagens em numerais decimais e os numerais mistos em fração ou numeral decimal.

Relativamente à dificuldade evidenciada na compreensão de numerais mistos, na tarefa de diagnóstico (Racionais Parte 1), nesta fase foi percetível a compreensão no seu significado e a destreza em converter esta representação na representação em fração ou em numeral decimal.

Em suma, os alunos trabalhavam simultaneamente com as várias representações dos números racionais, evidenciando flexibilidade na sua utilização e conhecimento de que um número pode ser representado de diferentes formas, pelo que demonstraram ter sentido de número racional.

2.3. Racionais Parte 3

Com esta proposta de trabalho (Anexo 6) foi proposto à turma realizar tarefas contextualizadas que promoviam o estabelecimento de conexões entre as várias representações dos números racionais, em diferentes significados, envolvendo grandezas contínuas e discretas, num contexto de resolução de problemas, de forma analítica e/ou visual.

Uma vez que já tinham sido trabalhadas, com a turma, resoluções em que se recorria ao modelo da barra, esperava-se que o recurso à utilização deste modelo se evidenciasse, dado que estas tarefas permitiam diferentes estratégias de resolução (visuais e analíticas), mas essencialmente suscitavam o recurso ao modelo da barra numérica. À vista disto, pretendia-se averiguar se os alunos, nesta fase, já revelavam mais aptidão na dinâmica de resolução de tarefas utilizando o modelo da barra ou se continuavam a prevalecer as resoluções analíticas.

Salienta-se que, aquando da realização deste conjunto de tarefas, um dos alunos da turma não compareceu às aulas, indicando-se assim, em cada uma das seguintes tabelas, como aluno que não resolveu qualquer uma das tarefas.

Tarefa 1

Não eram esperadas dificuldades na elaboração desta tarefa visto ser um tipo de tarefa relacionado com o estudo inicial dos números racionais. Apresentava-se uma situação contextualizada no significado operador, implicando uma grandeza discreta. Era uma tarefa que facilmente encaminhava para uma resolução visual, e foi também com esse propósito que foi apresentada, para verificar se os alunos optavam por uma estratégia pictórica ou analítica.

Na tabela 14 apresenta-se o número de alunos que optaram por uma resolução visual e os que elegeram a resolução simbólica, sendo percetível que uma parte da turma optou por uma estratégia visual e outra parte por estratégia analítica. Salienta-se que todos os alunos resolveram corretamente esta tarefa.

Tabela 14 - Resultados obtidos na tarefa 1- Racionais Parte 3

Tarefa 1	Resolveu pictoricamente	Resolveu analiticamente	Não resolveu
1.	10	10	1

Na figura 80 exibe-se um dos dez exemplos da resolução visual.

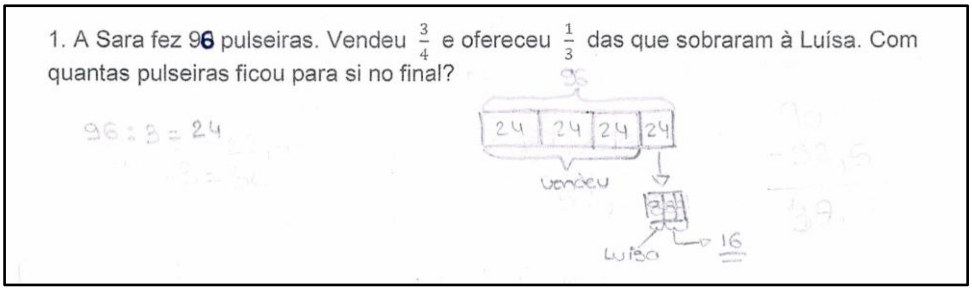


Figura 80. Exemplo 1 da resolução da tarefa 1.- Racionais Parte 3

Neste caso (figura 80) os alunos recorreram a um modelo visual, especificamente, o modelo da barra. Consideraram a barra como a representação do número total de pulseiras (a unidade), dividindo-a em quatro partes iguais e assinalando três dessas partes ($\frac{3}{4}$) para indicarem a quantidade de pulseiras vendidas e uma quarta parte que seriam as pulseiras que sobraram à Sara. Posteriormente, dividiram essa parte, que representava o número de pulseiras que sobraram, em três partes para determinarem o número de pulseiras que a Sara ofereceu à Luísa ($\frac{1}{3}$ das pulseiras que sobraram), acertando quando indicaram que seriam 16 pulseiras. Como se pode observar, a resposta não foi apresentada por escrito, no entanto, entende-se o seu raciocínio.

Nas seguintes figuras (81, 82 e 83) são apresentados alguns dos exemplos das estratégias analíticas, utilizadas pelos alunos.

Em nenhum dos casos se manifestou a compreensão do significado operador, não aplicaram o produto de uma fração por um número inteiro, por exemplo $\frac{3}{4}$ X 96 ($\frac{3}{4}$ de 96 pulseiras), dado que, todos estes alunos resolveram a tarefa dividindo o número de pulseiras (96) pelo número de partes solicitadas (4). No entanto, revelaram entendimento no conceito de fração, verificando-se que todos os alunos mostraram entender qual o número de pulseiras que sobraram para a Sara, demonstrando saber que a unidade (96 pulseiras) tinha sido dividida em quatro partes, pois $\frac{3}{4}$ de 96 tinham sido vendidas logo $\frac{1}{4}$ era a parte que sobrava e, dessa parte (24), $\frac{1}{3}$ foi oferecido e $\frac{2}{3}$ ficaram para a Sara.

No exemplo da figura 81, depois de calcularem o número correspondente a cada uma das quatro partes (24) do número total de pulseiras, a partir do cálculo do quociente 96:4, optaram por efetuar o produto 24X3 para calcularem o número de pulseiras vendidas ($\frac{3}{4}$ de 96) e depois, sabendo que 24 era o número de pulseiras sobrantes, efetuaram o quociente 24:3 para descobrirem a quanto correspondia $\frac{1}{3}$ dessa parte (oferecida à Luísa), e procederam ao produto de oito por dois para determinar o número de pulseiras para a Sara (16). Aqui nota-se uma imprecisão que é cometida incorretamente, que é não distinguirem a diferença entre 24X3 e 3X24, estando apenas preocupados com o produto.

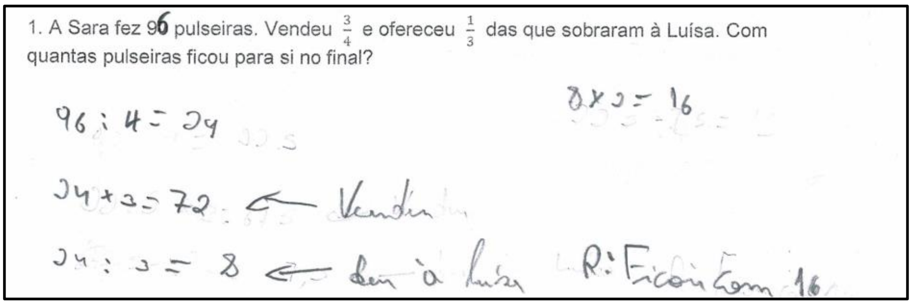


Figura 81. Exemplo 2 da resolução da tarefa 1.- Racionais Parte 3

Na figura 82 exibe-se um exemplo idêntico ao anterior, diferindo, em parte, nas operações efetuadas. Neste caso, o aluno calculou, inicialmente, o mesmo quociente 96:4 para descobrir o valor de cada uma das quatro partes do total das pulseiras, seguindo-se o cálculo do produto 24X3 para descobrir o número de pulseiras vendidas. Contudo, precisou de proceder à diferença 96-72 para determinar a parte que sobrava (24). Manteve o mesmo raciocínio para determinar o número de pulseiras oferecidas e o número de pulseiras para a Sara.

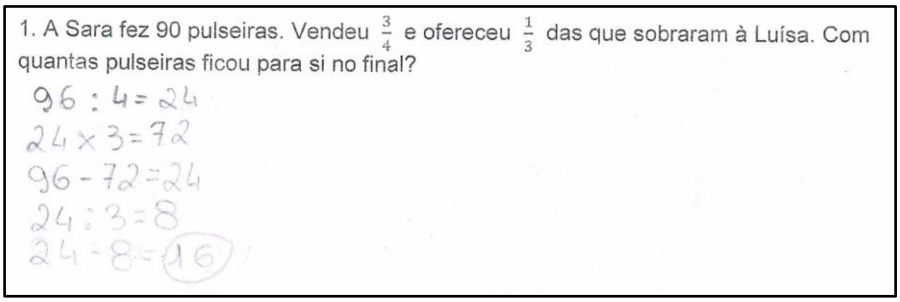


Figura 82. Exemplo 3 da resolução da tarefa 1.- Racionais Parte 3

Na figura 83 apresentam-se dois exemplos em que o raciocínio dos alunos é mais percetível, dado que “explicam” (após questionamento) para cada operação a parte (fração) correspondente.

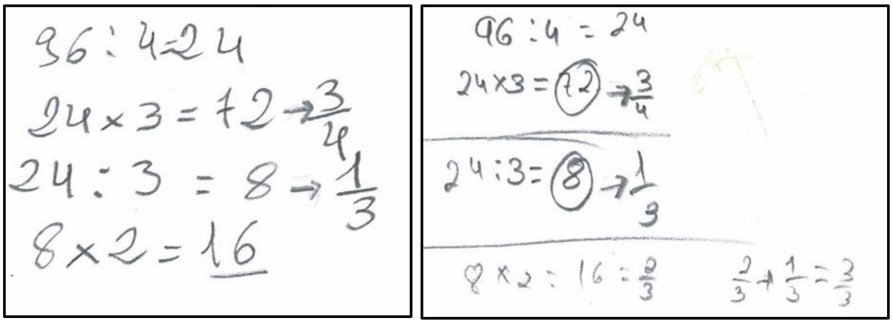


Figura 83. Exemplo 3 e 4 da resolução da tarefa 1.- Racionais Parte 3

Professora: Dividiram 96 pulseiras por quatro, porquê?
Alunos: A Sara vendeu três quartos das pulseiras que fez, então temos de dividir as pulseiras por quatro.
Professora: Para descobrirem o quê?
Alunos: Para descobrirmos quanto eram três quartos vendidos e depois um quarto que sobrou que são vinte e quatro pulseiras.
Professora: E porque dividiram vinte e quatro por três?
Alunos: Porque a Sara ofereceu um terço das que sobraram à Luísa, então tivemos de dividir vinte e quatro por três.
Professora: Para calcular o quê?
Alunos: Para sabermos a quantas pulseiras correspondiam cada uma das partes, assim ficamos a saber que a Sara deu oito (um terço) à Luísa e ficou com dezasseis para si (dois terços).

Tarefa 2

Esta tarefa apresentava uma situação de partilha equitativa, num contexto visual, em que a unidade era representada por duas barras (tabletes de chocolate), tratando-se de uma grandeza contínua. Pretendia-se verificar o conhecimento dos alunos no significado quociente e a relação que estabeleciam com o significado parte-todo, a partir de uma representação visual. Para além disto, procurava-se analisar a relação que estabeleciam entre a representação visual e a representação simbólica, na conversão entre as representações de números racionais não negativos e a sua compreensão na equivalência de frações.

Na tabela 15 apresenta-se o número de alunos que resolveram a tarefa apresentando diferentes formas de partição e o número correspondente aos alunos que não apresentaram resultados credíveis para analisar.

Tabela 15: Resultados obtidos na tarefa 2- Racionais Parte 3

Tarefa 1	Resolveu	Não resolveu
2.1.	16	5
2.2.	16	5

Na figura 84 apresenta-se um dos exemplos da resolução dos alunos. Neste caso, o aluno apresentou um esquema com diferentes formas de partição e indicou corretamente a fração de chocolate indicada para cada uma das amigas, considerando uma parte de cada um dos chocolates.

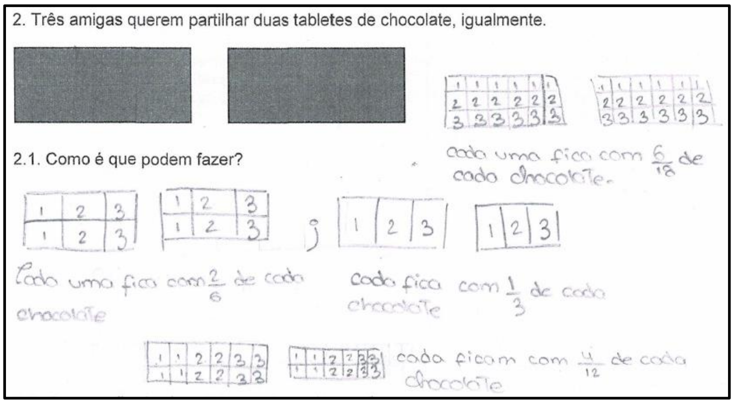


Figura 84. Exemplo 1 da resolução da tarefa 2.1.- Racionais Parte 3

No exemplo apresentado na figura 85, o aluno considerou as duas tabletes como uma só unidade, estabelecendo, também, diferentes partições, no entanto na sua resposta não procedeu à equivalência de frações indicando (na sua perspetiva) três resultados "diferentes".

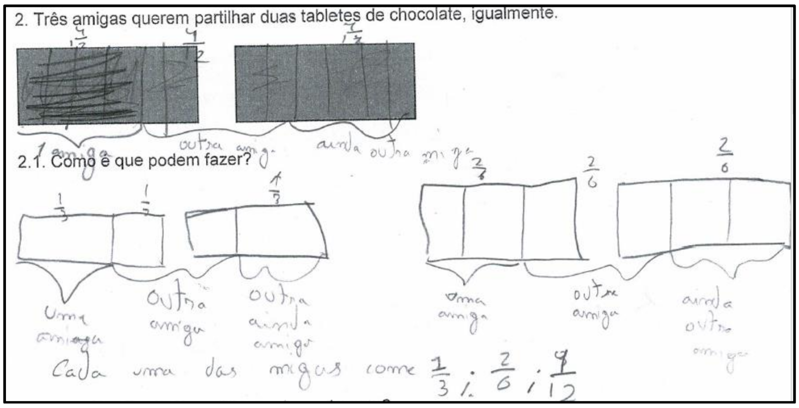
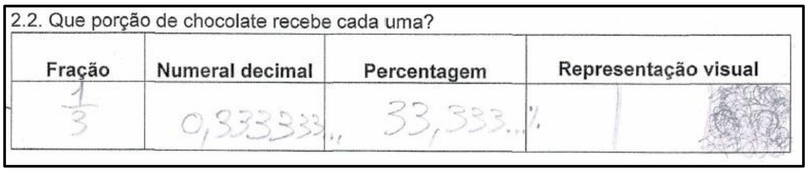


Figura 83. Exemplo 2 da resolução da tarefa 2.1. - Racionais Parte 3

Relativamente à segunda alínea, as respostas apresentadas foram unânimes, todos referiram que cada amiga receberia $\frac{1}{3}$ do chocolate total, realizando corretamente a conversão entre as diferentes representações de números racionais não negativos, solicitadas, como se demonstra na figura 86.


2.2. Que porção de chocolate recebe cada uma?

Fração	Numeral decimal	Percentagem	Representação visual
1/3	0,333333..	33,333...%	

Figura 86. Exemplo da resolução da tarefa 2.2. - Racionais Parte 3

Na primeira alínea, os alunos, revelaram eficácia na partição da unidade, de diferentes formas, e na sua identificação simbólica, embora não fosse percetível a sua compreensão relativamente à comparação das várias partes, não indicando que se tratava da mesma quantidade de chocolate, a partir da equivalência de frações. Na segunda alínea demonstraram capacidade na conversão entre diferentes representações de números racionais não negativos e, aqui, revelaram corretamente a quantidade que correspondia a cada uma das amigas.

Tarefa 3

Na presente tarefa onde estavam patentes os significados operador e parte-todo, numa grandeza discreta, pretendia-se verificar se a turma recorria ao processo visual, recorrendo ao modelo da barra, para reconstruir a unidade a partir das suas partes.

O desempenho da turma mostrou-se bastante positivo, sendo que todos os alunos responderam corretamente à tarefa (à exceção de um aluno), mas nem todos recorreram ao processo visual, como se pode verificar na tabela 16.

Tabela 16: Resultados obtidos na tarefa 3- Racionais Parte 3

Tarefa 3	Resolveu pictoricamente	Resolveu analiticamente	Não resolveu
3.	14	6	1

Verificou-se que a maioria da turma resolveu esta tarefa recorrendo à combinação de várias estratégias de resolução – modelo da barra, cálculos e/ou linguagem simbólica. Porém, um determinado grupo de alunos que apresentava resoluções analíticas sem resposta e sem qualquer justificação reveladora do seu pensamento manteve-se, salientando-se que, aquando da apresentação e correção das tarefas, estes alunos explicavam o seu raciocínio. Na figura 87 exibe-se um dos exemplos de resoluções com recurso a várias estratégias de resolução (visual e analítica).

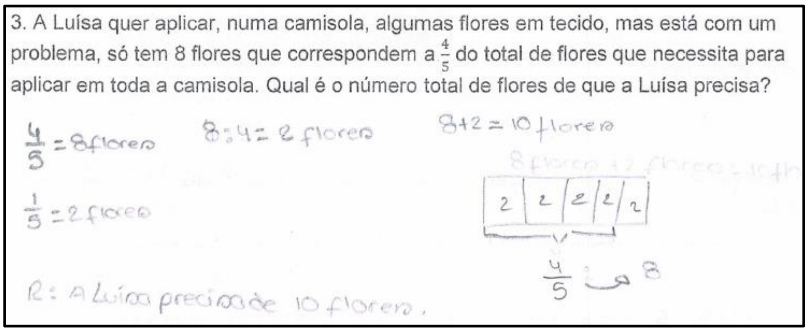


Figura 87. Exemplo 1 da resolução da tarefa 3 - Racionais Parte 3

É percetível que, neste caso, o aluno compreendeu que, como a Luísa tinha $\frac{4}{5}$ das flores necessárias, ou seja, 8 flores, faltava descobrir a quantas flores correspondiam $\frac{1}{5}$ para assim descobrir o número total de flores para aplicar na camisola. Assim, recorreu ao cálculo do quociente 8:4 (número de flores da Luísa dividido em quatro partes) para determinar o número de flores que correspondia a cada uma das partes, concluindo que seriam duas flores, então, $\frac{1}{5}$ equivalia a duas flores, ou seja, no seu total seriam necessárias 10 flores. Paralelamente, utilizou modelo da barra do qual tirou as mesmas conclusões.

No exemplo da figura 88 surge um caso de resolução visual só com recurso à barra numérica, em que o aluno dividiu a barra em 5 partes, indicou os $\frac{4}{5}$ como sendo as 8 flores, e conclui que a parte que faltava ($\frac{1}{5}$) para completar a unidade (total de flores) seria de 2 flores.

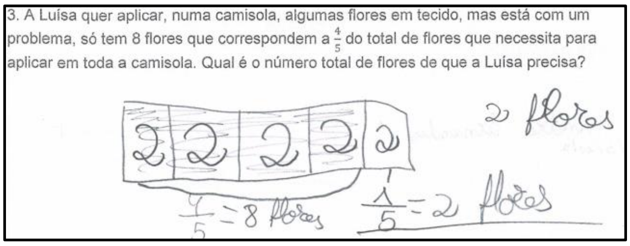
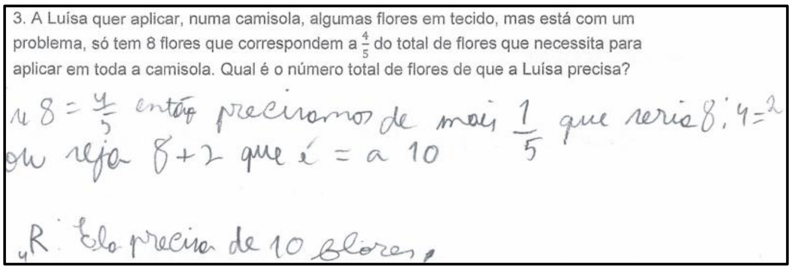


Figura 88. Exemplo 2 da resolução da tarefa 3 - Racionais Parte 3

Na figura 89 exibe-se uma resolução onde o aluno recorreu à linguagem simbólica para dar resposta à questão solicitada.

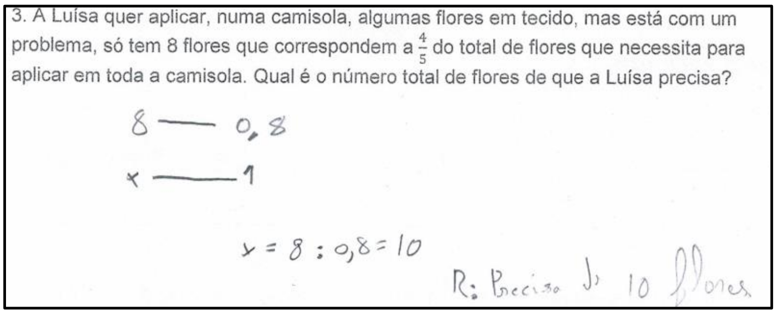

3. A Luísa quer aplicar, numa camisola, algumas flores em tecido, mas está com um problema, só tem 8 flores que correspondem a $\frac{4}{5}$ do total de flores que necessita para aplicar em toda a camisola. Qual é o número total de flores de que a Luísa precisa?

$8 = \frac{4}{5}$ então precisamos de mais $\frac{1}{5}$ que seria $8 : 4 = 2$ ou seja $8 + 2$ que é $=$ a 10

R: Ela precisa de 10 flores.

Figura 89. Exemplo 3 da resolução da tarefa 3 - Racionais Parte 3

Uma outra resolução distinta das restantes foi a que se apresenta na figura 90, onde o aluno procedeu analiticamente à resolução da tarefa recorrendo à proporcionalidade direta através da "regra dos 3 simples" e demonstrando destreza na conversão entre a representação na forma de fração e numeral decimal.


3. A Luísa quer aplicar, numa camisola, algumas flores em tecido, mas está com um problema, só tem 8 flores que correspondem a $\frac{4}{5}$ do total de flores que necessita para aplicar em toda a camisola. Qual é o número total de flores de que a Luísa precisa?

$8 —— 0{,}8$

$x —— 1$

$x = 8 : 0{,}8 = 10$

R: Precisa de 10 flores

Figura 90. Exemplo 4 da resolução da tarefa 3 - Racionais Parte 3

No momento da apresentação de resultados, o aluno explicou o seu raciocínio:

> **Aluno**: Primeiro passei a fração $\frac{4}{5}$ para o numeral decimal 0,8 (porque valem o mesmo e dava-me mais jeito para calcular). Depois pensei que se 8 flores correspondem a 0,8 do total de flores, então a partir desta "regra dos 3 simples" podia descobrir quantas flores correspondiam a um (que é o total).

Tarefa 4

Nesta tarefa também se pretendia verificar o método de resolução privilegiado pelos alunos. Era uma tarefa onde estava patente o significado operador, numa grandeza discreta, remetendo para a divisão da unidade em partes iguais (frações equivalentes).

O desempenho da turma revelou-se bastante satisfatório, uma vez que, todos os alunos resolveram corretamente a tarefa. Porém, 50% dos alunos resolveram a partir de uma resolução visual e a outra parte optou por uma resolução analítica, como se apresenta na tabela 17.

Tabela 17: Resultados obtidos na tarefa 4- Racionais Parte 3

Tarefa 4	Resolveu pictoricamente	Resolveu analiticamente	Não resolveu
4.	10	10	1

Na figura 91 são visíveis duas resoluções em que os alunos optaram por uma estratégia visual, reconstruindo a unidade (para cada uma das caixas) recorrendo ao modelo da barra.

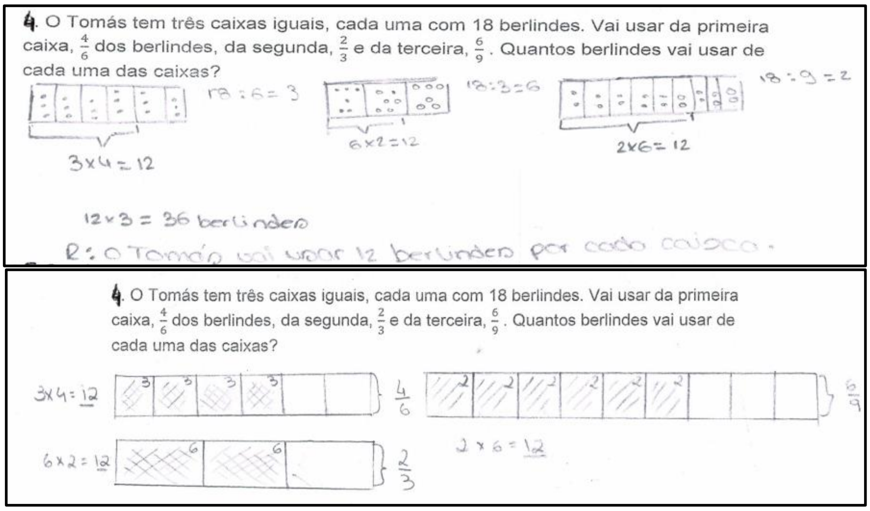


Figura 91. Exemplo 1 e 2 da resolução da tarefa 4 - Racionais Parte 3

Na figura 92 apresenta-se um exemplo de uma resolução com recurso a estratégias visuais e simbólicas, tendo em conta, na sua resolução analítica, o conceito operador. Neste caso, os alunos recorreram ao modelo da barra para reconstruir a unidade e auxiliaram-se no cálculo dos produtos $\frac{4}{6}$ X 18; $\frac{2}{3}$ X 18 e $\frac{6}{9}$ X 18 para determinarem o número de berlindes de cada uma das caixas.

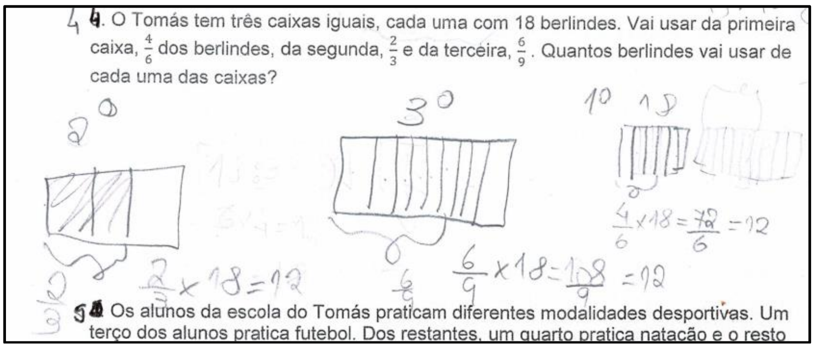


Figura 92. Exemplo 3 da resolução da tarefa 4 - Racionais Parte 3

A figura 93 mostra um outro exemplo de resolução com recurso a estratégias visuais e simbólicas, considerando o conceito quociente.

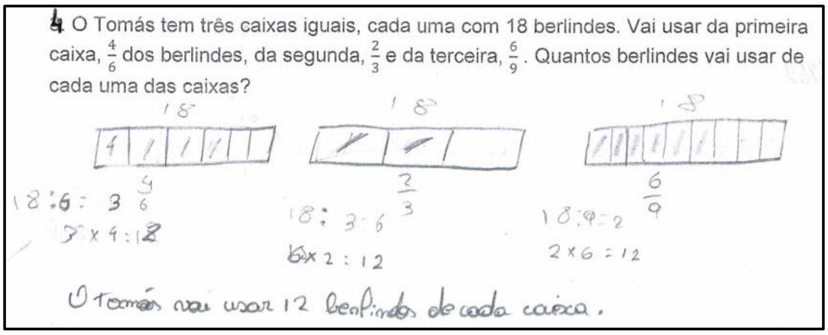


Figura 93. Exemplo 4 da resolução da tarefa 4 – Racionais Parte 3

No exemplo da figura 94, exibe-se uma das resoluções analíticas considerando o conceito operador.

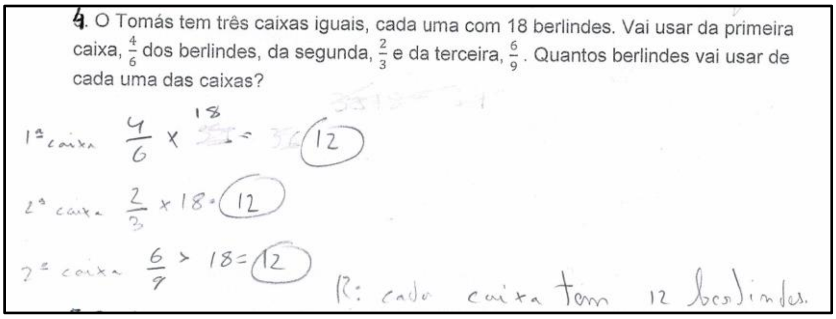


Figura 94. Exemplo 5 da resolução da tarefa 4 – Racionais Parte 3

Por fim, na figura 95 apresenta-se também uma resolução analítica, mas, neste caso, considerando o conceito quociente.

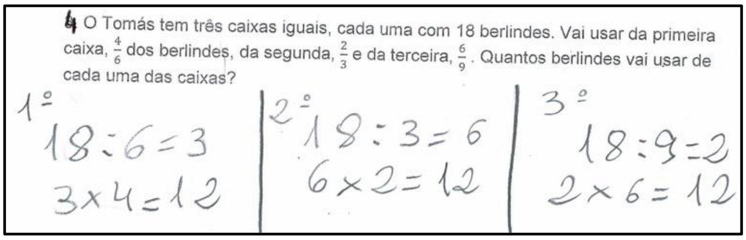


Figura 95. Exemplo 6 da resolução da tarefa 4 – Racionais Parte 3

Salienta-se que nenhum dos alunos referiu que as três frações apresentadas se tratavam de frações equivalentes, representando a mesma parte ou quantidade de cada uma das caixas (da unidade). No entanto, tendo em conta resultados anteriores, em que os alunos revelaram conhecimento na equivalência de frações, considerou-se tratar-se de uma mera distração.

Tarefa 5

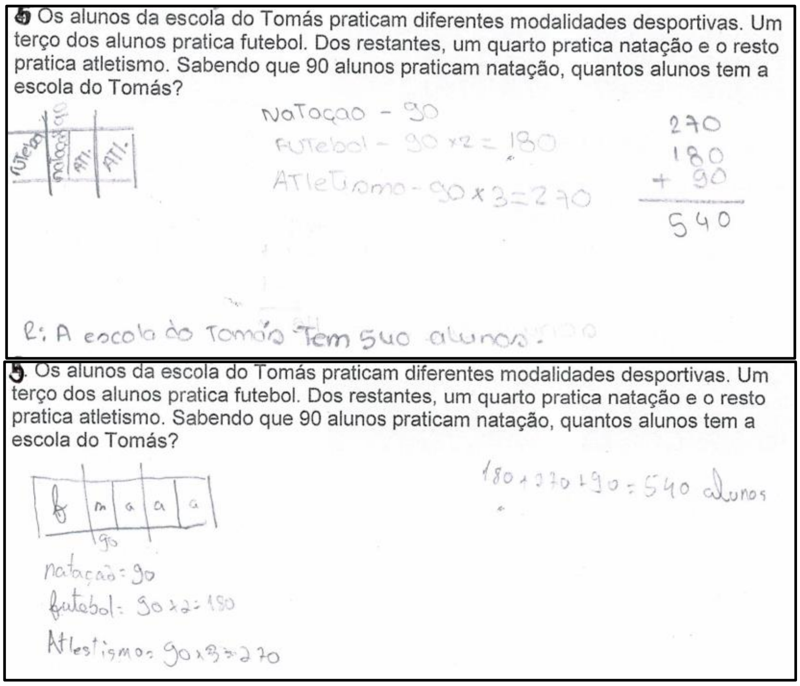
Esta tarefa apresentava mais dificuldades na sua resolução, uma vez que, o todo era desconhecido, exigia, portanto, um bom conhecimento procedimental e concetual. Apresentava uma situação contextualizada no significado operador, implicando uma grandeza discreta. Esperava-se uma maior afluência ao recurso a estratégias visuais.

O desempenho da turma revelou-se satisfatório, 76% dos alunos resolveram corretamente a tarefa, os restantes 24% não apresentaram resoluções válidas para análise. Como se pode constatar nos resultados apresentados na tabela 18, cerca de 57% da turma resolveu a tarefa recorrendo a estratégias visuais.

Tabela 18: Resultados obtidos na tarefa 5- Racionais Parte 3

Tarefa 5	**Resolveu pictoricamente**	**Resolveu analiticamente**	**Não resolveu**
5.	12	4	5

Na figura 96 apresentam-se dois dos exemplos de resoluções visuais, em que os alunos recorreram ao modelo da barra para resolverem a tarefa. De um modo geral, os alunos, utilizaram apenas uma barra dividindo-a em três partes iguais (inicialmente) e depois cada uma dessas partes em duas. Sabiam que $\frac{1}{3}$ dos alunos jogavam futebol, então entenderam que poderiam dividir o número de alunos da escola (a unidade) em três partes. Dos $\frac{2}{3}$ restantes, sabiam que $\frac{1}{4}$ correspondia ao número de alunos que praticavam natação (90) e $\frac{3}{4}$ correspondiam ao número de alunos que praticavam atletismo (90X3=270), assim dividiram-nos em quatro partes iguais e descobriram que se dividissem a barra em seis partes chegariam ao resultado pretendido, ou seja, que o número total de alunos seria 540.



5 Os alunos da escola do Tomás praticam diferentes modalidades desportivas. Um terço dos alunos pratica futebol. Dos restantes, um quarto pratica natação e o resto pratica atletismo. Sabendo que 90 alunos praticam natação, quantos alunos tem a escola do Tomás?

NaToçao - 90
FuTebol - 90 x 2 = 180
ATleTismo - 90 x 3 = 270

270
180
+ 90
540

R: A escola do Tomás Tem 540 alunos.

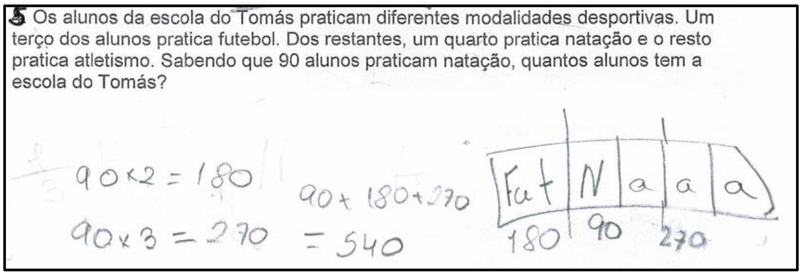
5. Os alunos da escola do Tomás praticam diferentes modalidades desportivas. Um terço dos alunos pratica futebol. Dos restantes, um quarto pratica natação e o resto pratica atletismo. Sabendo que 90 alunos praticam natação, quantos alunos tem a escola do Tomás?

180 + 270 + 90 = 540 alunos

natação = 90
futebol = 90 x 2 = 180
Atlestismo = 90 x 3 = 270

Figura 96. Exemplo 1 e 2 da resolução visual da tarefa 5 – Racionais Parte 3

O exemplo apresentado na figura 97 assemelha-se aos anteriores.



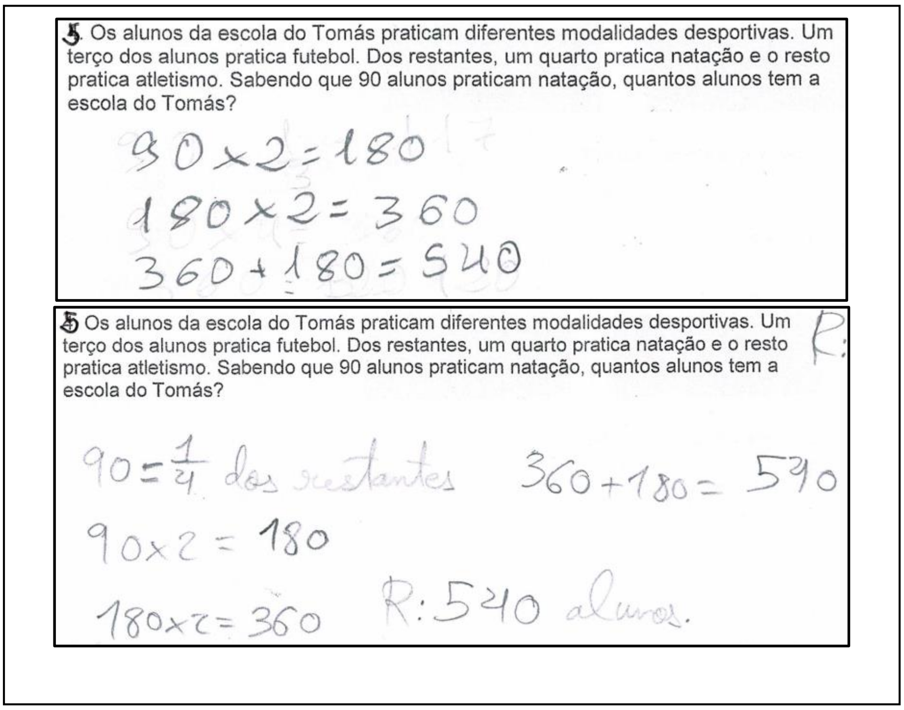
5 Os alunos da escola do Tomás praticam diferentes modalidades desportivas. Um terço dos alunos pratica futebol. Dos restantes, um quarto pratica natação e o resto pratica atletismo. Sabendo que 90 alunos praticam natação, quantos alunos tem a escola do Tomás?

90 x 2 = 180
90 x 3 = 270

90 + 180 + 270
= 540

Figura 97. Exemplo 3 da resolução visual da tarefa 5 – Racionais Parte 3

Na figura 98 apresentam-se dois exemplos de resoluções analíticas. Nestes casos, apesar da falta de justificações reveladoras de pensamento, entende-se que os alunos tiveram o mesmo raciocínio dos colegas (dos exemplos anteriores) o qual explicaram no diálogo apresentado após a figura.



5. Os alunos da escola do Tomás praticam diferentes modalidades desportivas. Um terço dos alunos pratica futebol. Dos restantes, um quarto pratica natação e o resto pratica atletismo. Sabendo que 90 alunos praticam natação, quantos alunos tem a escola do Tomás?

90 x 2 = 180
180 x 2 = 360
360 + 180 = 540

5 Os alunos da escola do Tomás praticam diferentes modalidades desportivas. Um terço dos alunos pratica futebol. Dos restantes, um quarto pratica natação e o resto pratica atletismo. Sabendo que 90 alunos praticam natação, quantos alunos tem a escola do Tomás?

90 = $\frac{1}{4}$ dos restantes 360 + 180 = 540
90 x 2 = 180
180 x 2 = 360 R: 540 alunos.

Figura 98. Exemplo 1 e 2 da resolução analítica da tarefa 5 – Racionais Parte 3

Professora: (nome do aluno) Explica-nos como pensaste para resolver a tarefa.
Aluno 1: Sabíamos que um terço dos alunos jogava futebol, então iam ser três partes.
Professora: Sim, dividias o número total de alunos em três partes iguais, continua.
Aluno 1: Então, se um quarto das outras duas partes era 90, multipliquei 90 por 2 e deu-me o resultado de uma das três partes.
Professora: 180.
Aluno 1: Sim, e depois multipliquei 180 por 2 para saber o número de alunos das outras duas partes que deu 360 e depois somei tudo.
Professora: Muito bem, mas (nome do aluno) consegues dizer-nos quantos alunos praticavam futebol e quantos praticavam atletismo, uma vez que já sabemos que eram 90 alunos a praticar natação?
Aluno 2: Sim. Eram 180 a jogar futebol (90X2) e 270 alunos a praticar atletismo (90X3).

Como se verificou, os alunos não recorreram ao conceito formal de fração como operador (como se esperava) mas, não apresentaram dificuldades em resolver esta tarefa considerando que ao dividirem a unidade equitativamente em seis partes conseguiriam calcular o número total de alunos.

Tarefa 6

Esta tarefa enfatizava a representação em percentagem e contextualizava uma situação de descontos, pretendendo-se verificar a compreensão da turma na noção de percentagem de valores monetários e a que tipo de estratégia recorriam para a resolver.

O desempenho da turma, relativamente aquele que foi demonstrado em tarefas anteriores, revelou-se pouco satisfatório, uma vez que, só 57% dos alunos resolveram corretamente a tarefa e nenhum recorreu a estratégias visuais, como se pode observar na tabela 19.

Tabela 19: Resultados obtidos na tarefa 6- Racionais Parte 3

Tarefa 6	Resolveu pictoricamente	Resolveu analiticamente	Não resolveu/ Resolveu incorretamente
6.	0	12	9

Na figura 99 apresenta-se um dos 12 exemplos de uma resolução aceitável, percebendo-se que os alunos compreenderam a noção de percentagem.

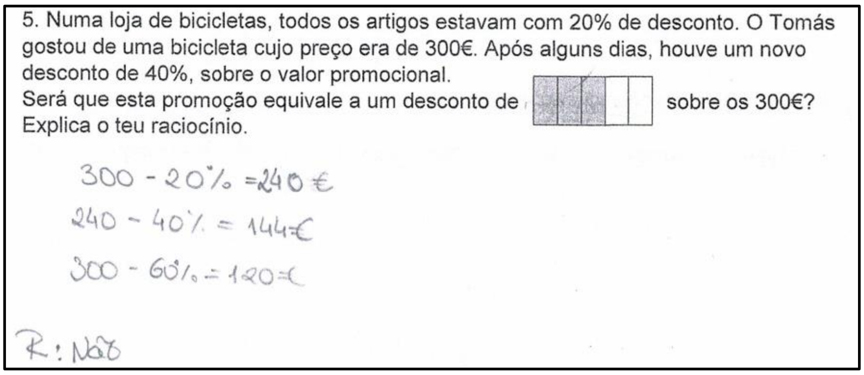
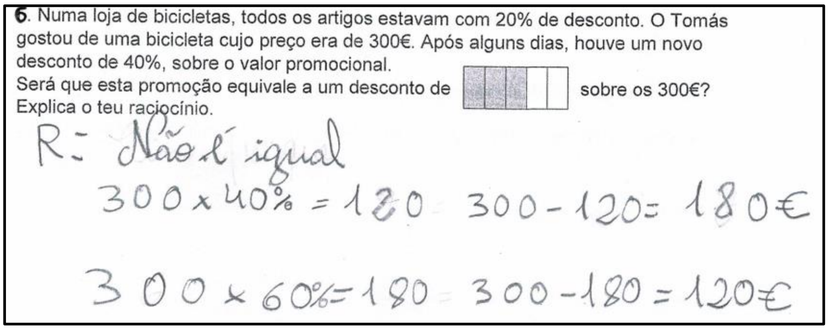


Figura 99. Exemplo da resolução correta da tarefa 6 – Racionais Parte 3

Logo no início revelaram conhecimento na conversão da representação visual de 60% para a representação em percentagem. Depois, com recurso à calculadora, os alunos, calcularam o valor da bicicleta, a partir da diferença de cada valor monetário e o desconto associado, tendo em conta cada um dos descontos, concluindo que a promoção oferecida na loja (20% + 40%) não correspondia a um desconto de 60%.

Na figura 100 mostra-se um exemplo de uma incorreta resolução, considerando-se que o aluno se distraiu porque não considerou a promoção dos 20%. No entanto, achou-se pertinente apresentar este exemplo, dado que, este aluno recorreu aos produtos 300X40%

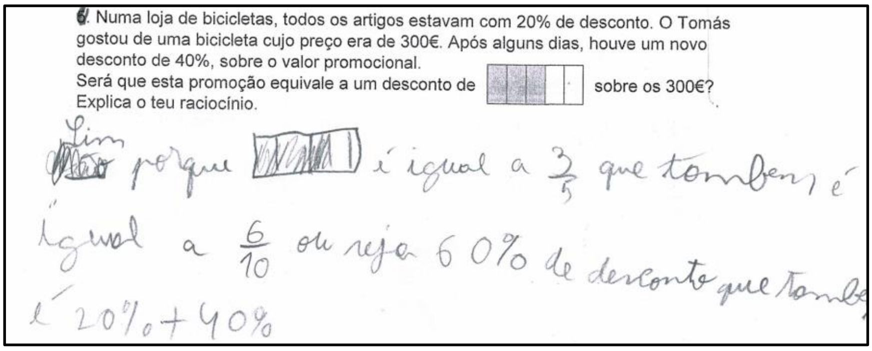
e 300X60% para obter os resultados que pretendia, isto é, 40% e 60% de um valor monetário, mesmo que não distinga a diferença, por exemplo, entre 40%X300 (40% de 300) e 300X40%.


6. Numa loja de bicicletas, todos os artigos estavam com 20% de desconto. O Tomás gostou de uma bicicleta cujo preço era de 300€. Após alguns dias, houve um novo desconto de 40%, sobre o valor promocional.
Será que esta promoção equivale a um desconto de [barra] sobre os 300€?
Explica o teu raciocínio.

R: Não é igual
300 x 40% = 120   300 - 120 = 180€
300 x 60% = 180   300 - 180 = 120€

Figura 100. Exemplo 1 de uma resolução incorreta da tarefa 6 – Racionais Parte 3

Na figura 101 também se apresenta um dos exemplos das resoluções incorretas, verificando-se uma incompreensão do enunciado, mas destaca-se na flexibilidade, que o aluno revelou, na conversão entre as diferentes representações.


6. Numa loja de bicicletas, todos os artigos estavam com 20% de desconto. O Tomás gostou de uma bicicleta cujo preço era de 300€. Após alguns dias, houve um novo desconto de 40%, sobre o valor promocional.
Será que esta promoção equivale a um desconto de [barra] sobre os 300€?
Explica o teu raciocínio.

~~Não~~ Sim porque [barra] é igual a $\frac{3}{5}$ que também é igual a $\frac{6}{10}$ ou seja 60% de desconto que também é 20% + 40%

Figura 101. Exemplo 2 de uma resolução incorreta da tarefa 6 – Racionais Parte 3

Síntese dos resultados

De um modo geral, e comparativamente às propostas de trabalho anteriores, verificou-se uma maior afluência ao recurso de estratégias visuais, particularmente, na utilização do modelo da barra, e/ou na combinação de várias estratégias de resolução. No entanto, manteve-se a contínua prevalência ao recurso a estratégias analíticas por parte de um pequeno grupo de alunos, tal como a falta de justificações reveladoras de pensamento.

Relativamente à compreensão de conceitos dos números racionais, revelaram uma clara compreensão no conceito de fração, contudo não utilizaram o conceito formal de fração como operador. Na noção de percentagem, maioritariamente da turma, revelou alguma dificuldade, não utilizaram a percentagem como operador, mas calcularam um determinado valor monetário em função de uma percentagem.

Analisou-se, mais uma vez, uma grande flexibilidade na conversão entre as várias representações dos números racionais e na utilização de diferentes estratégias na resolução das tarefas.

Capítulo VI- Conclusões

Neste capítulo, numa primeira parte, apresentam-se as principais conclusões do estudo realizado, iniciando-se com uma síntese do mesmo e seguindo-se com uma análise dos principais resultados, tendo por base as questões orientadoras definidas para este estudo. Posteriormente, identificam-se alguns dos constrangimentos condicionantes na concretização desta investigação e sugerem-se algumas recomendações de melhorias para estudos futuros.

1. Principais Conclusões do Estudo

Como já foi referido anteriormente, este estudo desenvolveu-se no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, do Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e Ciências Naturais no 2º Ciclo do Ensino Básico, numa turma do 6º ano do 2º Ciclo do Ensino Básico, constituída por 21 alunos, focalizado na área da Matemática no domínio dos Números Racionais.

Sendo o tema dos Números Racionais aquele que mais se destaca na aprendizagem da matemática e, também, onde surgem mais dificuldades no seu ensino e aprendizagem pretendeu-se, com este estudo, identificar os conhecimentos que os alunos revelavam sobre os números racionais positivos, nas suas diferentes representações, e como as usavam na resolução de problemas. Neste sentido delinearam-se as seguintes questões orientadoras, às quais se pretendeu dar resposta: Q1) Quais as principais dificuldades que os alunos apresentam na utilização das diferentes representações de números racionais positivos? Q2) Quais as representações de números racionais privilegiadas pelos alunos na resolução de problemas? Q3) Quais as principais estratégias e dificuldades reveladas pelos alunos na resolução de problemas?

Salienta-se que, no capítulo anterior, já foi feita uma descrição das principais ideias, que foram tidas no trabalho de análise, dando-se enfoque às questões orientadoras. Deste modo, segue-se a apresentação das principais conclusões, respondendo às questões orientadoras, considerando-se o desempenho da turma descrito anteriormente.

Q1) Quais as principais dificuldades que os alunos apresentam na utilização das

diferentes representações de números racionais positivos?

Ao longo da intervenção didática, os alunos demonstraram uma boa compreensão do conceito de Número Racional evidenciando uma grande flexibilidade na conversão entre as diferentes representações dos Números Racionais Positivos, estabelecendo ligações entre elas e optando por aquela que lhes era mais adequada. Revelaram, deste modo, uma boa compreensão dos números racionais, entendendo que um mesmo número pode ser representado de diferentes formas (NCTM, 2007; ME, 2007; Quaresma & Ponte, 2012a).

De um modo geral, a turma revelou conhecimento na interpretação da unidade em situações que envolviam grandezas discretas ou contínuas e em relacionar o número de partes solicitadas, tendo em conta as várias representações dos números racionais não negativos e o número total de partes de uma unidade.

Numa primeira instância, na proposta de trabalho Racionais Parte 1, verificaram-se algumas dificuldades ao nível da equivalência de frações, mas na resolução de tarefas posteriores, essa dificuldade não surgiu. Também, neste momento de análise, surgiram algumas dificuldades na interpretação do significado razão. Alguns alunos não estabeleceram a comparação entre duas quantidades, construíram a razão com base no significado parte-todo. Relativamente à conversão entre as diferentes representações dos números racionais positivos, verificou-se a existência de algumas dificuldades na conversão da representação visual para a de numeral misto e, desta para numeral decimal e percentagem, salientando-se que, estas dificuldades, não foram verificadas na resolução das propostas de trabalho seguintes.

À parte das considerações anteriores, não se registaram mais dificuldades ao nível da compreensão dos números racionais, os dados recolhidos não são consistentes com os obtidos por Monteiro e Pinto (2007) no que respeita à incompreensão do sistema de numeração decimal e da ligação entre representações e das respetivas quantidades. Por exemplo, os alunos justificaram que 2,5 e $\frac{2}{5}$ não representavam o mesmo número, apresentando como justificação a conversão da representação em fração para a representação de numeral decimal (e vice-versa) fazendo a comparação entre si. Apenas dois alunos não o fizeram. Também em relação às dízimas demonstraram interpretar a parte decimal posicionalmente, referindo que 0,5 e 0,50 se tratavam do mesmo número, contrariamente aos resultados obtidos noutros estudos (Monteiro & Pinto, 2007; Quaresma, 2010).

Q2) Quais as representações de números racionais privilegiadas pelos alunos na resolução de problemas?

Esta turma, como já foi referido anteriormente, apresentava grande destreza na conversão entre as diferentes representações dos números racionais positivos, evidenciando flexibilidade na sua utilização e conhecimento de que um número pode ser representado de diversas formas. Assim sendo, recorriam à representação com a qual se sentiam mais à vontade para trabalhar. Por exemplo, na resolução de expressões numéricas, com a presença de várias representações, os alunos convertiam cada uma das diferentes representações naquela que lhes suscitava mais facilidade nos cálculos ou aquela que "gostava mais". Na resolução de problemas também mostraram flexibilidade na utilização das diferentes representações, não constituindo uma dificuldade para a resolução em causa.

Q3) Quais as principais estratégias e dificuldades reveladas pelos alunos na resolução de problemas?

Inicialmente, esta turma demonstrou não estar habituada a efetuar resoluções visuais nem a utilizar estratégias visuais na resolução de problemas, recorrendo constantemente só a resoluções analíticas. Quando se começou a apresentar o modelo da barra como recurso, quer por representação ativa (tiras de papel) quer por representação visual, grande parte dos alunos desvalorizaram este recurso, demonstrando alguma relutância na realização de tarefas em contextos visuais e, consequentemente, algumas dificuldades na sua elaboração. No entanto, com alguma insistência, alguns destes alunos adotaram o recurso a estratégias visuais e outros alunos, com mais dificuldades, revelaram grande interesse na sua utilização, reconhecendo que era uma mais valia para a compreensão e resolução de algumas tarefas propostas.

No decorrer da intervenção didática a turma foi desenvolvendo capacidades em resolver problemas com recurso a estratégias visuais, em particular, recorrendo ao modelo da barra, e/ou combinando diferentes estratégias de resolução (visual, analítica e/ou verbal), partilhando ideias e apresentando os seus raciocínios e sugestões de resolução.

A partilha de ideias e raciocínios na discussão da resolução das tarefas propostas, revelou-se uma mais valia porque se verificou, ao longo do tempo, um maior envolvimento dos alunos e, por sua vez, uma maior predisposição para a elaboração de diferentes estratégias na resolução de problemas (Vale, 2017; Ventura & Oliveira, 2014).

Destaca-se como uma acentuada dificuldade a prevalência de registos não reveladores de pensamento dos alunos (Boavida et al., 2008). De um modo geral, esta turma, escasseava nas justificações e respostas, por escrito, na resolução das tarefas, porém, quando questionados desenvolviam explicações coerentes referentes aos seus raciocínios.

2. Limitações do Estudo e Considerações para Melhorias Futuras

Ao longo da elaboração deste estudo foram surgindo algumas limitações, ao nível de vários fatores e de várias fases, que tentei contornar, mas, que se revelaram limitadoras para um bom desenvolvimento e conclusão desta investigação.

O facto de representar diferentes papeis em simultâneo- professora estagiária e investigadora- restringiu, em parte, o tempo necessário para delinear um bom plano de investigação. Sobretudo este constrangimento foi mais notório quando o papel de professora tinha que se sobrepor ao de investigadora.

No decorrer da análise de dados percebi que deveria ter realizado entrevistas e deveria ter dado especial atenção a algumas intervenções realizadas pelos alunos, deixando escapar, eventualmente, situações interessantes e cruciais que me faltaram, nesta fase, para compreender os raciocínios dos alunos nas resoluções das tarefas apresentadas.

Para futuros estudos sugiro uma boa preparação, do investigador, no sentido de possibilitar um bom plano de investigação e, essencialmente, que no recurso à recolha de dados, se enfatizem as entrevistas e se dê especial atenção às intervenções apresentadas pelos alunos.

Parte III - Reflexão Global da PES

Na última parte deste relatório apresenta-se uma reflexão global sobre todo o percurso da Prática de Ensino Supervisionada, tendo em conta fatores antecedentes e envolventes, quer a nível pessoal quer a nível profissional.

Reflexão Global da PES

Volvidos cinco anos, desde o dia em que ingressei nesta fase alucinante da minha vida, eis que chegou o momento de refletir sobre todo este meu percurso.

O tempo ou a sua contabilização foi o fator que mais valorizei, ao longo destes cinco anos, dado que paralelamente à minha condição de estudante, fui mãe, trabalhadora, dona de casa e esposa, sem esquecer nunca os meus quatro cães e três gatos. À parte de todos estes elementos, o meu enriquecimento a nível profissional e também pessoal foi o que mais se destacou.

Tive momentos de fragilidade, naturalmente, principalmente no que se refere à questão de me tornar uma boa professora. As dúvidas persistentes na minha capacidade em ensinar, e em aprender a ensinar, caracterizaram a minha humildade e a luta diária em conseguir alcançar os objetivos pretendidos a minha perspicácia. Tornei-me num ser humano melhor, no qual aprendi que os afetos são a base de toda a nossa existência e, apesar de ter auferido de grandes aprendizagens, reconheço que tenho ainda muito para aprender/praticar no âmbito da atividade docente.

Durante a licenciatura tive a oportunidade de conhecer os diferentes contextos educacionais, o que me permitiu obter conhecimentos gerais e uma visão mais alargada do funcionamento de cada um deles. Assim, a minha escolha para o mestrado a seguir foi pensada de um modo consensual, refletindo sobre qual dos contextos me sentia mais predisposta para trabalhar.

Nesta perspetiva, durante o percurso deste mestrado, compreendido entre dois anos letivos, foram-me proporcionadas aprendizagens específicas da minha área de ensino e todas aquelas inerentes ao processo de ensino e aprendizagem, bem como a oportunidade de trabalhar diretamente nos contextos do 1º e 2º Ciclos, no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada. Desta forma, o primeiro ano de mestrado permitiu-me adquirir aprendizagens para colocar em prática ao longo de todo o percurso do segundo ano, aquando da dinamização da PES, não desconsiderando que durante a PES aprendi ainda muito mais.

Refletindo agora, em particular, sobre a PES, permite-me afirmar que foi a fase mais importante de todo o meu percurso académico. Foi aqui que contactei com a realidade das crianças e com a minha própria realidade, na condição de professora estagiária e na de futura profissional.

Quando iniciei a PES, no contexto do 1º Ciclo, numa turma do 4º ano de escolaridade, receei tanto das minhas capacidades, tinha em mim todas as dúvidas possíveis. Questionava-me, frequentemente, sobre as competências que teria em ensinar alguma “coisa” àquelas crianças e, se sim, como o faria, como conseguiria chegar até elas, como motivá-las, que estratégias poderia usar, de que forma poderia promover um processo de ensino e aprendizagem eficaz à turma. No contexto do 2º Ciclo, com uma turma do 6º ano, senti-me mais tranquila porque já me sentia com mais experiência para lidar com o comportamento de tantas crianças, no entanto, receei novamente, dadas as características da turma e as especificidades das áreas a abordar, de como lhes conseguiria promover um ensino e aprendizagem efetivo.

A nível profissional, não tive predileção por qualquer uma das turmas, no meu pensamento e no meu coração, foram todos crianças e todos meus alunos, cada um com as suas particularidades e caráter. Porém, a nível afetivo, envolvi-me mais com a turma do 1º Ciclo, dado que, tive um período letivo mais alargado nesse contexto e, para além disso, as crianças eram extremamente dóceis. Almoçávamos quase sempre juntos, no mesmo refeitório e, por vezes, eu e a minha colega de estágio íamos ter com a turma aos espaços de recreio, nos intervalos. No contexto do 2º Ciclo era diferente, só estava com a turma no horário estipulado para as aulas, mas, mesmo assim, foi possível criar laços afetivos com as crianças.

Comparativamente a ambos os contextos, inferi que o grau de exigência de preparação é mais elevado numa professora de 1º Ciclo porque é um contexto onde se abordam várias áreas de conhecimento e, para viabilizar a interdisciplinaridade, deve haver um grande conhecimento da parte do professor.

No decurso da PES tive a oportunidade de adquirir competências que me ajudaram a desenvolver o meu trabalho e a evoluir, enquanto professora estagiária e futura profissional, concluindo que existem elementos basilares na atividade docente.

Uma das componentes essenciais para a prática docente é a preparação e a capacidade de saber promover conhecimentos e, para tal, a formação contínua, a procura incessante de saber sempre mais, tanto a nível científico como a nível didático, nesta perspetiva, em particular, deve ser uma constante na vida profissional de um professor. Para me sentir minimamente preparada, para a prática didática, senti necessidade de estudar todos os assuntos a abordar e a pedir ajuda, quer às professoras orientadoras quer aos professores cooperantes, para que me elucidassem quanto a dúvidas que me iam surgindo, particularmente, a nível da aquisição de novas estratégias a implementar.

Um fator igualmente importante, é a reflexão do trabalho realizado, refletir sobre situações que, porventura, não resultaram ou sobre pontos a melhorar, por exemplo, adotar novas estratégias ou metodologias de ensino, para que o nosso desempenho seja progressivamente melhorado. Durante a PES, as reflexões que fiz sobre o desempenho das aulas que implementei ajudaram-me a evoluir, pois além de perceber onde tinha falhado também recebia sugestões de melhoria dos professores e da minha colega de estágio, que me permitiram evoluir.

Outro ponto crucial, na prática docente, é a realização da planificação e o saber planificar, dado que é uma competência que se vai adquirindo. Planificar exige conhecimento e prática pois implica planear uma aula, tendo em conta a gestão do tempo, os conteúdos a abordar e as características da turma (comportamento e ritmos de aprendizagem), de forma a promover eficácia no trabalho do professor. Implica, entre outros, conhecer bem a turma de forma a prever atitudes e comportamentos, tais como, questões ou dúvidas que possam surgir e, desta forma, a preparação para lhes dar resposta e a implementação de estratégias que possam resultar dadas as características da turma. A elaboração das planificações ajudou-me a estruturar o trabalho a desenvolver nas aulas, a prever e sequenciar as atividades a implementar, tendo em vista diferentes estratégias, a antecipar eventuais dúvidas ou questões dos alunos e preparando soluções para os esclarecer. Além disso, também preparava alternativas (plano B) na eventualidade de surgir algum imprevisto no decorrer da aula, por exemplo, alguma tarefa extra para colmatar o tempo de alunos mais rápidos na resolução de tarefas.

De um modo conclusivo, e paralelamente a todos os fatores importantes relacionados com o papel do professor, anteriormente referidos, há um que para mim foi e é fundamental – a afetividade na relação entre o professor e os alunos.

O ato de ensinar não se dá sem afetos, é crucial motivar e envolver as crianças na aprendizagem, e para que tal seja possível, é fundamental que cada criança se sinta bem no seu ambiente, se sinta acarinhada e compreendida. Na minha prática, procurei sempre elogiar as crianças e incentivá-las a melhorar o seu desempenho, dar-lhes, sempre que possível, oportunidade para se expressarem e, no meu discurso envolvia sempre algum sentido de humor. A minha relação com os alunos foi muito positiva, mesmo que, por vezes, fosse necessário chamá-los à atenção para o seu comportamento, conseguia manter um ambiente agradável na sala de aula.

Em suma, neste percurso, adquiri muitos conhecimentos que me ajudaram a evoluir profissional e pessoalmente, e sei que tenho ainda um longo e permanente caminho a percorrer. Como já referi, um professor deve investir permanentemente na sua formação, progredindo e viabilizando um trabalho eficaz na sua atividade profissional. E, emocionalmente, deve ter a capacidade de promover a afetividade na relação com os seus alunos, deixá-los ser crianças felizes com prazer em aprender e sem medo de errar.

“Educar não é repetir palavras, é criar ideias, é encantar.”

Augusto Cury

Referências Bibliográficas

AEM. (2015). Projeto educativo educar para a vida – diversidade formativa e inclusão educativa.

Almeida, L., & Freire, T. (2000). *Metodologia da Investigação em Psicologia e Educação*. Braga: Psiquilíbrios.

Barreto, M. B. (2019). *A Resolução de Problemas de Números Racionais numa turma de 6ºano de escolaridade: o contributo de uma Gallery Walk* (Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada). ESE- Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo.

Boavida, A. M. R., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: ME- DGIDC.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação- Uma Introdução à Teoria e aos Métodos*. Porto: Porto Editora.

Canavarro, A., Oliveira, H., & Menezes, L. (2012). Práticas de Ensino Exploratório da Matemática: o caso de Célia. In *Projeto Práticas Profissionais dos Professores de Matemática* (pp. 255–266). Portalegre: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Cândido, M., Leite, L., & Singo, B. (2017). O ensino contextualizado e a abordagem curricular de conteúdos de Microbiologia em Moçambique. *UDZIWI: Revista de Educação Da Universidade Pedagógica*, *8*(27), 20–32.

Cardoso, P., & Mamede, E. (2015). O Conceito de Fração- o Conhecimento de Professores do 1º Ciclo. *Revista de Estudios e Investigatión En Psicologia y Educatión*, *6*, 229–233.

Carvalho, A. M. S. (2005). *O desenvolvimento do conceito de número racional em alunos do 4º ano de escolaridade* (Dissertação de Mestrado). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Coutinho, C. P. (2014). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas:Teoria e Prática*. Coimbra: Edições Almedina.

Coutinho, C. P. (2016). *Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: Teoria e Prática* (2ª ed.). Coimbra: Edições Almedina, S. A.

Davis, P. J., & Hersh, R. (1995). *A Experiência Matemática*. Lisboa: Gradiva.

DGE. (2017). *Perfil dos alunos à saída da escolaridade obrigatória*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação e Ciência.

DGE. (2018). *Referencial de Educação Ambiental para a Sustentabilidade para a Educação Pré-Escolar, o Ensino Básico e o Ensino Secundário*. Lisboa: Ministério da Educação.

DGE. (2014). *Referencial de Educação para a Segurança, a Defesa e a Paz*. Lisboa: Ministério da Educação.

Direção-Geral da Educação. (2018). Aprendizagens Essenciais. Ministério da Educação: Lisboa.

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis*, *18*, 64–66.

Fonseca, L. (2009). A Comunicação Matemática na Sala de Aula- Episódios do 1º ciclo do Ensino Básico. *Educação e Matemática*. 1 (103), 2-6.

INE (2011). *Censos 2011*. Obtido em 10 de novembro de 2018, de https://censos.ine.pt/xportal/xmain?xpid=CENSOS&xpgid=censos_quadros

Laranjeira, A. (2017). *A compreensão da adição/subtração de números racionais (não negativos) representados na forma de fração: um estudo numa turma do 6º ano de escolaridade.* (Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada). Escola Superior de Educação de Lisboa- Instituto Politécnico de Lisboa, Lisboa.

Martins, F. M. M. (2007). *As frações no desenvolvimento do sentido de número racional no 1.º ciclo.* (Dissertação de Mestrado). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2016). Ações do professor para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. *Revista Educação e Matemática*, *137*, 38–41.

Ministério da Educação e Ciência. (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares Matemática Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2007). *Desenvolvendo o sentido do número racional*. Lisboa: APM.

NCTM (1994). *Normas Profissionais para o Ensino da Matemática*. Lisboa: APM e IIE.

NCTM (2007). *Princípios e Normas Para A Matemática Escolar*. Lisboa: APM.

NCTM (2017). *Princípios para a ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. Lisboa:

APM.

Pereira, A., & Barbosa, A. (2013). A visualização e o sentido de número: um estudo no 1º ano de escolaridade. In J. A. Fernandes, M. H. Martinho, J. Tinoco, & F. Viseu (Eds.), *Atas do XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 235–252). Braga: APM e CIEd da Universidade do Minho.

Pinto, H. G. (2011). *O Desenvolvimento do Sentido da Multiplicação e da Divisão de Números Racionais.* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Ponte, J. P. (2005). Gestão Curricular em Matemática. In *GTI (Ed.), O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P. (2008). A investigação em educação matemática em Portugal: Realizações e perspectivas. In R. Luengo-González, B. Gómez-Alfonso, M. Camacho-Machín, & L. B. Nieto (Eds.), *Investigación en educación matematica* (pp. 55–78). Badajoz: SIEM.

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didática da matemática no 1º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Quaresma, M. (2010). *Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino.* (Dissertação de Mestrado). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2012a). As tarefas e a comunicação numa abordagem exploratória no ensino dos números racionais. In A. P. Canavarro, L. Santos, A. M. Boavida, H. Oliveira, L. Menezes, & S. Carreira (Eds.), *Práticas de ensino da matemática: Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 215–228). Lisboa: SPIEM.

Quaresma, M., & Ponte, J. P. (2012b). Compreensão dos números racionais, comparação e ordenação: o caso de Leonor. *Interações*, *8*(20), 37–69.

Rodrigues, C., Menezes, L., & Ponte, J. P. (2018). Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. *Bolema*, *32* (*6)*, 398–418.

Sousa, A. B. (2009). *Investigação em Educação*. Lisboa: Livros Horizonte, Lda.

Vale, I. (2004). Algumas Notas sobre Investigação Qualitativa em Educação Matemática - O Estudo de Caso. *Revista Da Escola Superior de Educação*, *5*, 171–200.

Vale, I., Pimentel, T., & Barbosa, A. (2015). Ensinar Matemática com Resolução de

Problemas. *Quadrante*. 24 (1), 39-60.

Vale, I. (2017). Resolução de Problemas um Tema em Contínua Discussão: Vantagens das Resoluções Visuais. In L. de la R. Onuchic, L. C. L. Junior, & M. Pironel (Eds.), *Perspetivas para a Resolução de Problemas* (pp. 131–162). São Paulo: Editora Livraria da Física.

Vale, I., & Barbosa, A. (2019). A resolução de problemas com frações - uma abordagem visual. In E. Mamede, C. Monteiro, & C. Monteiro (Orgs.), *Contributos para o Desenvolvimeto do sentido de número racional* (pp.233-260). Lisboa: APM.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004a). Dos Inteiros aos Racionais. In P. Palhares (Ed.), *Elementos de Matemática* (pp. 215–250). Lisboa: Lidel.

Vale, I., & Pimentel, T. (2004b). Resolução de Problemas. In P. Palhares (Ed.), *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico* (pp. 7–51). Lisboa: Lidel.

Valério, N. (2005). Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1º ciclo. *Quadrante*, *14*(1), 37–65.

Ventura, H. (2013). *A aprendizagem dos números racionais através de conexões entre as suas representações: Uma experiência de ensino no 2º ciclo do ensino básico.* (Tese de Doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

Ventura, H., & Oliveira, H. (2011). Estabelecendo Conexões entre Números racionais: O caso da percentagem. *Actas do XXII SIEM: Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 1- 24). Lisboa: APM.

Vieira, J. P. G. (2018). *A resolução de tarefas com frações numa turma do 6º ano de escolaridade.* (Relatório Final de Prática de Ensino Supervisionada). ESE- Instituto Politécnico de Viana do Castelo, Viana do Castelo.

Vizinho, I. (2002). *O Processo de Ensino e de Aprendizagem dos Numerais Decimais no 1º Ciclo do Ensino Básico e a Construção duma (nova) Cultura Matemática. (Dissertação de Mestrado)*. Universidade de Aveiro, Aveiro.

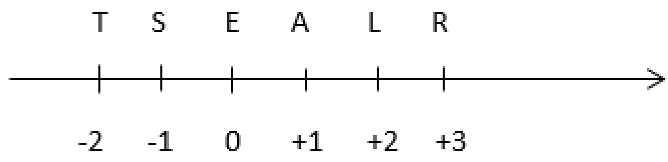
Vizinho, I., & Cabrita, I. (2012). Percurso dos Racionais do Pré-Escolar ao 1º Ciclo do Ensino Básico. *CIDTFF - Indagatio Didactica- Universidade de Aveiro*, *4* (1), 154–173.

Yin, R. K. (2010). *Estudo de Caso: Planejamento e Métodos* (4ª ed.). Porto Alegre: Bookman.

ANEXOS

Anexo 1- A casa do Tomás

-Temos um segmento que representa a rua onde mora o Tomás e alguns amigos. No meio dessa rua encontra-se a escola à qual vamos atribuir o ponto E, cuja abcissa será o zero, ou seja, a origem. E para os restantes pontos temos:



- A casa do Tomás é representada pelo ponto T, cuja abcissa é -2;
- A casa da Sara é representada pelo ponto S, cuja abcissa é -1;
- A casa do Agostinho, ponto A com abcissa +1;
- A casa da Luísa, ponto L com abcissa +2;
- A casa da Rita, ponto R com abcissa +3."

- Agora, vamos descobrir a distância entre a casa do Tomás e a casa da Luísa, por exemplo. Quais são as abcissas e os seus respetivos pontos? Como fazemos?

(aguardam-se sugestões)

- De que forma representamos uma distância?

(módulo ou valor absoluto)

$$|(-2)-(+2)|$$

$$|(-2)-(+2)| = |(-2)+(-2)| = |-4| = +4$$

- Agora, vamos descobrir a distância entre a casa da Sara e a casa da Rita. Indiquem-me como fazemos.

$$|(-1)-(+3)| = |(-1)+(-3)| = |-4| = +4$$

- E se eu pedir para me indicarem a distância entre a casa da Rita e a casa da Sara?

$$|(+3)-(-1)| = |(+3)+(+1)| = |+4| = +4$$

- O que podemos concluir?

(aguardam-se sugestões dos alunos)

- "A medida da distância entre dois pontos de abcissas *a* e *b* é igual ao módulo da respetiva diferença, ou seja:"

A medida da distância entre dois pontos de abcissas *a* e *b* é igual a $|a - b|$ e a $|b - a|$.

Anexo 2- Pedido de Autorização aos Pais

Ex.mo Sr. Encarregado de Educação,
No âmbito do Mestrado em Ensino do Primeiro Ciclo e de Matemática e Ciências Naturais do 2º Ciclo, do Ensino Básico, ministrado pela Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo, será desenvolvido, ao longo do terceiro período, a Prática de Ensino Supervisionada na turma do(a) seu (sua) educando(a). Pretende-se realizar duas investigações, uma, na área curricular de Matemática pela mestranda Sílvia Sá e, outra, na área curricular de Ciências Naturais pela mestranda Manuela Rodrigues.
É de salientar, que para a sua concretização, será necessário proceder à recolha de dados através de registos escritos, fotográficos, áudio e vídeo das atividades referentes aos estudos a realizar. Os dados recolhidos serão confidenciais e utilizados exclusivamente na realização das investigações. Todos os dados serão devidamente codificados garantindo, assim, o anonimato das fontes quando publicados.
Nesta perspetiva, vimos por este meio solicitar a Vª EXª autorização para que o(a) seu(sua) educando(a) participe nestes estudos, permitindo a recolha de dados acima mencionados. Sublinha-se que, haverá total disponibilidade para prestar qualquer esclarecimento. Agradecemos desde já a sua disponibilidade e colaboração.

Viana do Castelo, _________________.
As mestrandas,
Manuela Rodrigues e Sílvia Sá.

Eu,____, encarregado(a) de educação do(a) aluno(a) ____, nº______, da turma ____ do ____ ano, declaro que _________________(autorizo/não autorizo) a participação do meu educando(a) no âmbito das investigações acima referidas.
Data: ___/___/____ Assinatura: __________________________

ANEXO 3- QUESTIONÁRIO

QUESTIONÁRIO

Nome: ________________________ **Sexo:** ☐ inino M☐ ulino

Idade: ____

1. Numera as disciplinas, de 1 a 10, por ordem de preferência, sendo 1 a mais preferida e 11 e menos preferida.

Português		Educação Visual	
Matemática		Educação Tecnológica	
Ciências Naturais		Inglês	
História e Geografia de Portugal		Cidadania	
Educação Física		Educação Musical	

2. Gostas da disciplina de Matemática?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?

____

____

3. A Matemática, para ti, é uma disciplina fácil ou difícil?

Fácil ☐ Difícil ☐

Porquê?

____

____

4. Como se poderá tornar o ensino da Matemática mais apelativa para que os alunos se envolvam nas suas aprendizagens?

____

____

5. A Matemática tem utilidade para a tua vida?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?

____

____

6. Em que situações do cotidiano usas a Matemática?

____

____

7. Já ouviste falar em Números Racionais?

Sim ☐ Não ☐

8. O que sabes dizer sobre o tema?

____

____

9. Em que situações do cotidiano usas ou podes usar os Números Racionais?

____

____

10. Consideras importante as tarefas de Resolução de Problemas?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?

____

____

11. Gostas de resolver problemas?

Sim ☐ Não ☐

12. Tens dificuldade em resolver problemas?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?

____

____

13. Numera, de 1 a 3, por ordem de importância, sendo 1 a mais importante e 3 e menos importante, resolver problemas,

Individualmente	
A pares	
Em grupo	

14. Se tivesses oportunidade de resolver problemas,

14.1. será mais fácil ajudares os teus colegas a evoluir, através de

Comentários orais? ☐ Comentários anónimos escritos? ☐ Outros? _______________

Porquê?

____

____

14.2. E como preferias que os teus colegas te ajudassem? Através de

Comentários orais? ☐ Comentários anónimos escritos? ☐ Outros? ______________

Porquê?

____

____

15. Tens mais facilidade em explorar as tuas ideias e dúvidas oralmente ou por escrito?

Oralmente ☐ Por escrito ☐

Porquê?

____

____

15.1. Em pequeno grupo ou em turma?

Pequeno grupo ☐ Turma ☐

Porquê?

____

____

Obrigada pela colaboração 😊

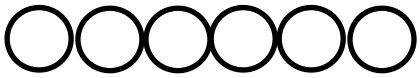
Sílvia Sá

ANEXO 4- RACIONAIS PARTE 1

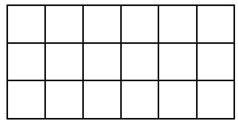
NÚMEROS RACIONAIS
Parte 1
Nome____ nº ___ Turma____ Data ________

1. Pinta a parte correspondente ao número indicado.

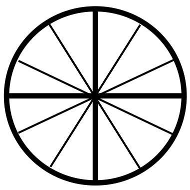
1.1. 0,5



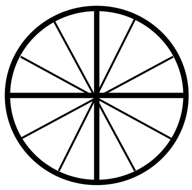
1.2. $\frac{2}{6}$



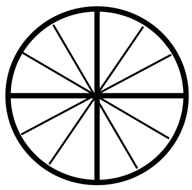
1.3. $\frac{1}{3}$



1.4. Um quarto

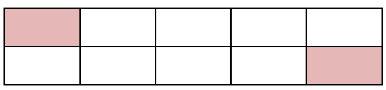


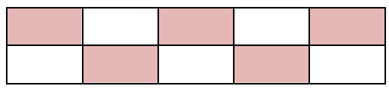
1.5. 75%



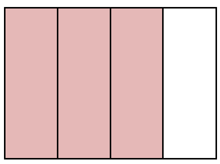
1.6. $\frac{1}{6}$

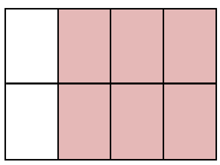
2. Identifica a parte pintada. Em cada figura, apresenta mais do que uma hipótese.

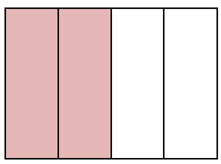


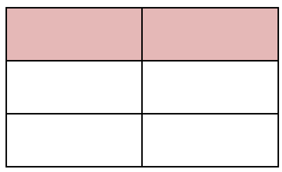


3. Cada figura, 1, 2, 3 e 4, representa um mesmo retângulo que se encontra dividido de formas diferentes.









3.1. Quais são as figuras que representam a mesma parte pintada em relação ao total da figura?

A. 1 e 2

B. 1 e 4

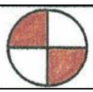
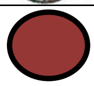
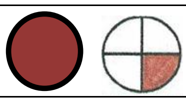
C. 2 e 3

D. 3 e 4

4. Numa turma há 21 alunos. Representa numericamente, o número de meninas em relação ao número de meninos, de dois modos diferentes.

R:

5. Preenche os espaços em branco, relativamente à parte sombreada de cada figura, sabendo que cada  representa uma unidade.

Representação Visual	Fração	Numeral Decimal	Percentagem	Numeral Misto
				
				
				$1\frac{2}{3}$
	$\frac{4}{5}$			
				

6. Responde a cada uma das questões e justifica.

6.1. 2,5 e $\frac{2}{5}$ representam o mesmo número?

6.2. 0,5 e 0,50 representam o mesmo número?

6.3. $\frac{3}{4}$ e 75% representam a mesma quantidade?

ANEXO 5- RACIONAIS PARTE 2

NÚMEROS RACIONAIS
Parte 2
Nome____ nº ___ Turma____ Data ________

1. No final do 3º Período irá decorrer uma prova de "Pé-coxinho", onde todos os participantes partem do ponto A e têm de chegar ao ponto B. A seguir é apresentada a distância percorrida por cada um dos quatro participantes, após 5 minutos da prova:

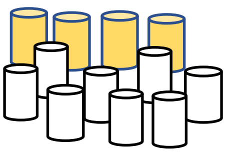
Maria 0,1 Manuel $\frac{1}{2}$ Ricardo 75% Cristiana um terço

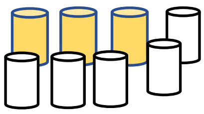
1.1. Assinala na reta a posição de cada participante.

A ____ B

1.2. Quem vai à frente na prova? Explica.

2. Vamos encher um jarro com a mistura A e outro com a mistura B. Em qual das misturas o sabor a limão é mais intenso? Explica o teu raciocínio.





Mistura A:
4 copos de limão
8 copos de água

Mistura B:
3 copos de limão
5 copos de água

3. Na aula de educação física, a Sofia conseguiu fazer 24 cambalhotas. O Tomás fez $\frac{1}{4}$ das cambalhotas da Sofia.

3.1. Quantas cambalhotas conseguiu fazer o Tomás?

3.2. O Tomás fez mais ou menos de 50% das cambalhotas da Sofia? Explica.

4. A Sara, o Luís e a Luísa são irmãos e gostam de atividades diferentes. No sábado, a Sara foi ao cinema, o Luís foi ao teatro e a Luísa assistiu a um desfile de moda.

Quando regressaram a casa, além de contarem o que viram também fizeram uma análise do público presente em cada um dos eventos.

Sara- “A sala estava com 70% de ocupação.”

Luís- “Havia cerca de $\frac{2}{5}$ de lugares ocupados.”

Luísa- “A sala tinha cerca de 0,8 de ocupação.”

4.1. Representa em cada barra, a ocupação da sala em cada evento.

Sala de cinema: 70% de ocupação.

Sala de teatro: $\frac{2}{5}$ de lugares ocupados.

Sala do desfile de moda: 0,8 de ocupação.

4.2. Se cada sala tivesse capacidade para 400 pessoas, determina quantas pessoas estariam presentes em cada evento.

5. Calcula o valor numérico de cada uma das expressões.

5.1. $\left(-\frac{10}{5}\right)+(-12)=$

5.2. $\left(+3\,\frac{1}{2}\right)+(-3)=$

5.3. $\left(+\frac{1}{4}\right)-(+0{,}25)=$

5.4. $\left[+\frac{1}{5}-(+0{,}2)\right]+(-3)=$

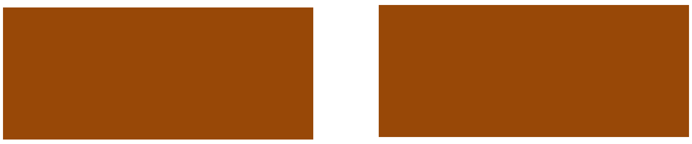
5.5. $+1\,\frac{1}{2}+(+0{,}5)=$

ANEXO 6- RACIONAIS PARTE 3

NÚMEROS RACIONAIS
Parte 3
Nome____ nº ___ Turma____ Data ________

1. A Sara fez 96 pulseiras. Vendeu $\frac{3}{4}$ e ofereceu $\frac{1}{3}$ das que sobraram à Luísa. Com quantas pulseiras ficou para si no final?

2. Três amigas querem partilhar duas tabletes de chocolate, igualmente.



2.1. Como é que podem fazer?

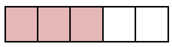
2.2. Que porção de chocolate recebe cada uma?

Fração	Numeral decimal	Percentagem	Representação visual

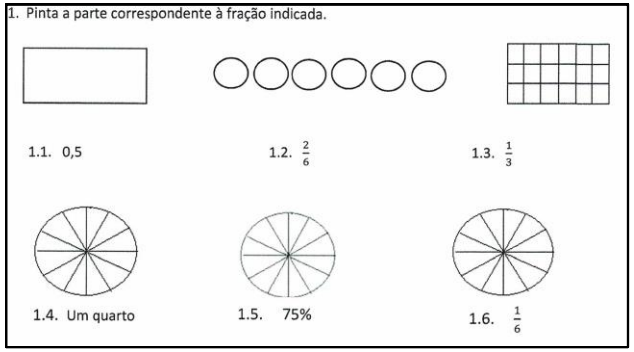
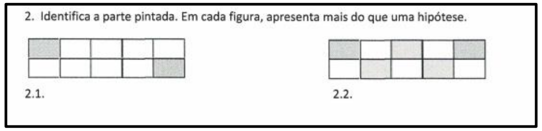
3. A Luísa quer aplicar, numa camisola, algumas flores em tecido, mas está com um problema, só tem 8 flores que correspondem a $\frac{4}{5}$ do total de flores que necessita para aplicar em toda a camisola. Qual é o número total de flores de que a Luísa precisa?

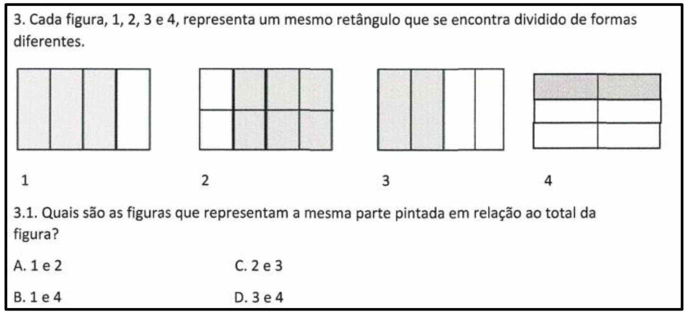
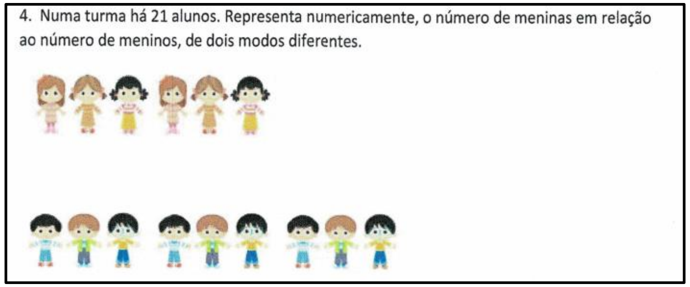
4. O Tomás tem três caixas iguais, cada uma com 18 berlindes. Vai usar da primeira caixa, $\frac{4}{6}$ dos berlindes, da segunda, $\frac{2}{3}$ e da terceira, $\frac{6}{9}$. Quantos berlindes vai usar de cada uma das caixas?

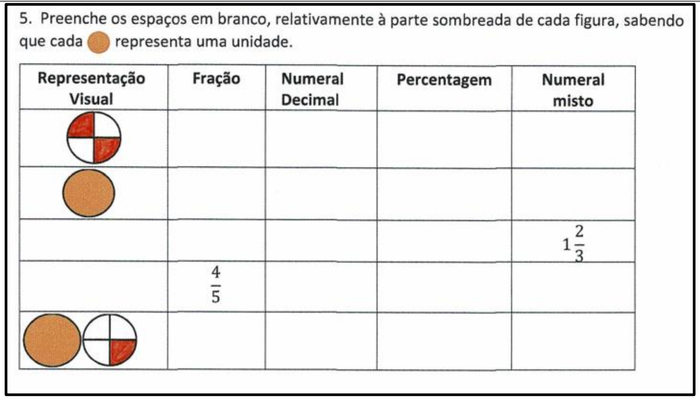
5. Os alunos da escola do Tomás praticam diferentes modalidades desportivas. Um terço dos alunos pratica futebol. Dos restantes, um quarto pratica natação e o resto pratica atletismo. Sabendo que 90 alunos praticam natação, quantos alunos tem a escola do Tomás?

6. Numa loja de bicicletas, todos os artigos estavam com 20% de desconto. O Tomás gostou de uma bicicleta cujo preço era de 300€. Após alguns dias, houve um novo desconto de 40%, sobre o valor promocional.
Será que esta promoção equivale a um desconto de  sobre os 300€?
Explica o teu raciocínio.

Anexo 7 - Tabela: Racionais Parte 1

Tarefa	**Objetivos**	**Natureza das tarefas – Nível de Exigência**	**Representações**	**Significados Envolvidos**	**Grandezas**
Tarefa 1  (Adaptada de Vale & Barbosa, 2019)	. Relacionar o número de partes solicitadas e o número total de partes; . Interpretar a unidade em situações que envolvem grandezas discretas e contínuas.	Facto específico. Exigência baixa.	Pictórica; Numeral decimal; Fração; Percentagem; Verbal.	Parte-todo	Contínua e discreta
Tarefa 2  (Adaptada de Vale & Barbosa, 2019)	. Identificar partes de um todo a partir das várias representações de números racionais; . Identificar frações equivalentes.	Facto específico. Exigência baixa.	Pictórica; Numeral decimal; Fração; Percentagem.	Parte-todo	Contínua

Tarefa 3  3. Cada figura, 1, 2, 3 e 4, representa um mesmo retângulo que se encontra dividido de formas diferentes. 1 2 3 4 3.1. Quais são as figuras que representam a mesma parte pintada em relação ao total da figura? A. 1 e 2 C. 2 e 3 B. 1 e 4 D. 3 e 4 (Adaptada de Vale & Barbosa, 2019)	. Relacionar as partes de um todo dividido em diferentes formas.	Facto específico. Exigência baixa.	Pictórica.	Parte-todo	Contínua
Tarefa 4  4. Numa turma há 21 alunos. Representa numericamente, o número de meninas em relação ao número de meninos, de dois modos diferentes. (Adaptada de Vale & Barbosa, 2019)	. Comparar duas unidades utilizando representações de números racionais distintas.	Exercício. Exigência baixa.	Fração; Percentagem; Verbal.	Razão	Discreta
Tarefa 5	. Reconhecer diferentes formas de representar um número racional (fração, decimal, percentagem e numeral misto) a partir de uma representação visual;	Exercício. Exigência baixa.	Pictórica; Fração; Numeral decimal; Percentagem; Numeral misto.	Parte-todo	Contínua



5. Preenche os espaços em branco, relativamente à parte sombreada de cada figura, sabendo que cada ● representa uma unidade.

Representação Visual	Fração	Numeral Decimal	Percentagem	Numeral misto
◔				
●				
				$1\frac{2}{3}$
	$\frac{4}{5}$			
● ◔				

(Adaptada de Ventura, 2013)

. Representar pictoricamente números racionais;
. Identificar uma relação parte-todo por meio de várias representações dos números racionais;
. Estabelecer conexões entre as diferentes representações com símbolos escritos.

Tarefa 6

6. Responde a cada uma das questões e justifica.

6.1. 2,5 e $\frac{2}{5}$ representam o mesmo número?

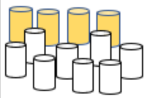
6.2. 0,5 e 0,50 representam o mesmo número?

6.3. $\frac{3}{4}$ e 75% representam a mesma quantidade?

(Adaptada de Ventura, 2013)

. Estabelecer conexões entre as diferentes representações dos números racionais sem recorrer à representação visual; . Reconhecer diferentes formas de representar um número racional; . Comparar e ordenar números racionais.	Exercício. Exigência baixa.	Fração; Numeral decimal; Percentagem.	Parte-todo	Contínua

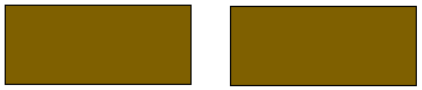
Anexo 8 – Tabela: Racionais Parte 2

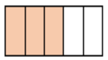
Tarefa	Objetivos	Natureza das tarefas- Nível de exigência	Representações	Significados Envolvidos	Grandezas
Tarefa 1 1. No final do 3º Período irá decorrer uma prova de "Pé-coxinho", onde todos os participantes partem do ponto A e têm de chegar ao ponto B. A seguir é apresentada a distância percorrida por cada um dos quatro participantes, após 5 minutos da prova: Maria 0,1 Manuel $\frac{1}{2}$ Ricardo 75% Cristiana um terço 1.1. Assinala na reta a posição de cada participante. A ____________________ B 1.2. Quem vai à frente na prova? Explica. (Adaptada de Ventura, 2013)	. Identificar partes de uma grandeza contínua; . Comparar e ordenar números racionais nas suas diferentes representações; . Representar números racionais na linha numérica.	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração; Numeral decimal; Percentagem; Verbal.	Medida	Contínua
Tarefa 2 2. Vamos encher um jarro com a mistura A e outro com a mistura B. Em qual das misturas o sabor a limão é mais intenso? Explica o teu raciocínio.   Mistura A: 4 copos de limão 8 copos de água Mistura B: 3 copos de limão 5 copos de água (Adaptada de Ventura, 2013)	. Compreender e usar um número racional como razão; . Estabelecer uma qualquer relação entre valores de duas unidades diferentes.	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração; Percentagem; Verbal.	Razão	Discreta

Tarefa 3 3. Na aula de educação física, a Sofia conseguiu fazer 24 cambalhotas. O Tomás fez $\frac{1}{4}$ das cambalhotas da Sofia. 3.1. Quantas cambalhotas conseguiu fazer o Tomás? 3.2. O Tomás fez mais ou menos de 50% das cambalhotas da Sofia? Explica. (Adaptada de Ventura, 2013)	. Identificar partes de uma grandeza discreta; . Determinar um quarto de uma unidade (24 cambalhotas); . Compreender o significado de 50% e de $\frac{1}{4}$ de uma determinada quantidade.	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração; Percentagem.	Operador	Discreta

Tarefa 4 4. A Sara, o Luís e a Luísa são irmãos e gostam de atividades diferentes. No sábado, a Sara foi ao cinema, o Luís foi ao teatro e a Luísa assistiu a um desfile de moda. Quando regressaram a casa, além de contarem o que viram também fizeram uma análise do público presente em cada um dos eventos. Sara- "A sala estava com 70% de ocupação." Luís- "Havia cerca de $\frac{2}{5}$ de lugares ocupados." Luísa- "A sala tinha cerca de 0,8 de ocupação." 4.1. Representa em cada barra, a ocupação da sala em cada evento. Sala de cinema: 70% de ocupação. Sala de teatro: $\frac{2}{5}$ de lugares ocupados. Sala do desfile de moda: 0,8 de ocupação. 4.2. Se cada sala tivesse capacidade para 400 pessoas, determina quantas pessoas estariam presentes em cada evento. (Adaptada de Ventura, 2013)	. Recorrer a diversas representações de números racionais; . Identificar frações equivalentes; . Reconhecer partes de uma grandeza contínua; . Reconstruir a unidade a partir das suas partes.	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração; Numeral decimal; Percentagem.	Parte-todo	Discreta
Tarefa 5 5. Calcula o valor numérico de cada uma das expressões. 5.1. $\left(-\frac{10}{5}\right)+(-12)=$ 5.4. $\left[+\frac{1}{5}-(+0,2)\right]+(-3)=$ 5.2. $\left(+3\frac{1}{2}\right)+(-3)=$ 5.5. $+1\frac{1}{2}+(+0,5)=$ 5.3. $\left(+\frac{1}{4}\right)-(+0,25)=$ (Adaptada de Ventura, 2013)	. Resolver operações adição e subtração com números racionais representados por frações, dízimas, percentagens e numerais mistos.	Exercício. Exigência baixa.	Fração; Numeral decimal; Numeral misto.	Parte-todo	Contínua

Anexo 9 – Tabela: Racionais Parte 3

Tarefa	Objetivos	Natureza das tarefas-Nível de exigência	Representações	Significados dos Envolvidos	Grandezas
Tarefa 1 1. A Sara fez 96 pulseiras. Vendeu $\frac{3}{4}$ e ofereceu $\frac{1}{3}$ das que sobraram à Luísa. Com quantas pulseiras ficou para si no final? (Adaptada de Vale & Barbosa, 2019)	. Identificar partes de uma grandeza discreta; . Compreender e usar um número racional como operador.	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração.	Operador	Discreta
Tarefa 2 2. Três amigas querem partilhar duas tabletes de chocolate, igualmente.  2.1. Como é que podem fazer? 2.2. Que porção de chocolate recebe cada uma? Fração | Numeral decimal | Percentagem | Representação visual (Adaptada de Ventura, 2013)	. Identificar a metade, a terça e a sexta parte de uma grandeza contínua e representá-la sob a forma de fração, decimal e percentagem; . Comparar quantidades resultantes de uma situação de partilha equitativa; . Identificar e dar exemplos de frações equivalentes.	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração; Numeral decimal; Percentagem.	Quociente Parte-todo	Contínua

Tarefa 3 3. A Luísa quer aplicar, numa camisola, algumas flores em tecido, mas está com um problema, só tem 8 flores que correspondem a $\frac{4}{5}$ do total de flores que necessita para aplicar em toda a camisola. Qual é o número total de flores de que a Luísa precisa? (Adaptada de Ventura, 2013)	. Identificar partes de uma grandeza discreta; . Reconstruir a unidade a partir das suas partes, com recurso à barra numérica (opcional).	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração.	Operador Parte-todo	Discreta
Tarefa 4 4. O Tomás tem três caixas iguais, cada uma com 18 berlindes. Vai usar da primeira caixa, $\frac{4}{6}$ dos berlindes, da segunda, $\frac{2}{3}$ e da terceira, $\frac{6}{9}$. Quantos berlindes vai usar de cada uma das caixas? (Adaptada de Ventura, 2013)	. Reconhecer partes de uma grandeza discreta; . Identificar frações equivalentes.	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração.	Operador	Discreta
Tarefa 5 5. Os alunos da escola do Tomás praticam diferentes modalidades desportivas. Um terço dos alunos pratica futebol. Dos restantes, um quarto pratica natação e o resto pratica atletismo. Sabendo que 90 alunos praticam natação, quantos alunos tem a escola do Tomás? (Adaptada de Vale & Barbosa, 2019)	. Reconstruir a unidade a partir das suas partes, com recurso à barra numérica (opcional).	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Fração.	Parte-todo	Discreta
Tarefa 6 6. Numa loja de bicicletas, todos os artigos estavam com 20% de desconto. O Tomás gostou de uma bicicleta cujo preço era de 300€. Após alguns dias, houve um novo desconto de 40%, sobre o valor promocional. Será que esta promoção equivale a um desconto de  sobre os 300€? Explica o teu raciocínio. (Adaptada de Ventura, 2013)	. Compreender a noção de percentagem e relacionar diferentes formas de representar uma percentagem; . Calcular e usar percentagens.	Problema. Exigência alta.	Pictórica; Percentagem.	Parte-todo Operador	Contínua