INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado EPE e Ensino do 1º CEB

Tarefas envolvendo padrões no desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 3º ano de escolaridade

Ana Isabel da Silva Moura

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE VIANA DO CASTELO

Ana Isabel da Silva Moura

RELATÓRIO FINAL DE PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA

Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Tarefas envolvendo padrões no desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 3º ano de escolaridade

Trabalho efetuado sob a orientação do(a)
Doutora Lina Fonseca

Abril de 2015

AGRADECIMENTOS

A todos aqueles que de alguma forma prestaram o seu contributo para a realização deste trabalho, acreditando em mim, devo a minha imensa gratidão.

À minha professora e orientadora, Doutora Lina Fonseca, pelos conselhos e críticas que orientaram o presente trabalho, mas, sobretudo, pela disponibilidade, dedicação, e vastidão de conhecimentos que tem vindo a partilhar. Se todos nós acolhemos um modelo para seguir, este é, sem dúvida alguma, o que escolhi para mim.

A todas as crianças e alunos com os quais contactei, que todos os dias fizeram questão de me valorizar, relembrando-me do quão feliz sou a exercer esta profissão, na qual o gosto e a paixão são ingredientes essenciais.

À educadora e professora cooperantes, que me acolheram nos seus contextos, partilhando vivências, conhecimentos e materiais, incentivando-me ao uso de boas práticas.

Às minhas colegas dos diversos estágios, Luísa e Adriana, por todo o trabalho cooperativo, partilha, e principalmente, amizade.

Às pessoas que mais contribuíram para que tudo isto fosse possível, os meus pais, que me apoiaram incondicionalmente em todos os momentos deste percurso.

À minha irmã por todo o carinho e encorajamento, pois tal como eu, acredita que devemos perseguir sempre os nossos sonhos.

Aos meus amigos, por todos os abraços de força, palavras de coragem, e por nunca terem deixado de acreditar em mim e naquilo que me tornei. Um especial obrigado à Bruna e ao Luís.

RESUMO

O presente relatório foi elaborado no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada II (PES II) do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º CEB.

O estudo surgiu das motivações dos alunos, do gosto da investigadora e da literatura para a promoção do desenvolvimento do pensamento algébrico. Com a sua realização procurou-se compreender de que forma as tarefas centradas na exploração de padrões contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Definiram-se as seguintes questões: Que aspetos do pensamento algébrico são evidenciados em tarefas de exploração de padrões?; Qual a via, oral ou escrita, através da qual os alunos melhor justificam as suas opções?; Houve evolução positiva no desempenho dos alunos nas tarefas apresentadas?.

Para a concretização do estudo optou-se por uma metodologia de investigação de caráter qualitativo, seguindo um *design* de estudo de caso. Desta forma, selecionaram-se criteriosamente dois alunos do 3º ano de escolaridade do contexto onde decorria a PES II. Para a recolha de dados utilizou-se observação participante, notas de campo, conversas informais, gravação áudio e fotografia, tarefas e análise de documentos. A análise dos dados permitiu verificar que as tarefas se revelaram potenciadoras do desenvolvimento do pensamento algébrico, ao nível da identificação de relações, seleção e aplicação de estratégias de resolução, generalização, e justificação. As tarefas proporcionaram a utilização de estratégias variadas de generalização, próxima e distante, bem como diferentes formas de justificação. Os alunos foram capazes de apresentar argumentos válidos para justificar as suas conjeturas, sentindo-se, no entanto, mais confortáveis a fazê-lo oralmente do que por escrito. Ao longo da realização das tarefas os alunos foram apresentando crescente sucesso, identificando com maior facilidade relações observáveis nos padrões, adotando, descartando e reformulando estratégias conforme a sua aplicabilidade, realizaram mais facilmente generalizações próximas e distantes, com recurso à elaboração de conjeturas, melhorando as suas justificações, que se tornaram mais coerentes.

O percurso na PES foi essencial, pois trouxe-me a oportunidade de aplicar na prática os conhecimentos teóricos aprendidos até ao momento.

Palavras-chave: Pensamento Algébrico, Padrão, Conjetura, Generalização, Justificação.

ABSTRACT

This report was developed in the context of the Supervised Teaching Practice II (PES II) in fulfillment of the requirements for Masters Degree in Pre-school and Primary Education.

The purpose of this study is to promote the development of algebraic thinking from early childhood. This arose from the motivation of students, the passion of the researcher as well as the awareness of other researchers for this topic. This study aimed to understand the importance of pattern-centered tasks to the development of the algebraic thinking. Were established the questions: which aspects of algebraic thinking were evidenced in pattern-centered tasks? Which way, written or oral, can students better express their answers in these tasks? Was there an improvement in the students' performance along the presented tasks?

In order to materialize this study, we chose a qualitative methodology for the investigation, following a case study design: we carefully selected 3rd grade students where PES II was being conducted. Observation of the subjects, field notes, informal conversations, audio and photographic recordings, tasks and document reviews were used to collect data.

Data analysis showed that the pattern tasks were enhancers in the development of the algebraic thinking, especially in the relations identification, the selection and application of solving strategies, and in the generalization and justification process. The tasks provided the use of various generalization strategies, close and distant, as well as different forms of reason. The students were capable of presenting valid arguments to justify their conjectures, feeling, however, more comfortable in doing it orally rather than in writing. Throughout the study, the students showed consistent signs of improvement, identifying more and more easily the relations observable in the presented patterns, adopting, discarding and adapting their strategies according to its applicability, performing better and better in terms of close and distant generalizations, using they conjectures, improving their justifications, which became more and more logical.

The route in PES was essential, because it brought me the opportunity to apply in practice the theoretical knowledge learned so far.**Keywords:** Algebraic thinking, pattern, conjectures, generalization, justification.

ÍNDICE GERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS

1º CEB – Primeiro Ciclo do Ensino Básico

AEC - Atividades de Enriquecimento Curricular

AMA – Associação de Amigos do Autismo

DGIDC – Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular

ME – Ministério da Educação

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

OCEPE – Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar

PES II – Prática de Ensino Supervisionada II

PMEB – Programa de Matemática para o Ensino Básico

CAPÍTULO I - ENQUADRAMENTO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA II

O presente relatório enquadra-se no âmbito da unidade curricular Prática de Ensino Supervisionada II (PES II) pertencente ao Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico.

Neste capítulo é apresentada uma breve caraterização do meio onde decorreu a PES II, bem como da instituição e da turma interveniente.

A PES II decorreu numa turma de 3º ano de escolaridade, a qual integrava um Centro Escolar do 1º ciclo do ensino básico do concelho de Viana do Castelo.

A turma onde o estudo foi desenvolvido era composta por 21 alunos com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos de idade.

Caraterização do meio

Enquadramento geográfico

O Centro Escolar onde decorreu o presente estudo insere-se no Agrupamento Vertical de Escolas do mesmo concelho. Uma Unidade de Gestão constituída por esta instituição, local onde decorreu a PES II, e por mais cinco estabelecimentos de ensino. Esta instituição, que compreende dois níveis de ensino distintos - educação pré-escolar e ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, encontra-se localizado numa vila pertencente ao concelho e distrito de Viana do Castelo. Esta vila ocupa uma área de 6, 59Km^2 e, de acordo com os dados mais recentes do Instituto Nacional de Estatística, acolhe cerca de 3927 habitantes. O setor laboral predominante é o secundário, onde se praticam atividades como a serralharia, a metalomecânica, a transformação da madeira, a indústria têxtil e a construção civil. Segue-se o setor terciário, com o comércio, e o primário com a pequena agricultura.

Caraterização da instituição

Valências

Atualmente esta instituição funciona de acordo com as valências de educação pré-escolar e ensino do 1º ciclo do ensino básico.

A educação pré-escolar, direcionada a crianças com idades compreendidas entre os 3 anos e a idade de ingresso para o 1.º Ciclo do Ensino Básico, tem como finalidade promover o desenvolvimento pessoal, social, humano e expressivo (OCEPE, 1997).

O ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básio, direciona-se a crianças a partir dos 6 anos de idade, e tem como objetivo a promoção do desenvolvimento global e harmonioso da personalidade, com o intuito de proporcionar "a aquisição e domínio de saberes, instrumentos, capacidades, atitudes e valores indispensáveis a uma escolha esclarecida das vias escolares ou profissionais subsequentes" (ME, 2004, p.13) e desenvolver valores, atitudes e práticas para formar cidadãos mais conscientes e participativos (ME, 2004).

População que atende

Atualmente, esta instituição acolhe cerca de 188 crianças com uma idade igual ou superior a 3 anos, tal como referido. Algumas destas crianças carecem de Necessidades Educativas Especiais, sendo acompanhadas pelo docente titular e por um professor de Ensino Especial. Cerca de 148 crianças participam nas Atividades de Enriquecimento Curricular (AEC). Algumas também frequentam o A.T.L. e o Mocho.

Tabela 1- Caraterização das várias valências do Centro Escolar

Valências	Salas	N.º de crianças	Profissionais
Pré-Escolar	1 sala heterogénea 3 aos 5 anos	16	**1 educadora** **1 auxiliar**
1.º Ciclo do Ensino Básico	1.º ano	49	**2 professoras**
	2.º ano	41	**2 professoras**
	3.º ano	38	**2 professoras**
	4.º ano	44	**2 professoras**

Instalações: espaços, equipamentos e materiais

No que concerne à caracterização física, esta instituição tem ao seu dispor nove salas de aula, um refeitório, uma cozinha, uma sala de atividades, uma sala de informática, uma sala de apoio educativo, um polivalente, uma biblioteca, um gabinete de coordenação, uma sala de docentes, instalações sanitárias, balneário e vestiário.

O espaço exterior, consideravelmente extenso, possui um campo de jogos, um parque infantil (escorrega, baloiço, entre outros), várias zonas verdes e um parque de estacionamento.

Abaixo encontram-se alguns dos recursos materiais que esta instituição tem ao seu dispor:

Tabela 2 - Alguns recursos materiais presentes no Centro Escolar de Barroselas

Recursos Materiais	Quantidade
Quadros interativos	4
Ecrã (Tela de Projeção)	1
Retroprojetor	1
Máquina Fotográfica	1
Projetores multimédia	2
Televisão Sony	1
Computadores	8
Impressoras	3
Scanner	1
Leitores de DVD/CD	2
Fotocopiadoras	1
Rádio de leitor de CD	5
Colunas	1

Para além destes materiais, este estabelecimento de ensino também tem microfones, uma caixa amplificadora de som, colunas e diversos materiais ligados às diferentes áreas: ciências (ex.: lupas, luvas, conta-gotas, simulador do ciclo da água, tinas de vidro, microscópios, periscópios, tronco para observar os órgãos do corpo humano), matemática (ex.: geoplanos, tangrans, compassos, material de Cuisinaire, pentaminós), música (ex.: flautas, pandeiretas, shaker, metalofones, xilofones), entre outros.

No que diz respeito à sala de aula onde decorreu a Prática de Ensino Supervisionada II, esta carateriza-se como um espaço tranquilo, agradável e propício à aprendizagem dos alunos.

As mesas, quer de dois alunos, quer de um, estão dispostas por filas paralelamente ao quadro branco. A secretária da professora titular encontra-se perpendicularmente às mesas dos alunos de forma a permitir um ângulo de observação alargado perante toda a sala de aula.

A sala encontra-se equipada com dois armários de arrumação. Um destes armários serve para guardar todo o material pertencente aos alunos, ao qual podem recorrer sempre que necessitarem, enquanto o outro se destina à arrumação do material da professora titular (livros, dicionários, enciclopédias, material escolar e de plástica, dossiês dos alunos, etc.). Ao lado dos armários existe uma mesa de apoio onde são colocados materiais frequentemente utilizados como é o caso de corretores de caneta, compassos, esquadros, etc., e ainda trabalhos dos alunos que ficaram por terminar para que nos tempos mortos possam retomar ao mesmo, terminando-o.

No fundo da sala existe um lavatório de mãos com duas pias, devidamente equipado com gel de lavagem e toalhetes secantes, para que os alunos e a professora utilizem sempre que necessário, principalmente antes das idas para o refeitório.

Ao longo desta sala encontram-se janelas de grandes dimensões que permitem a entrada direta de luz solar e de ar sempre que necessário. Além disso, nas paredes da sala existem placards de cortiça nos quais se encontram afixados cartazes informativos alusivos aos tipos de texto, trabalhos realizados pelos alunos e ainda tabelas de cumprimento de tarefas (trabalhos de casa, realização atempada de tarefas, comportamento em sala de aula e objetivo da semana).

De seguida é apresentada a planta da sala de aula e respetiva legenda.

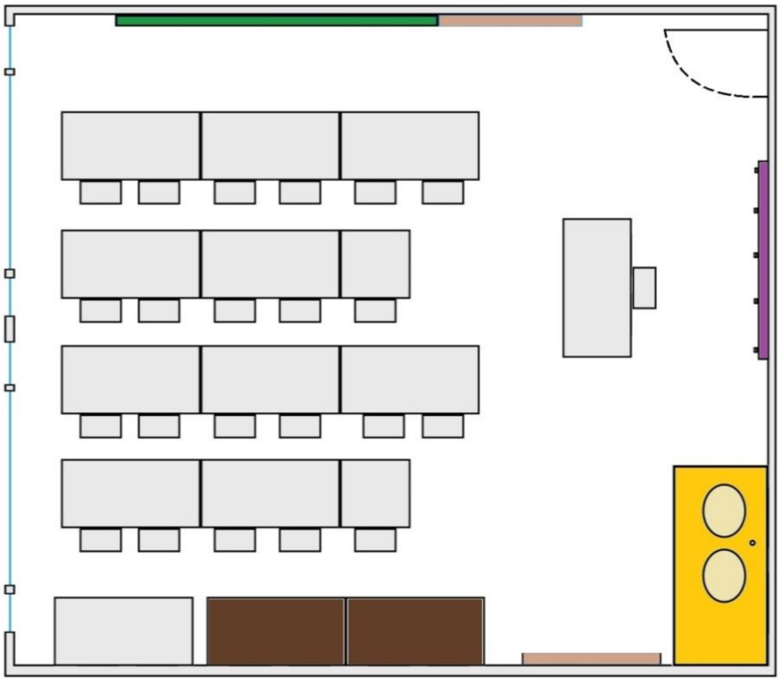
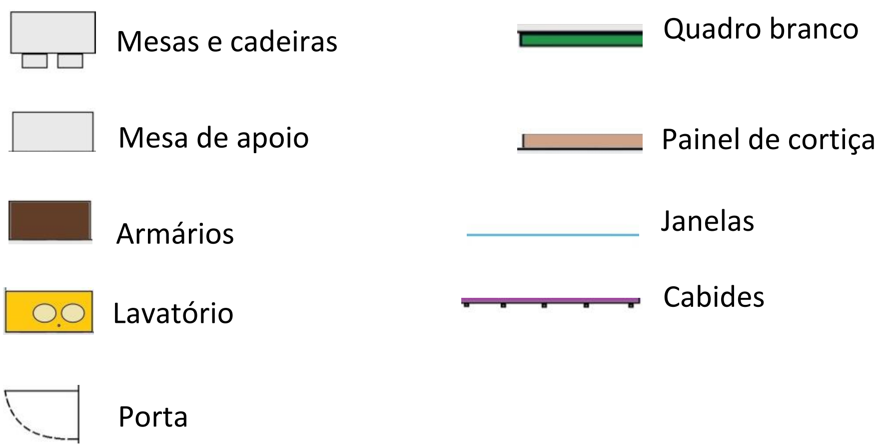


Figura 1 - Planta da sala de aula.

Legenda:



Organização dos grupos e do tempo

Neste estabelecimento de ensino não existem turmas heterogéneas, para além da sala do Pré-escolar que é composto por crianças com idades compreendidas entre os 3 e os 5 anos. Para esta sala, tal como supracitado, foi atribuído uma auxiliar da ação educativa com o intuito e dar apoio à educadora. Ao nível do 1.º Ciclo do Ensino Básico, as turmas foram constituídas por anos. Não existe nenhuma turma com mais de 25 alunos havendo por isso, mais que uma turma do mesmo ano.

Este estabelecimento educativo inicia as suas funções às 9h00 e cessa às 16h15 min. No entanto, uma percentagem considerável de alunos participam nas AEC, talvez pelo facto de muitos encarregados de educação não terem hipótese de recolher os seus educandos no tempo previsto e por isso, existe um prolongamento do horário letivo, onde as crianças podem usufruir de atividades orientadas por outros docentes, para além dos docentes titulares. Estas atividades de enriquecimento curricular iniciam-se às 16h30min e terminam às 17h30min.

Atores educativos: educadoras

O corpo docente deste estabelecimento educativo é composto por uma educadora e 10 professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico, sendo que um é de ensino especial e outro de apoio geral. Esta instituição como integra atividades de enriquecimento curricular, recorreu a mais nove docentes com habilitações para planear e orientar sessões de educação físico-motora, de inglês, de música, de ciências, de tecnologias da informação e comunicação e de expressão plástica.

Atores educativos: auxiliares

A nível de pessoal não docente este estabelecimento conta com o apoio de nove elementos, sendo que quatro pertencem ao pessoal da cozinha (duas cozinheiras e duas auxiliares de cozinha), uma auxiliar que se encontra a dar apoio à educadora na sala de Jardim-de-infância e as restantes exercem funções de assistentes operacionais.

Caraterização do grupo

A turma alvo deste estudo é composta por 21 alunos, 11 do sexo feminino e 10 do masculino, do 3ºano de escolaridade, de um Centro Escolar do concelho de Viana do Castelo.

Estas crianças vivem com os seus pais, ou um deles que, na sua maioria, juntamente com um ou dois irmãos, constituem o seu agregado familiar. Apesar do nosso país, atualmente, ultrapassar uma grave crise económica onde a taxa de desemprego, comparativamente a anos anteriores, aumentou de forma considerável, a maioria dos Encarregados de Educação encontra-se empregada, trabalhando por conta de outrem, na indústria, em serviços ou no comércio. Apesar de pelo menos sete beneficiarem de Auxílios Económicos, somente dois alunos adquiriram o Escalão A. Felizmente, até à data, nenhuma criança apresentou indícios de carências e por isso todas alimentam-se e vestem-se de forma adequada. No que concerne ao papel dos Encarregados de Educação, estes têm-se demonstrado recetivos, dando reposta a todos os pedidos (por exemplo, material escolar) dirigidos pela docente titular, preocupando-se em obter informações sobre os resultados escolares dos seus educandos e procurando perceber de que forma é que poderão dar um apoio de maior qualidade em casa.

Esta turma destaca-se pela alegria, motivação e interesse, bem como pelo aproveitamento escolar apresentado, que se pode considerar bastante satisfatório. Fruto do trabalho realizado pela docente titular, este grupo ao nível da linguagem e do raciocínio apresenta-se bastante desenvolvido. As suas aprendizagens são bastante significativas e por isso existe um número considerável de alunos que apresentam resultados bastante bons. Estes resultados não são transversais a todo grupo. Existem pelo menos três alunos que revelam algumas dificuldades de aprendizagem. Um desses alunos apresenta necessidades educativas especiais e por isso tem vindo a ser acompanhado pela Educação Especial. Além do mais este aluno também beneficia de apoio semanal nas valências de Terapia Ocupacional nas instalações da AMA – Associação de Amigos do Autismo – e de apoio quinzenal, com uma psicóloga.

Destes três, existe um outro aluno que lhe foi diagnosticado hiperatividade, tendo por isso défice de atenção. Esta criança, que revela pouca autonomia, é acompanhada na Unidade Local de Saúde do Alto Minho, em consultas de Pediatria, onde realiza uma terapia para melhorar a atenção e aumentar o seu tempo de permanência nas tarefas. Estes últimos meses, esta criança tem evidenciado uma evolução. A hiperatividade também foi diagnosticada em mais duas crianças e ambas estão a ser acompanhadas e medicadas, no entanto, em ambos os casos, o sucesso escolar nunca esteve em causa.

Apesar dos bons resultados, esta turma, ativa, competitiva e motivada pelo desafio, apresenta algumas dificuldades ao nível da ortografia e em escutar os colegas. Devido ao reduzido capital lexical e a uma interpretação literal efetuada, também revela dificuldades na compreensão dos enunciados.

Áreas de intervenção

Nesta secção apresenta-se o trabalho desenvolvido no âmbito da PES ao nível das diferentes áreas, bem como uma planificação implementada.

Ao longo do percurso pela PES uma das preocupações subjacentes ao trabalho a desenvolver nas diferentes áreas foi sempre procurar uma forma significativa de as relacionar. Assim, ao nível do 1ºciclo do Ensino Básico, mais do que planear atividades para as diferentes áreas, cujo objetivo é conduzir os alunos a atingirem determinadas metas estabelecidas, foi, sem dúvida, relacionar áreas e conteúdos, trabalhando de forma interdisciplinar. Deste modo, as aprendizagens tornaram-se muito mais significativas para os alunos, apresentando-se assim, um fio condutor entre os diversos temas e conteúdos. Importa salientar, tal como era de prever, que planear de forma interdisciplinar exige do professor muito mais trabalho, dedicação e flexibilidade, uma vez que terá de articular conteúdos previstos para diferentes momentos.

Durante os dias da semana em que decorria a PES foi-me dada oportunidade de trabalhar ao nível das quatro áreas curriculares: português, matemática, estudo do meio, e expressões (motora e plástica). A área que tive mais dificuldade em relacionar com as restantes foi a área do estudo do meio, pois se por vezes era a mais simples para selecionar um tema, uma vez que estava dividida em módulos distintos, outras vezes tornava-se um pouco complicada, pois havia temas que tinham, obrigatoriamente, de preceder outros. Por exemplo, assim que iniciamos o tema "sistemas do corpo humano", tivemos que trabalhá-los seguidamente, respeitando uma determinada ordem, o que nem sempre possibilitou interligar de formar tão clara e natural com as restantes áreas.

Pelo contrário, a área das expressões foi sem dúvida a mais simples de relacionar com todas as outras, já que eram mais flexívels, conferindo ao professor mais autonomia.

Como exemplo representativo desta preocupação em trabalhar de forma interdisciplinar selecionei a planificação dos dias 2, 3 e 4 de dezembro (Anexo 1).

Esta inicia-se através da área do português, com a introdução do conteúdo "banda desenhada" respetiva interpretação de texto e análise da sua estrutura. Uma das bandas desenhadas exploradas contava a história do *tangram*, permitindo assim a passagem para a área da matemática de forma interligada. Depois de conhecerem a história do *tangram* os alunos exploraram *tangrans* de madeira quer de forma livre quer orientada, construindo figuras. Deste modo exploraram materiais manipuláveis, permitindo também o trabalho ao nível da divisão e multiplicação, comparando a área das figuras que o compõem. Cada aluno teve ainda oportunidade de elaborar o seu próprio *tangram* através de dobragens e recorte. Implementou-se o desafio semanal, "Tarefa nº2 - Ana", no âmbito deste estudo, o qual se relacionou com a atividade de expressão plástica, que pressupunha que cada aluno elaborasse um desenho criativo a partir das letras do seu próprio nome. As únicas áreas que não foi possível relacionar, de forma tão natural, com as restantes foi a de estudo do meio e expressão motora. Pelas razões já referidas, no âmbito da área de estudo do meio foi feita uma pequena revisão dos sistemas abordados até ao momento, e de seguida introduzido o sistema reprodutor, através de um puzzle e da leitura e interpreção de um livro sobre a temática. A expressão motora foi planeada e implementada pela minha colega de estágio, uma vez que integrava o seu estudo no âmbito do relatório da PES.

Desta forma, no momento de planear vários fatores eram tidos em consideração, nomeadamente a interdisciplinaridade e os documentos orientadores disponibilizados pelo Ministério da Educação.

CAPÍTULO II- TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o trabalho de investigação realizado no âmbito da unidade curricular PES II e encontra-se dividido em cinco secções: orientação para o problema e questões de investigação; revisão de literatura; metodologia; apresentação e análise dos dados e conclusões.

Orientação para o problema e questões de investigação

A prática da matemática está relacionada com a descoberta.
NCTM (2007)

O raciocínio matemático é uma capacidade que deve ser desenvolvida nos alunos desde cedo, como nos sugerem alguns documentos oficiais.

De acordo com as Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar (OCEPE) o educador deve promover a resolução de problemas com o intuito de fomentar na criança o desenvolvimento do raciocínio, bem como do espírito crítico (ME, 1997).

Da mesma forma, o Programa de Matemática para o Ensino Básico (PMEB) (ME, 2007) refere que o raciocínio matemático aliado à resolução de problemas e à comunicação matemática deve ser desenvolvido desde o início do 1º ciclo do ensino básico.

Além disso, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2007) apresenta a capacidade de raciocinar como fundamental para compreensão da matemática, pois envolve o raciocínio matemático, a explicação e a justificação de ideias. Reforça ainda o papel crucial do professor, o qual deve incentivar os alunos a explicarem as suas ideias de forma clara, uma vez que é através do raciocínio que conseguimos compreender as situações matemáticas, os conteúdos e as relações nelas envolvidas.

Associada à capacidade de raciocinar matematicamente surge a Álgebra como tema matemático a ser trabalhado em sala de aula a par com Números e Operações, com a Geometria e com a Organização e Tratamento de Dados (ME, 2007). Desta forma, também a introdução do pensamento algébrico no currículo de matemática passou a ser essencial logo nos primeiros anos de escolaridade (Kaput, 1999), sendo a álgebra considerada como um tema unificador do currículo e destacada como fio condutor curricular desde cedo (NCTM, 2007).

O pensamento algébrico, segundo Darley e Leapard (2010), é atualmente considerado como uma prioridade na sala de aula, revelando-se essencial o desenvolvimento das capacidades dos alunos para pensar algebricamente. Desta forma, como veículo condutor para o desenvolvimento deste tipo de pensamento, destaca-se a importância da exploração de tarefas que envolvam o estudo de padrões (Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2011; NCTM, 2007).

O trabalho ao nível dos padrões tem especial impacto na capacidade de generalizar e consequentemente no desenvolvimento do pensamento algébrico, afirmando-se como um caminho seguro para a abordagem da álgebra (Orton & Orton, 1999; Vale, et al., 2011).

De acordo com o principal propósito do tema álgebra, o desenvolvimento do pensamento algébrico, afigura-se um grande desafio para os professores, já que são reconhecidas as dificuldades dos alunos na generalização de padrões e na formulação da respetiva expressão algébrica da mesma (English & Warren, 1998). Consciente desta realidade, surge a motivação para o aprofundamento desta temática, nomeadamente para o desenvolvimento do pensamento algébrico em alunos do 3º ano de escolaridade. Embora o documento oficial adotado como orientador no momento da prática de ensino supervisionada tivesse sido o recente Programa de Matemática do Ensino Básico (2013), ao nível do primeiro ciclo, escassas são as referências que podemos encontrar neste documento relativamente ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Por este motivo, como já existia algum trabalho desenvolvido pela professora cooperante a este nível, optou-se por dar o passo seguinte, dando continuidade à orientação segundo o PMEB (ME, 2007).

Desta forma, quer pelo repto lançado por este documento aos professores, quer pela motivação pessoal da investigadora e da turma em investigação, este estudo procura compreender de que forma as tarefas centradas na exploração de padrões contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Partindo desta problemática, foram enunciadas algumas questões de investigação que orientam este estudo:

1. Que aspetos do pensamento algébrico são evidenciados em tarefas de exploração de padrões?
2. Qual a via, oral ou escrita, através da qual os alunos melhor justificam as suas opções?
3. Houve evolução positiva no desempenho dos alunos nas tarefas apresentadas?

Revisão de Literatura

Nesta secção apresenta-se um breve enquadramento teórico das principais temáticas que sustentam este estudo. O tema principal e unificador é o pensamento algébrico, que por sua vez se divide em duas seções, uma orientada pela questão "O que é o pensamento algébrico?", e outra denominada "O pensamento algébrico no currículo". A primeira seção encontra-se ainda segmentada no tópico "Padrões, Visualização e Generalização", considerado pertinente no âmbito da temática em questão. Por fim, apresentam-se alguns estudos empíricos realizados no âmbito da mesma temática.

O que é o pensamento algébrico?

Tradicionalmente a Álgebra tem sido identificada com a manipulação de símbolos, nomeadamente a resolução de equações e a simplificação de expressões algébricas (NCTM, 2007). De acordo com Fiorentini, Miorim e Miguel (1993, citados em Branco, 2008)

> esta perspectiva redutora das ideias e dos problemas algébricos conduz a um ensino mecanicista e a uma aprendizagem desprovida de significado para os alunos. Como resultado deste ensino, a grande maioria dos alunos demonstra ter uma imagem fortemente negativa da Álgebra, em particular das equações. Com frequência, referem não perceber como se podem juntar letras e números e cometem diversos tipos de erros na resolução das tarefas propostas, evidenciando reduzida compreensão do que estão a fazer. (p.3)

Diversos autores, nomeadamente Kaput (1999) e Kieran (2007), têm procurado fomentar uma visão mais ampla da álgebra, capaz de promover de modo mais efetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico dos alunos.

Numa perspetiva evolutiva da álgebra, Kieran (2007) refere que a álgebra não é apenas um conjunto de procedimentos que envolve símbolos, mas consiste também num processo de generalizar, proporcionando ferramentas para representar a generalidade de relações matemáticas, padrões e regras. Desta forma, a álgebra deixa de ser vista apenas como uma técnica, sendo encarada como uma forma de pensar e raciocinar sobre situações matemáticas.

Segundo Kaput (1999) devemos desapegar-nos da visão tradicional da álgebra, já referida anteriormente, enfatizando o pensamento algébrico em todos os alunos, propiciando um ambiente em sala de aula, que lhes permita aprender com compreensão. Este autor associa a álgebra à capacidade de generalização, desde os primeiros anos, recorrendo progressivamente a uma linguagem mais formal podendo surgir na aritmética, em situações de modelação ou na geometria.

Em concordância com o que já foi sendo apontado, importa ainda referir algumas definições relativamente ao conceito de pensamento algébrico tantas vezes enunciado.

O pensamento algébrico relaciona-se com a simbolização, na qual se pressupõe a representação e análise de situações matemáticas fazendo uso de símbolos, com o estudo de estruturas, onde se pretende compreender relações e funções, e ainda com a modelação. Importa não só conhecer, compreender e usar instrumentos simbólicos para representar matematicamente o problema, mas também utilizar procedimentos formais para atingir um resultado, recorrendo posteriormente à sua interpretação e avaliação (Vale, 2011).

O pensamento algébrico "inclui a capacidade de manipulação de símbolos, mas vai muito além disso" (Ponte, 2006, p.11). Esta perspetiva sobre o pensamento algébrico e sobre a própria álgebra vem reforçar mais uma vez que o trabalho no âmbito deste tema está muito para além da manipulação e compreensão do simbolismo formal (Ponte, Branco e Matos, 2008). Para os autores, "resumir a atividade algébrica à manipulação simbólica, equivale a reduzir a riqueza da álgebra a apenas uma das suas facetas" (p. 10).

Deste modo, de acordo com o NCTM (2007), o pensamento algébrico diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação. O seu desenvolvimento deve fazer-se através de: Compreender padrões, relações e funções (Estudo das estruturas); Representar e analisar situações matemáticas e estruturas usando símbolos algébricos (Simbolização); Usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas (Modelação); e analisar mudança em diversas situações (Estudo da variação), (p. 37).

Para além dos aspetos anteriores, específicos desta área da Matemática, importa refletir sobre as tarefas que são propostas em sala de aula, visto que estas são o ponto de partida para a atividade matemática dos alunos. Se se pretendem motivar e desafiar os alunos com tarefas ricas é necessário ir além dos exercícios e problemas de um ou mais passos. Problemas e tarefas de exploração e investigação (Ponte, 2005) têm um papel de destaque, pois o conhecimento é construído pelos alunos a partir das tarefas que lhes são propostas e pela discussão que fazem do seu trabalho. Claramente esta dinâmica contrasta com as abordagens de sala de aula em que o conhecimento é apresentado de forma já sistematizada pelo professor, cabendo aos alunos depois memorizá-lo através da prática repetitiva de exercícios (Ponte, 2005).

Apesar disto, de acordo com Barbosa (2009),

> a álgebra tem sido reconhecida como uma área da matemática na qual normalmente os alunos não são bem sucedidos. Este facto tem suscitado preocupação no seio da comunidade matemática, levando à procura de estratégias alternativas à abordagem da álgebra que possam inverter este quadro (p.55).

Para este efeito, sugere-se a exploração de tarefas que envolvam o estudo de padrões com o intuito de introduzir a álgebra nos primeiros anos, revelando-se desta forma um importante veículo para o desenvolvimento do pensamento algébrico (NCTM, 2007) na sua componente de generalização.

Ainda em níveis elementares de escolaridade, com o intuito de estimular uma forma de pensar algébrica, Blanton e Kaput (2005) sugerem que se promovam situações em que os alunos generalizam ideias matemáticas a partir de um conjunto particular de exemplos, estabelecem generalizações através de um discurso argumentativo, e expressam-nas, cada vez mais, por caminhos formais e apropriados à idade. Assim, em consequência do trabalho com padrões, também a generalização se apresenta como um aspeto considerado fundamental do pensamento algébrico (Vale, Pimentel, Alvarenga, & Fão, 2011).

De forma geral, podemos dizer que o pensamento algébrico envolve a exploração de padrões e relações, a generalização e o uso da simbolização, aspetos que se passará a analisar com maior detalhe.

Padrões, Visualização e Generalização

Atualmente vários autores apoiam a conceituada ideia de Devlin (2002) que considera a Matemática como a *ciência dos padrões.* Isto deve-se não só ao facto de os padrões se encontrarem em várias formas na vida de todos os dias e ao longo da matemática escolar, mas também porque podem constituir um tema unificador (Vale & Pimentel*,* 2011).

Os alunos, desde muito cedo, se vão apercebendo dos padrões presentes no seu quotidiano. Assim, de acordo com Pimentel, Vale, Freire, Alvarenga e Fão (2010), já sabem que:

> o verde aparece depois do vermelho no semáforo»; «a Primavera vem depois do Inverno; o Verão vem depois da Primavera; o Outono vem depois do Verão»; «o pequeno-almoço toma-se antes de ir para a escola»; «a seguir ao dia vem a noite (p. 54)

Desta forma, ainda os mesmos autores constatam que os padrões são um modo de os jovens alunos reconhecerem ordem e organizarem o seu mundo, e são importantes em todos os aspetos da matemática neste nível.

Ainda nas várias ciências é possível reconhecermos padrões. Na sociologia detetam-se padrões culturais e na música este termo está associado à repetição de composições de ritmos e melodias. Também na literatura, a presença de padrões é notória como podemos observar na poesia. No domínio da educação e das competências essenciais identificamos padrões de movimento, na educação física, na educação visual, também encontramos padrões de comunicação visual, na geografia, emergem os padrões espaciais, esquemas/mapas mentais decorrentes de um padrão. Por outro lado, a natureza também se revela uma fonte rica de observação de padrões. A pelagem dos animais, a disposição das folhas no caule de algumas plantas, as espirais do ananás, as sementes de girassol (encontramos a sequência Fibonacci), as asas da borboleta (padrões geométricos), as plumas do pavão, os alvéolos da colmeia, e outros fenómenos são alguns exemplos desses mesmos padrões (Vale, Palhares, Cabrita & Borralho, 2006). Os autores referem que é exatamente através da análise e descrição de padrões observáveis no mundo que nos rodeia, que o aluno começa a compreender as relações existentes, bem como a estabelecer outras conexões, a conjeturar e a generalizar.

Apesar do que tem vindo a ser referido, não conseguimos encontrar na literatura uma definição, formal e consensual, de padrão. Orton (1999) alerta-nos que definir um padrão não é tarefa fácil, e Smith (2003) justifica esta facto referindo que é por este conceito possuir uma natureza multifacetada e abrangente.

Numa visão mais generalista, para Zazkis e Liljedahl (2002), "os padrões são o coração e a alma da Matemática" (p. 379).

Como, no nosso quotidiano, nos confrontamos várias vezes visualmente com padrões, é comum ouvirmos associações imediatas de padrões àquilo que vemos nos tecidos, em papéis de parede ou de embrulho e até em peças de arte. Contudo, o conceito de padrão parece não se esgotar apenas em pequenos exemplos como os referidos. Podemos considerar como padrão, de uma forma ampla, uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detetam regularidades (Vale, Barbosa, Borralho, Barbosa, Cabrita, Fonseca & Pimentel, 2009).

Outros autores apresentam definições que parecem ir ao encontro do acima referido. Sawyer (1955, citado por Orton, 1999, p. 149) define padrão como sendo "qualquer tipo de regularidade que pode ser reconhecida pela mente", e Smith (2003) entende que estamos perante um padrão quando "vemos repetição ou imaginamos a possibilidade dessa repetição" (p. 137). Mais recentemente, Barbosa (2009), considera que "um padrão é todo o arranjo de números ou formas onde são detetadas regularidades passíveis de serem continuadas" (p. 47). Vale (2012) resume todas estas definições afirmando que a ideia fundamental num padrão envolve repetição e mudança.

Contudo, importa salientar que o termo padrões, apesar de apresentar uma diversidade de definições, comporta uma multiplicidade de sentidos, revelando uma riqueza de conceitos, que não deve ser esvaziado através de definições restritivas, mas deve antes ser explorado na sua multiplicidade (Alves et al., 2005, como citado em Vale et al., 2006).

A matemática é uma ciência que procura compreender cada tipo de padrão, incluindo aqueles que ocorrem na natureza, os que são inventados pela mente humana, e ainda os criados por outro padrões (Davis & Hersh, 1995). Desta forma, "o próprio objetivo da matemática é, em certa medida, descobrir a regularidade onde parece vingar o caos, extrair a estrutura e a invariância da desordem e da confusão" (p. 1)

Considerando-se que a matemática é a ciência e a linguagem dos padrões (Devlin, 2002), a descoberta dos mesmos constitui um aspeto essencial da matemática, pelo que se pretende que sejam identificados e as suas relações sejam investigadas. Deste modo, as tarefas que envolvem padrões "permitem aos estudantes adquirir uma melhor compreensão dos conceitos, comunicar os seus raciocínios e fazer conexões com outros tópicos matemáticos" (p.54). Por este motivo, como refere Barbosa (2009) "o papel dos padrões como ferramenta pedagógica não pode ser negligenciado" (p. 53).

A utilização de tarefas que envolvem padrões permite que os alunos construam uma imagem mais positiva da matemática, uma vez que apelam fortemente ao desenvolvimento do seu sentido estético e da sua criatividade, proporcionando uma aprendizagem mais significativa e um maior envolvimento (Pimentel et al. 2010; Pinheiro, 2013).

A procura de padrões envolve a descoberta de relações, conexões, o que potencia a utilização de processos não rotineiros como explorar, conjeturar, provar, modelar, simbolizar e comunicar (Barbosa, 2009; NCTM, 2007; Pimentel et al, 2010). Os padrões permeiam toda a matemática e o seu estudo permite abordar ideias matemáticas poderosas como a generalização e a álgebra, pelo que o seu estudo.

Através das ideias já referidas, devemos concordar que o estudo dos parões comporta inúmeras vantagens para o desenvolvimento curricular dos alunos desde muito cedo. Desde a educação pré-escolar as experiências com padrões devem iniciar-se com o reconhecimento e a continuação de padrões, passando-se à análise, descrição e invenção dos mesmos. Em algumas situações de caráter mais simples os alunos poderão ainda ser incentivados a generalizar (NCTM, 2007; Vale et al., 2009). O NCTM (2007) apresenta alguns exemplos deste tipo de trabalho que deve ser desenvolvido nos primeiros anos. Sugere que os alunos descrevam padrões como 2, 4, 6, 8, …, determinando a forma de obter o número seguinte, neste caso adicionando 2. Este tipo de tarefas constitui a base do pensamento recursivo.

Mais tarde, em níveis um pouco mais avançados, a complexidade das tarefas apresentadas deverá aumentar, alimentando assim a ânsia dos jovens alunos no trabalho com padrões. Os alunos “poderão estudar sequências que podem ser melhor definidas e ampliadas por recursão, tal como a sequência de Fibonacci, 1,1, 2, 3, 5, 8, … onde cada termo, a partir do segundo, é obtido através da adição de dois termos anteriores” (NCTM, 2007. p. 40).

No entanto, Warren & Cooper (2008, referidos por Vale et al., 2011) defensores da introdução precoce do pensamento algébrico através de padrões, apresentam uma proposta de trabalho em sala de aula, salientando como cruciais as seguintes caraterísticas:

> (a) acreditar que os alunos, desde muito novos, podem envolver-se em conversações acerca de generalizações e exprimir essas generalizações utilizando sistemas de notação; (b) usar materiais que concretizam as ideias matemáticas a ser exploradas; (c) escolher actividades adequadas ao domínio cognitivo dos alunos com quem se trabalha; (d) encorajar os alunos a partilhar e defender os seus entendimentos com colegas; (e) colocar questões directivas que atinjam o centro da matemática envolvida na actividade; (f) introduzir linguagem explícita que ajude os alunos a formular respostas verbais; (g) usar uma variedade de representações para ilustrar a mesma ideia matemática; (h) encorajar os alunos a visualizar os padrões de mais de uma maneira; e (i) aceitar que os alunos errem. (p.14)

Por este motivo *ver* um padrão é necessariamente o primeiro passo na exploração de padrões, e por isso, os alunos devem ter a capacidade de *ver* o padrão de várias formas, o que lhes será útil no momento de abandonar aquelas que não se revelam úteis (Freiman & Lee, 2006, referidos por Vale, 2009). Por consequência, é de extrema importância, em níveis mais elementares, a utilização de padrões figurativos, em que o modo de ver o arranjo pode ajudar a estabelecer relações, clarificando a compreensão sobre as expressões numéricas resultantes e proporcionando caminho mais fácil à generalização.

A visualização deve ser realçada pelos professores. Assim, devem propor aos seus alunos tarefas desafiantes, com ênfase em aspetos figurativos, capitalizando assim a sua capacidade inata de pensar visualmente, pois esta só será desenvolvida através de situações que requeiram tal pensamento (Dreyfus, 1991; Stylianou, 2001; Tripathi, 2008, como referidos por Vale, 2012).

Porém, se para alguns é inata a capacidade de pensar visualmente, para outros, onde estas competências visuais não se encontram tão desenvolvidas, é essencial proporcionar-lhes ambientes de aprendizagem que lhes desenvolvam a capacidade de visualização e os padrões podem ser um ótimo contexto de aprendizagem (Orton, 1999; Vale et al, 2009). Vale et al (2009) referem que as tarefas de visualização apresentadas em diversos contextos são um pré-requisito bastante útil para o posterior reconhecimento de padrões visuais em sequências.

Vale (2012) alerta-nos para estudos, com alunos e professores, que permitem concluir que as tarefas de padrões, que podem ser de repetição ou de crescimento, lineares ou não-lineares, numéricos ou figurativos, se revelam potenciadoras no desenvolvimento de capacidades de generalizar, e de promoção do pensamento algébrico.

De seguida apresenta-se uma breve definição do tipo de padrões utilizados nas tarefas propostas no presente estudo, tarefas com padrões de crescimento, lineares e figurativos:

> Nos padrões de crescimento, cada termo muda de forma previsível em relação ao anterior. (…) Há padrões de crescimento lineares e não lineares, ou seja, cuja tradução algébrica pode ser feita, ou não, através de uma expressão polinomial do 1º grau. Estes padrões têm uma importância significativa na transição da aritmética para a álgebra e, muitas vezes, as dificuldades sentidas pelos estudantes são devidas à falta de experiências com padrões em contextos figurativos. (Vale & Pimentel, 2009, p. 16)

As sequências de crescimento além de permitirem uma enorme variedade de explorações, adquirem uma importância significativa na descoberta de conceitos, propriedades e resolução de problemas em matemática (Vale & Pimentel, 2009; Pimentel et al., 2010).

A exploração de padrões figurativos de crescimento, de acordo com Pinheiro (2013), fornece um contexto bastante rico para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Além disso, a construção do padrão, a análise da variação ao longo dos termos, e a utilização de simbologia parecem tornar-se bastante úteis para o processo de generalização.

A generalização é considerada pelo NCTM (2007) como uma das principais finalidades do ensino da matemática. Por este motivo, sugere-se a utilização de padrões, que devido à sua natureza, se apresentam como um contexto privilegiado para trabalhar a matemática, encorajando os alunos a generalizar (Vale et al., 2009).

Generalizar deveria ser uma parte natural e espontânea da atividade matemática, de acordo com Mason (2005), e o mesmo autor defende que sem generalização não existe pensamento matemático. Já em 1996, Mason referiu que uma aula onde não haja a oportunidade de generalizar, não será considerada uma aula de matemática, pois não está a ocorrer pensamento algébrico. O mesmo autor considera ainda que a generalização é o bater do coração da matemática e uma das raízes da álgebra.

O ato de generalizar pode ser definido como dar continuidade a um raciocínio ou comunicação para além do caso em estudo, procurando reconhecer o que existe entre eles de semelhante, desviando o foco da situação inicial para o padrão, o procedimento, as estruturas e a relação entre eles (Kaput, 1999).

Segundo Radford (2006) o processo de generalização de padrões refere-se à identificação do que se apresenta como comum em alguns termos em particular, estendendo-se posteriormente a todos os termos da sequência. Trata-se, portanto, de detetar uma propriedade ou relação, observar se esta se verifica constantemente, e provar que se aplica a um contexto mais lato. Radford (2010) apresenta a seguinte definição para generalização algébrica de um padrão:

> É a capacidade de compreender aspetos comuns detetados em alguns elementos de uma sequência S, tendo consciência de que estes aspetos comuns se aplicam a todos os termos de S, e sendo capaz de os usar para fornecer uma expressão direta de qualquer termo de S. (p.7)

A generalização pode ser tratada a dois níveis: (a) a generalização próxima, quando se pretende saber termos próximos, que poderá envolver estratégias recursivas simples como a contagem ou o desenho; (b) a generalização distante, quando estamos perante uma posição onde não conseguimos recorrer às estratégias em cima referidas, efetuando uma descoberta por exaustão, sendo por isso necessário compreender a lei de formação da sequência (Stacey, 1989).

Vale (2011) revela que as generalizações vão sendo expressas de uma maneira gradualmente mais formal de acordo com a idade.

O trabalho com padrões contribui para o desenvolvimento da capacidade de generalização. Realçam ainda que esta capacidade envolve determinadas regras que os próprios alunos podem formular de modo mais intuitivo, recorrendo a linguagem verbal, ou mais formal, à simbologia matemática, às variáveis e às fórmulas, bem como utilizando várias formas de representação (desenhos, esquemas, diagramas, tabelas). Assim, "os processos de generalização promovem e desenvolvem o pensamento algébrico mas também o exigem" (Vale et al. 2009, p.11).

A generalização surge como uma oportunidade privilegiada para os alunos se envolverem em discussões sobre ideias matemáticas importantes (Laninin, 2005) sendo importante que o ensino da matemática proporcione a todos os alunos o desenvolvimento das capacidades de generalizar e fundamentar generalizações.

O pensamento algébrico no currículo

Como já vem sendo referido, ao longo dos tempos, a álgebra tem vindo a adquirir reconhecimento no currículo de Matemática, defendendo-se assim o desenvolvimento do pensamento algébrico nos alunos desde cedo.

Vários autores apresentam sugestões na mesma linha de pensamento. Kaput (1999) defende que o pensamento algébrico deve ser introduzido no currículo de Matemática logo nos primeiros anos de escolaridade. Da mesma forma, o NCTM (2007) refere que, sendo a álgebra um tema transversal a todas as áreas, contribui fortemente para unificar o currículo e é considerada como um fio condutor curricular desde os primeiros anos de escolaridade. Acrescenta ainda que:

> a matemática faz mais sentido e é mais facilmente memorizada e aplicada, se os alunos relacionarem o conhecimento novo com o conhecimento prévio, de forma significativa (Schoenfeld, 1988). Ideias e conceitos bem fundamentados e eficazmente relacionados são mais facilmente aplicados a novas situações (Skemp, 1976). (p. 21)

Um dos grandes objetivos dos professores é estimular o gosto dos alunos pela matemática, bem como desenvolver os seus conhecimentos e capacidades neste domínio (NCTM, 2007). Desta forma, o tema dos padrões pode contribuir para atingir esse mesmo objetivo, uma vez que se revela motivador e desafiante. Além disso, os currículos de matemática escolar devem levar os estudantes a procurar e analisar os padrões que podem encontrar no mundo à sua volta, sobretudo descrevê-los matematicamente (NCTM, 2007).

De acordo com o NCTM (2007), embora a palavra *álgebra,* ao nível do primeiro ciclo, não seja muito utilizada em contexto sala de aula, as investigações e as conversas sobre matemática dos alunos destes anos, incluem habitualmente elementos do raciocínio algébrico. Estas experiências contribuem valiosamente para o desenvolvimento da compreensão matemática, além de que se tornam um ótimo precursor do estudo mais formalizado da álgebra nos níveis seguintes. Por este motivo, no 1º ciclo, deverão emergir e ser exploradas algumas noções algébricas à medida que os alunos:

> Identificam ou criam padrões numéricos e geométricos; Descrevem padrões verbalmente e representam-nos por meio de tabelas ou símbolos; Procuram e aplicam relações entre quantidades variáveis, para fazerem previsões; Fazem e explicam generalizações que aparentam ser sempre válidas em determinadas situações; Utilizam gráficos para descrever padrões e fazer previsões; Exploram propriedades dos números; Usam notações inventadas por eles, símbolos convencionais e variáveis para representar um padrão, uma generalização ou uma situação (NCTM, 2007, p.183).

Ponte (2006) aponta que, mais sintonizado com as atuais tendências internacionais, surge o *Currículo Nacional* (ME-DEB, 2001)[1], que valoriza a Álgebra como grande tema curricular e aponta vários aspetos a desenvolver no aluno. Trata-se, no entanto, de um documento que teve pouco impacto na elaboração de manuais escolares e nas práticas profissionais dos professores. Apesar de ter sido revogado, é um documento curricular de elevada qualidade pelo facto de defender aspetos também referenciados por outros autores no que se refere ao desenvolvimento do pensamento algébrico, tais como Kaput (1999) e NCTM (2007). O *Currículo Nacional* (ME-DEB, 2001), no que concerne à área da

[1] Apesar do documento referido já ter sido revogado pelo Ministério da Educação e Ciência, em 2011, adquire a sua importância neste estudo uma vez que integra o histórico do trabalho desenvolvido nas escolas, no âmbito do desenvolvimento do pensamento algébrico.

álgebra apresenta os seguintes objetivos de aprendizagem: A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contexto numérico e geométrico; A aptidão para analisar as relações numéricas de uma situação, explicitá-las em linguagem corrente e representá-las através de diferentes processos, incluindo o uso de símbolos; A aptidão para interpretar e construir tabelas de valores, gráficos, regras verbais e outros processos que traduzam relações entre variáveis, assim como para passar de umas formas de representação para outras; A aptidão para concretizar em casos particulares relações entre variáveis e fórmulas para procurar soluções de equações simples; A sensibilidade para entender e usar as noções de correspondência e de transformação em situações concretas diversas.

De acordo com o referido considera-se que desde o 1º ciclo os alunos devem contactar com contagens visuais, procurar padrões e regularidades e formular generalizações.

Quando analisamos com pormenor o *Programa de Matemática do Ensino Básico* (ME, 2007)[2], revogado em 2013 pelo Ministério da Educação, reparamos que no 1.º ciclo, apesar de não se encontrar uma referência explícita à Álgebra, existe já uma tentativa de iniciação ao pensamento algébrico, que o referido documento considera um dos eixos fundamentais em torno do qual se desenvolve a aprendizagem da Matemática.

> As ideias algébricas aparecem logo no 1º Ciclo no trabalho com sequências, ao estabelecerem-se relações entre números e entre números e operações, e ainda no estudo de propriedades geométricas com a simetria. No 2º ciclo, a álgebra já aparece como um tema matemático individualizado, aprofundando-se o estudo de relações e regularidades e da proporcionalidade direta como igualdade de duas razões. (pág.7)

Desta forma, não se pretende, a nível do 1º e 2º Ciclos, a aprendizagem formal da resolução de equações, mas sim preparar os alunos para aprendizagens posteriores. Recorrendo novamente ao mesmo documento (ME, 2007)

[2] Apesar do documento referido já ter sido revogado pelo Ministério da Educação e Ciência, em 2013, como os alunos da turma estavam habituados a trabalhar com padrões entendeu-se continuar a trabalhar na mesma linha, no sentido de os ajudar a desenvolver a sua capacidade de generalizar. Por essa razão se utiliza o Programa de Matemática (ME, 2007) como referência neste texto

> A alteração mais significativa em relação ao programa anterior é o estabelecimento de um percurso de aprendizagens prévio nos 1º e 2º Ciclos que possibilite um maior sucesso na aprendizagem posterior, com a consideração da Álgebra como forma de pensamento matemático, desde os primeiros anos. (pág.7)

Contudo, Vale et al., (2011) concluem que o trabalho em torno do pensamento algébrico não se resume apenas ao objetivo de preparação para estudos posteriores, uma vez que possui potencial no desenvolvimento de capacidades transversais como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação. Destacam ainda a variedade de conexões que o trabalho neste âmbito pode possibilitar com todos os temas a matemática.

No que diz respeito às capacidades transversais a desenvolver nos alunos, através da exploração de padrões, o documento do ME (2007) explicita que, relativamente ao raciocínio matemático "o professor deve proporcionar situações em que os alunos raciocinem indutivamente (formulando conjeturas a partir de dados obtidos na exploração de regularidades) e dedutivamente (demonstrando essas conjeturas)" (p.64) e, quanto à Comunicação Matemática, aponta para a necessidade de "descrever regularidades, explicar e justificar conclusões e soluções usando linguagem natural e matemática, apresentar argumentos de modo conciso e matematicamente fundamentado, e avaliar a argumentação matemática (por exemplo, de um colega, de um texto, do próprio professor)" (pág. 63).

Atualmente o Programa de Matemática para o Ensino Básico, sugerido pelo ME em 2013, no que respeita ao raciocínio matemático, refere que os alunos, em alguns casos, devem ser capazes de estabelecer conjeturas após analisarem um conjunto de situações particulares. Porém, conjeturas formuladas mas não demonstradas têm um interesse limitado, razão pela qual os alunos devem ser incentivados a justificá-las numa fase posterior (ME, 2013).

Tendo em conta o que tem vindo a ser referido a temática dos padrões é considerada um conteúdo transversal, promovendo nos alunos o espírito de procura e de formulação de generalizações em situações diversas. Por este motivo, é considerado que "todos os alunos deveriam aprender álgebra" (NCTM, 2007. p. 39), apelando à introdução da mesma desde os primeiros anos de escolaridade, com recurso aos padrões e regularidades.

Estudos Empíricos

No âmbito da temática central deste estudo foram realizados ainda outros que contribuem para um maior e mais aprofundado conhecimento sobre a mesma.

Em 2008, Branco realizou um estudo intitulado "O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico" com o qual procurou compreender de que modo uma unidade de ensino baseada no estudo de padrões e regularidades poderia contribuir para o desenvolvimento e a mobilização do pensamento algébrico e, em particular, para a compreensão das variáveis e equações.

Neste sentido identificou três questões: 1- Que estratégias adotam os alunos para descrever padrões e regularidades e para resolver problemas?; 2- Que compreensão da linguagem algébrica revelam neste ano de escolaridade?; 3- Que evolução revelam os alunos relativamente às estratégias de generalização e de resolução de problemas e à sua compreensão da linguagem algébrica, após a lecionação da unidade de ensino baseada no estudo de padrões e regularidades?.

De acordo com o objetivo deste estudo, bem como com as questões estabelecidas, Branco (2008) optou por seguir uma metodologia qualitativa, assumindo um *design* de estudo de caso.

Os participantes do estudo foram alunos de uma turma de 7º ano de escolaridade na qual a investigadora lecionava.

Com este estudo concluiu que os alunos desenvolveram alguns aspetos do pensamento algébrico, nomeadamente a capacidade de generalizar e de usar a linguagem algébrica para expressar as suas generalizações. Ao nível da resolução de problemas, os alunos privilegiavam estratégias aritméticas e manifestavam alguma dificuldade em usar a linguagem algébrica para os representar. Revelaram evolução na compreensão da linguagem algébrica relativa aos diferentes significados dos símbolos em diversos contextos e ao significado e à manipulação de expressões. Contudo, demonstram em diversos aspetos específicos que essa compreensão é ainda frágil, sugerindo que ainda existe um longo caminho com vista ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Barbosa, em 2009, realizou um estudo com o título "A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2º ciclo do ensino básico".

O propósito principal deste estudo era compreender o modo como alunos do 6.º ano de escolaridade resolvem problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais. Para orientar o mesmo colocou as seguintes questões: (1) Como se caracterizam as estratégias de generalização aplicadas pelos alunos e de que forma são utilizadas?; (2) Que dificuldades ou erros emergem do seu trabalho?; (3) Qual o papel da visualização no desempenho dos alunos?; e (4) Qual o impacto da resolução de problemas com padrões, em contextos visuais, na capacidade de os alunos generalizarem?

Tendo em consideração os propósitos do estudo, Barbosa (2009) adotou uma metodologia mista, predominantemente qualitativa, com um *design* de estudo de caso.

Assumindo como participantes deste estudo duas turmas do 6º ano de escolaridade, os resultados obtidos pela investigadora revelaram que a visualização foi útil sempre que os alunos conseguiram analisar a estrutura do padrão como uma configuração de objetos relacionados entre si por uma propriedade invariante. No entanto, nos casos em que as figuras foram interpretadas como um todo não foram capazes de identificar uma regra. Conclui ainda afirmando que houve uma evolução significativa no desempenho dos alunos ao nível da generalização.

"O raciocínio matemático em actividades de investigação numa turma do 5º ano do ensino básico" foi o título que Martins, em 2010, atribuiu ao estudo que realizou.

Com o grande objetivo de evidenciar e explicar a pluralidade dos raciocínios matemáticos presentes nos alunos de uma turma do 5º ano de escolaridade, orientou o seu estudo pelas seguintes questões: (i) Que formas diferenciadas de raciocínio matemático apresentam os alunos e quais as razões que os podem conduzir a determinado raciocínio? (ii) De que modo os raciocínios dos alunos lhes permitem chegar a resultados, com ou sem recurso aos conteúdos matemáticos tratados nas aulas? (iii)

Como é que os alunos compreendem as situações propostas e de que modo essa apropriação evolui com o decorrer da prática neste tipo de actividades?

De acordo com os objetivos do estudo, para esta investigação, foi adotada uma metodologia qualitativa, assumindo um *design* de estudo de caso.

Como já veio sendo referido, neste estudo participaram alunos de uma turma de 5ºano de escolaridade.

Após a realização do mesmo, Martins (2010) conclui que os alunos apresentam formas diferenciadas de raciocínio, que evidenciam os seguintes processos: concretização de dados; registo e organização de dados; procura de regularidades; formulação e justificação de conjeturas; teste e validação, particularização/clarificação e generalização. A diversidade foi ainda uma evidência do estudo: alguns alunos revelam facilidade e persistência na formulação, teste e confirmação ou refutação de conjeturas, com tendência para as formalizarem algebricamente; outros limitam-se à formulação, evidenciando maior necessidade de manipulação e de experimentação, nem sempre conseguindo generalizar. A investigadora remata os seus resultados referindo que tinha sido saliente a importância do uso de várias representações na articulação dos raciocínios dos alunos.

Por último, e mais recentemente, Pinheiro, em 2013, realizou um estudo denominado "O pensamento algébrico em contextos visuais: Um estudo no 6º ano de escolaridade".

O grande objetivo do mesmo passou por compreender como se caracteriza o pensamento algébrico de alunos do 6.º ano de escolaridade no âmbito de contextos visuais. Com base nesta problemática, a investigadora definiu as seguintes questões de investigação: (1) Que aspetos do pensamento algébrico são evidenciados em contextos visuais?; (2) Que tipo de estratégias utilizam os alunos no processo de generalização nestes contextos?; (3) Que dificuldades são evidenciadas pelos alunos nestes contextos?; (4) Que razões poderão explicar estas dificuldades?

Os participantes deste estudo foram os alunos de uma turma do 6º ano de escolaridade, tendo a investigadora adotado uma metodologia qualitativa que assumia um *design* de estudo de caso, pelo que se focalizou de forma mais aprofundada em dois alunos desta mesma turma.

Através da análise dos dados, Pinheiro (2013) concluiu que as tarefas de exploração de padrões em contextos figurativos se revelaram potenciadoras do desenvolvimento do pensamento algébrico nos três aspetos que o compõem: padrões e relações; generalização; e simbolização. Constatou, ainda, que tarefas desta natureza proporcionam a utilização de variadas estratégias de generalização, algumas de natureza visual e outras de natureza não visual. Finalizou as suas conclusões assumindo que alunos que suportaram o seu raciocínio no contexto figurativo conseguiram obter mais sucesso e revelaram maior compreensão das relações entre as variáveis dependente e independente em cada uma das tarefas que analisaram.

Metodologia

Opções metodológicas

A investigação é baseada no conhecimento já existente sobre um fenómeno. Esta base de conhecimento é usada para desenvolver um tema de investigação e construir as respetivas questões e/ou hipóteses bem como para a recolha sistemática de dados dos participantes selecionados. Por sua vez os dados são analisados, interpretados e comunicados (Mertens, 2010).

Ao longo de vários anos, os métodos dominantes em investigação foram do tipo quantitativo, baseando-se assim na procura de relações de causa-efeito e na medição de variáveis isoladas. Contudo, estes métodos revelaram-se insuficientes no estudo de fenómenos educacionais complexos (Vale, 2004). Os investigadores educacionais sentiram a necessidade de, por exemplo, observar, de forma mais ou menos prolongada, os participantes da sua investigação, de os entrevistar e de elaborar registos acerca das suas formas de pensar. Por este motivo, a investigação qualitativa veio dar resposta às limitações apresentadas pelos métodos quantitativos (Fernandes, 1991).

O presente estudo procura compreender de que forma as tarefas de padrões podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, em alunos do 3º ano de escolaridade. Dadas as caraterísticas do problema em estudo, optou-se por uma metodologia qualitativa, a qual é caraterizada de seguida.

Segundo Denzin e Lincoln (2000), um estudo qualitativo pode ser definido como:

> Um tipo de investigação que recorre a múltiplos métodos e onde a abordagem ao tema em estudo é de natureza interpretativa e naturalística. Isto significa que os investigadores qualitativos estudam os objectos em contextos naturais, tentando perceber, ou interpretar os fenómenos de acordo com os significados que as pessoas lhes atribuem. Na investigação qualitativa a utilização e recolha de uma diversidade de materiais empíricos (...) permitem descrever momentos problemáticos e rotineiros nas vidas dos indivíduos. (p. 2)

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), e Garnica (1997), a investigação qualitativa possui cinco características fundamentais: A fonte direta de dados é o ambiente natural, apresentando-se o investigador como o instrumento principal; É descritiva; O enfoque da investigação passa pelo processo, descentralizando-se dos resultados ou produtos; A análise dos dados é efetuada de forma indutiva. Os investigadores não se preocupam em procurar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou consolidam-se basicamente a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima; e por último, nesta abordagem o significado que as pessoas dão às coisas e à sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador.

Desta forma, os investigadores qualitativos procuram "compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem estes mesmos significados" (Bogdan e Biklen, 1994. p. 70). Assim, o seu principal objetivo passará pela compreensão do que os sujeitos participantes pensam, necessitando para isso de passar tempos alargados com os mesmos, no seu contexto natural, colocando questões de natureza aberta, registando as suas respostas.

A metodologia de caráter qualitativo pode assumir vários *designs.* Neste estudo pretende destacar-se o estudo de caso.

Para Bogdan e Biklen (1994) este *design* é um dos métodos mais comuns na investigação qualitativa. Guba e Lincoln (1985) destacam o estudo de casos referindo que constitui um método válido porque proporciona densas descrições da realidade que se pretende estudar.

Desta forma, Ponte (2006) carateriza o estudo de caso referindo que:

> visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objectivo é compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. (p. 2)

Yin (2009) revela que o *design* referido se aplica quando se pretende compreender um fenómeno em profundidade e quando não existe um controlo sobre comportamentos relevantes, tendo que se recorrer a uma ampla variedade de evidências que surgem de variadas fontes, como a observação, as entrevistas, os documentos e os artefactos.

O comportamento humano pode ser influenciado pelo meio em que o ser se encontra inserido (Vale, 2004; Bogdan e Biklen, 1994). Por esta razão, o presente estudo foi desenvolvido no contexto habitual e confortável dos participantes, a sala de aula dos alunos do 3º ano de escolaridade.

O investigador pode assumir diversos papéis, destacando o de professor, observador participante, entrevistador, leitor, contador de histórias, defensor, artista, conselheiro, avaliador, entre outros (Stake, 2009). Vale (2004) realça que o investigador é "o principal instrumento, quer para a recolha de dados, quer para a sua análise (…). É ele que tem de decidir que dados recolher, quem deve ser entrevistado ou observado, ou que documentos devem ser tomados em atenção." (p.198). A autora alerta que para um professor ser investigador deve assumir antes de tudo o papel de um observador competente. De forma a garantir a imparcialidade do estudo, é ainda fundamental que o investigador se preocupe com a distanciação enquanto observador da realidade com o intuito de não a influenciar (Santos, 2002).

De acordo com o que tem sido referido, no presente estudo o duplo papel de professora estagiária/ investigadora revelou-se uma tarefa árdua e complexa, pois exigiu uma equilibrada gestão de todas as funções inerentes a ambos os papéis. Consciente de que um envolvimento em demasia, prestando o devido apoio caraterístico da função de professora estagiária, pudesse colocar em causa a objetividade da investigação, considerou-se oportuno gerir este envolvimento, de forma que permitisse perceber e interpretar os fenómenos de forma mais adequada. Para colmatar a subjetividade subjacente a este estudo, houve a preocupação por parte da investigadora em recorrer a variadas técnicas de recolha de dados, apresentando assim múltiplas fontes de evidência que foram posteriormente cuidadas e analisadas com todo o rigor, atribuindo validade à investigação.

Vários autores como Vale (2004), Aires (2011), e ainda Fernandes (1991) referem que a grande questão que persegue a investigação qualitativa, mais precisamente o estudo de caso, se prende com a generalização dos resultados. No entanto, devemos salientar que a verdadeira função de um estudo de caso é a particularização e não a generalização, onde o investigador enfatiza o processo, descentralizando a sua atenção dos resultados ou produtos (Merriam, 1988; Yin, 2009).

Participantes

O presente estudo realizou-se durante o ano letivo 2013/2014, num Centro Escolar situado numa freguesia do distrito de Viana do Castelo e incidiu sobre uma turma do 3º ano de escolaridade. Este mesmo contexto encontra-se descrito de forma mais detalhada no capítulo I.

Como já foi referido anteriormente, esta turma do 3º ano de escolaridade apresenta caraterísticas muito próprias que devem ser destacadas pela positiva. No geral o grupo apresenta-se bastante motivado para novas aprendizagens e a curiosidade natural destes alunos encontra-se constantemente em destaque. A área da matemática revela-se como predileta em grande parte da turma, e isto deve-se também ao trabalho desenvolvido até ao momento pela professora cooperante. Aos alunos desta turma são apresentadas tarefas desafiantes, onde lhes é dada a oportunidade de trabalhar quer em grupos, quer autonomamente, para atingirem os objetivos. Por este motivo, e pelo gosto tão evidente pela descoberta, os alunos mostram-se desinteressados por tarefas com níveis cognitivos reduzidos e por excesso de acompanhamento por parte do professor. Assim, é necessário fornecer-lhes tempo suficiente para que numa fase inicial definam as suas próprias estratégias, efetuando autonomamente as suas descobertas.

Com base na descrição anterior, importa referir que vários alunos desta turma apresentam resultados bastante satisfatórios relativamente à área matemática. Além disso revelam tipos de raciocínio muito diversificados, e formas de justificação bastante interessantes do ponto de vista do investigador. Por estas razões, a seleção dos participantes não foi simples, sendo necessário estabelecer critérios para essa mesma seleção. Vale (2004), com base em vários autores afirma que:

> O estudo de caso não utiliza uma amostragem aleatória e numerosa, mas sim criteriosa ou intencional, baseada na suposição de que, se queremos descobrir, compreender, e obter conhecimento sobre determinado fenómeno, então devemos escolher uma amostra a partir da qual possamos aprender o máximo possível. (p. 196)

Neste tipo de investigação a escolha dos casos é crucial. O investigador deve estabelecer critérios bem definidos para que o grupo escolhido permita compreender detalhadamente os fenómenos (Stake, 2009). Para a seleção dos mesmos foram utilizados critérios como a assiduidade, boa comunicação escrita e oral, e ainda a capacidade de apresentar justificações e fundamentações credíveis dos seus raciocínios. Procurou-se selecionar alunos que permitissem compreender o fenómeno em estudo.

Numa fase inicial decidiu-se acompanhar seis alunos, três do sexo feminino e três do sexo masculino, tendo, no entanto, todos os alunos da turma realizado a totalidade das tarefas implementadas. Contudo, após uma avaliação mais detalhada dos dados recolhidos, verificaram-se dificuldades no processo de comunicação, quer escrito, quer verbal, em parte dos alunos inicialmente selecionados, o que propiciou a redução do grupo para apenas dois alunos, um do sexo feminino e um do sexo masculino.

De seguida apresenta-se uma caraterização mais detalhada de cada um dos alunos caso, o Luís e a Catarina. Os nomes atribuídos a estes alunos são fictícios, de forma a garantir o seu anonimato.

Luís

O Luís iniciou este ano letivo com 8 anos. Vive com o pai, cuja profissão de empregado administrativo tem como base uma formação académica até ao final do ensino secundário, e com a mãe licenciada em educação. Para além dos pais, vive ainda com a sua irmã mais velha, que possui 13 anos de idade.

Frequenta atualmente o terceiro ano de escolaridade, não apresentando nenhuma retenção no seu percurso escolar. Inglês, Atividade Física, Música, Ciências

Experimentais e TIC são as Atividades de Enriquecimento Curricular que frequenta após o término das aulas. Para além destas atividades pratica ainda futebol no Grupo Desportivo da sua área de residência e natação.

A nível social e comportamental, o Luís apresenta um percurso bastante curioso. No início do seu percurso escolar adotava uma postura um pouco mais tímida e pouco ativa. No entanto, aquando da presença de professoras estagiárias pertencentes a este estabelecimento de ensino, revelou alguma empatia com estas e começou a modificar alguns comportamentos. Passou a apresentar-se como uma criança mais segura, interessada e motivada para participar ativamente nas aulas.

O Luís relaciona-se com os colegas de turma de forma muito positiva, mas por vezes apresenta alguma dificuldade em trabalhar em pares devido à forma decidida como defende as suas ideias, revelando alguma dificuldade em ser tolerante.

Por ser um aluno muito curioso, em que o corpo humano e a vida animal lhe despertam especial interesse, demonstra alguma preferência pela área do estudo do meio. No entanto, normalmente obtêm classificações muito satisfatórias em todas as áreas do currículo.

No início da escolaridade, o Luís teve alguns problemas no traçado das letras por não ter a sua lateralidade bem definida. Atualmente não tem por hábito dar muitos erros ortográficos e têm uma fluência e uma compreensão leitora bastante boa. Apesar disto, revela problemas de dicção, gagueja um pouco, sobretudo em situações de exposição perante o grande grupo. Apresenta ainda algumas dificuldades na comunicação das suas ideias, sendo pouco claro e objetivo.

No que concerne à área da matemática, o Luís parece encontrar-se bastante à vontade com a mesma. No entanto, apesar de conseguir quase sempre resolver as situações problemáticas que lhe são apresentadas, por vezes escolhe a estratégia menos eficaz e mais complicada. Depois obstinadamente defende os seus pontos de vista, mesmo quando confrontado com outras opções mais eficientes.

Catarina

O agregado familiar da Catarina é composto por quatro pessoas. Ela própria com oito anos de idade, uma irmã com quinze, o pai, de profissão operário fabril, e a mãe administrativa, possuindo ambos como habilitações académicas o ensino secundário.

A Catarina frequenta atualmente o terceiro ano de escolaridade, não apresentando portanto nenhuma retenção no seu percurso escolar. Integra a mesma turma que os restantes colegas, acompanhada pela mesma professora, desse o início do ensino formal.

Frequenta as Atividades de Enriquecimento Curricular desde o primeiro ano de escolaridade, e este ano letivo integra o Inglês, a Atividade Física, a Música, as Ciências Experimentais e as TIC. No fim das aulas, e nos tempos de interrupções letivas, vai para os ATLs do Centro Social da área da escola, onde os pais a vão buscar no fim do dia de trabalho. Para além destas atividades, a Catarina pratica natação.

A Catarina integra uma família aparentemente estável, que cuida dela com dedicação. O seu encarregado de educação é preocupado com o seu sucesso académico, valorizando a escola e mantendo um bom relacionamento com a professora titular. Nas tarefas de casa a Catarina é acompanhada pelos pais que se demonstram preocupados e exigentes.

A nível comportamental a Catarina é muito obstinada e muito irrequieta. Tem que estar constantemente em atividade, pois, caso contrário, perturba o andamento da aula. É uma aluna muito interessada por tudo o que se passa na sala e que quando não percebe um conteúdo, ou faz uma descoberta, não sossega enquanto não for esclarecida ou não partilhar as suas ideias. Tem muita dificuldade em esperar pela sua vez para falar. Envolve-se muitas vezes em conflitos porque é pouco tolerante com os colegas e não perdoa situações que para ela sejam de injustiça. Tem alguma dificuldade em gerir de forma adequada as suas emoções e em conviver de forma assertiva com as dos outros.

A Catarina apresenta boa capacidade de aprendizagem, interesse e empenho na execução das tarefas e, geralmente, é expedita e autónoma na realização dos trabalhos. Apresenta um percurso com bastante sucesso.

Revela preferência pela disciplina de Matemática. Contudo, o seu desempenho é muito similar em todas as disciplinas do currículo. É uma aluna que normalmente obtém Satisfaz Bastante ou Excelente nas fichas de avaliação.

Aprendeu a ler e a escrever com facilidade. Não costuma dar muitos erros ortográficos e têm uma fluência e uma compreensão leitora bastante boa. A Catarina é, para além de muito cuidadosa com a apresentação dos trabalhos, também bastante organizada. Consegue alcançar bons resultados na disciplina de Matemática, embora por vezes demonstre alguma insegurança. É muito atenta e consegue reconhecer a aplicação dos conceitos aprendidos e aplicá-los.

Procedimentos da Intervenção didática

Como forma de dar resposta às questões que orientam este estudo, optei por propor à turma tarefas com base em problemas que envolvessem padrões de crescimento, as quais serão apresentadas mais à frente. Assim, ao longo de seis semanas foi proposta à turma uma tarefa semanalmente.

Tendo como referência Bogdan e Biklen (1994), inicialmente foram explicitados os propósitos deste estudo, na tentativa de que os participantes colaborassem de forma empenhada no mesmo. Para isso foi pedida autorização aos Encarregados de Educação (Anexo 1), esclarecendo a dinâmica do estudo e garantindo o anonimato dos participantes. Todo este processo foi efetuado em parceria com a professora cooperante. Para além disto foi explicado aos alunos em que consistia o estudo, quais os objetivos e as diferentes fases do mesmo. No entanto, para que os alunos caso não fossem condicionados no decorrer do seu trabalho, e para não desmotivar os restantes alunos, a turma não foi informada do papel desempenhado por estes no estudo. Desta forma, toda a turma participou de forma empenhada na resolução das tarefas propostas, conseguindo-se obter um ambiente natural na sala de aula no decorrer do estudo.

Assim que os alunos começaram a resolver as tarefas, a investigadora, bem como a professora cooperante, adotaram a postura de meras observadoras. Foi solicitado aos alunos que procurassem resolver a tarefa de forma autónoma, ao mesmo tempo que a investigadora observava comportamentos, reações, dificuldades apresentadas e os raciocínios adotados. Como forma de registar as observações utilizaram-se notas de campo e fotografias.

Após o término de cada uma das tarefas propostas, a investigadora analisou as resoluções dos alunos, e estabeleceu uma conversa individual, de forma informal, entre ela própria e cada aluno caso, com o intuito de compreender os raciocínios adotados, e ainda as razões que os levaram a adotar os mesmos. Uma vez que os alunos nesta faixa etária possuem alguma dificuldade a nível da organização do pensamento, e principalmente, na transposição desse mesmo pensamento para a via escrita, este diálogo foi essencial para o estudo. Permitiu não só compreender aspetos que não se encontravam evidenciados nos registos escritos efetuados pelos alunos, mas aprofundar a compreensão sobre esses mesmos registos.

Num momento seguinte procedia-se à realização de uma discussão em grande grupo, onde se pretendia compreender quais as maiores dificuldades sentidas pelos alunos, bem como possíveis razões para a existência das mesmas. Ao longo do diálogo estabelecido os alunos foram incentivados a verbalizar as suas descobertas, colocando questões de modo a orientar o seu pensamento.

Por fim, com a participação ativa dos alunos, era realizada a correção da tarefa, promovendo a partilha das diferentes estratégias utilizadas. Esta correção era realizada no quadro por um aluno, com o auxílio da investigadora e dos restantes colegas, e simultaneamente, cada aluno efetuava a mesma no caderno diário, alertando-se para que não apagassem as suas próprias resoluções, independentemente de se encontrarem corretas ou erradas. Desta forma cada aluno poderia analisar mais pormenorizadamente a estratégia que adotou, comparando-a posteriormente com as utilizadas pelos colegas.

De acordo com o Programa de Matemática (ME, 2013), ao nível da comunicação matemática, "deve-se trabalhar com os alunos a capacidade de compreender os enunciados dos problemas matemáticos, identificando as questões que levantam, explicando-as de modo claro, conciso e coerente, discutindo, do mesmo modo, estratégias que conduzam à sua resolução." (p. 5)

Além disso, a maior fragilidade detetada nesta turma prende-se com o reduzido capital lexical que possuem, o que se transmite na dificuldade que apresentam na elaboração de respostas de caráter mais aberto e explicativo. Como forma de colmatar esta fragilidade, aquando da correção das tarefas, eram elaboradas, em grande grupo e com a máxima colaboração dos alunos, respostas escritas coesas e coerentes, utilizando vocabulário adequado e de fácil compreensão para os alunos. Desta forma os alunos aperfeiçoaram o modo como elaboravam as suas respostas escritas, aprendendo organizar as suas ideias e possuindo modelos de resposta para, posteriormente no trabalho autónomo, se poderem orientar.

Esta opção é apoiada pelo documento do referido (ME, 2013) quando nos alerta para a importância da redação escrita, sugerindo que o professor incentive os seus alunos a redigir convenientemente as suas respostas, de forma a explicar o seu raciocínio de modo claro, escrevendo em português correto.

Recolha de dados

Bogdan & Biklen (1994) consideram os dados como "materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontram a estudar; são os elementos que formam a base de análise" (p. 149).

A etapa da recolha de dados é essencial, existindo múltiplas fontes de evidência (Vale, 2004). Para recolha de informação relevante para este estudo foram utilizadas as seguintes técnicas: observação participante, notas de campo, conversas informais, gravação áudio e fotografia, tarefas e análise de documentos.

De acordo com Aires (2011) a **observação** consiste na recolha de informação, de modo sistemático, através do contato direto com situações específicas. Vale (2004) realça a importância das observações referindo que "são a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira mão, pois permitem comparar aquilo que se diz, ou que não diz, com aquilo que faz." (p. 181). A mesma autora alerta ainda para o facto de não se conseguir registar tudo o que se observa, sugerindo a focalização apenas em aspetos para os quais se pretende resposta ou clarificação.

Adler & Adler (1994) referidos por Aires (2011) caraterizam a observação qualitativa da seguinte forma:

> é fundamentalmente naturalista; pratica-se no contexto da ocorrência, entre os actores que participam naturalmente na interacção e segue o processo normal da vida

> quotidiana. (…) A observação qualitativa não se realiza a partir de um projecto de pesquisa rígido; a sua maior virtualidade reside no seu carácter flexível e aberto. (p.25)

A natureza de uma observação varia conforme o grau de envolvimento do investigador. A atitude adotada pelo mesmo pode ser passiva, sem grande envolvimento, limitando-se a observar, ou pelo contrário, pode assumir um papel ativo durante a observação, interagindo com os sujeitos. Esta última atitude é designada de observação participante. De acordo com Vale (2004) neste tipo de observação, o investigador adota uma atitude mais ativa, envolvendo-se de forma próxima nos acontecimentos criando assim situações que fornecem dados complementares em relação aos que resultam da observação naturalista.

Neste estudo optou-se por privilegiar a **observação participante** uma vez que a investigadora possuía simultaneamente o papel de professora estagiária, e por isso tinha como função apoiar os alunos na resolução das tarefas. No início da resolução de cada tarefa a investigadora tinha a preocupação de alertar o grande grupo para que a resolução das tarefas fosse autónoma, explicando, numa fase inicial, a importância de o fazerem. Assim, os alunos aperceberam-se que era crucial, para a máxima autenticidade dos resultados que, o raciocínio de cada um deles fosse minimamente influenciado por fatores externos. Contudo, apesar deste cuidado, uma vez que a investigadora assumia também o papel de professora estagiária da turma, foi necessário prestar apoio a alguns alunos que revelavam mais dificuldades na compreensão dos enunciados, pois caso contrário não realizariam a tarefa. Apesar disso, com os alunos caso existiu um especial cuidado para que a intervenção externa não influenciasse o raciocínio e as respostas dos mesmos.

De acordo com os princípios adotados pela investigação qualitativa, a investigadora/professora estagiária, que realizava uma observação participante, assumiu-se como a principal fonte de recolha de dados. Desta forma, quer durante, quer no final das tarefas, eram conduzidos diálogos recorrentes com os alunos com o intuito de compreender as suas perspetivas e alguns dos registos efetuados.

Como era previsível e compreensível, em momentos de observação tornava-se difícil efetuar registos. Por este motivo, assim que as aulas terminavam, ou mesmo em momentos de intervalo, de acordo com o que ia observando e compreendendo dos diálogos estabelecidos, a investigadora efetuava registos. A este tipo de registos designamos de **notas de campo**, que segundo Bogdan e Biklen (1994) se caraterizam por ser “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e reflectindo sobre os dados de um estudo qualitativo” (p.150). Relativamente a estes registos existiu a preocupação de uma descrição fiel e completa, não descuidando as interpretações da investigadora.

As notas de campo consistem em dois tipos de materiais: descritivo e reflexivo. Relativamente ao material descritivo, este corresponde ao registo de detalhes que ocorreram no momento de observação. No que concerne à parte reflexiva, esta refere-se a um relato mais pessoal sobre o que se está a observar (Bogdan e Biklen, 1994). Assim, neste estudo foram tomadas notas descritivas referentes às estratégias que os alunos adotavam, os raciocínios e as deduções que partilhavam com a investigadora durante e após a resolução das tarefas. Por sua vez, as notas reflexivas referiram-se à reflexão sobre o impacto causado pela tarefa, nomeadamente se os enunciados estavam formulados de forma adequada ao grupo, se seria necessário efetuar alterações na estrutura da tarefa, e se acrescentariam ou retirariam questões da tarefa apresentada. Para além destes aspetos, aquando da correção das tarefas era efetuado, como já foi referido, um diálogo reflexivo com a turma sobre quais as questões onde sentiram mais dificuldades, procurando compreender quais as razões que motivaram as mesmas. A par com este tipo de questões, surgiam outras que comportavam o objetivo de incentivar os alunos a justificarem a escolha das estratégias adotadas, partilhando o seu raciocínio. Este processo foi de extrema importância, uma vez que possibilitou a recolha de dados descritivos na linguagem dos próprios participantes, o que permite ao investigador desenvolver de forma intuitiva uma ideia sobre a forma como estes interpretam e resolvem as tarefas apresentadas (Bogdan & Biklen, 1994).

De acordo com Vale (2004) existem inúmeras vantagens na interação entre a observação e a **entrevista** afirmando que:

> as observações sugerem ideias para as entrevistas. A interacção entre estas duas fontes de recolha de dados não só enriquece cada uma delas como também é de grande utilidade para a análise, a qual seria impossível apenas com uma fonte (Vale, 2004, p. 181).

Desta forma, a observação participante efetivada teve um papel preponderante para a na realização das conversas informais/diálogos com os alunos selecionados e com o grande grupo.

Yin (2009) indica-nos que neste tipo de investigação de caráter qualitativo, a entrevista é utilizada para complementar as observações, pois permite ao investigador ter acesso a determinados aspetos que não foi possível observar.

Como forma de registar as conversas informais e alguns momentos utilizou-se a gravação em áudio e fotografia. Com isto pretendia-se não só obter um registo mais fiel do real, mas também captar aspetos, que por algum motivo, tivessem passado despercebidos ao olhar da investigadora, complementando assim as observações e as notas de campo.

Lincoln e Guba (2000) consideram que os registos áudio e vídeo devem ser usados de forma pontual uma vez que poderão condicionar os participantes. Consciente destas implicações, a investigadora procurou não utilizar abusivamente este tipo de registos, recorrendo aos mesmos apenas para a gravação áudio das conversas informais e para fotografar os momentos de execução das tarefas. Além disso, inicialmente teve o cuidado de explicar aos alunos o recurso aos mesmos, facto que foi facilmente aceite pela turma. Outro fator que reduziu o desconforto dos alunos perante este meio de registo relaciona-se com o tipo de gravação. O facto de esta ser apenas efetuada via áudio, e não em vídeo, deixou os alunos mais descontraídos uma vez que não se encontrariam tão expostos, evitando assim o condicionamento dos comportamentos espontâneos dos mesmos.

Com o recurso a este método de recolha de dados, a investigadora registou as conversas informais com os alunos selecionados para o estudo, nas quais justificaram as estratégias adotadas na resolução das tarefas propostas.

Em estudos de caso, os **documentos** são também uma fonte de dados relevante, pois certificam e complementam evidências resultantes de outras fontes. (Yin, 2009). Vale (2004) remata esta ideia dizendo que estes documentos englobam todos os materiais que permitam recordar e preservar o contexto, como registos, transcrições, relatórios, notas, jornais, entre outros. No presente estudo foram analisados diversos tipos de documentos que se relacionam com o percurso escolar dos alunos, outros que eles próprios produziram, e ainda as notas de campo realizadas pela investigadora, as quais já foram referidas anteriormente.

No que concerne ao percurso escolar da turma, a investigadora teve acesso ao dossiê individual de cada aluno, o qual possuía o seu registo biográfico, bem como o seu percurso escolar, destacando-se os registos da avaliação. Isto permitiu à investigadora a realização de uma caraterização da turma, bem como de cada aluno, mais detalhada, facilitando a seleção dos alunos que integrariam ativamente o estudo.

Relativamente aos registos produzidos pelos alunos, mais precisamente as resoluções das tarefas propostas, que se apresentam a seguir, estas foram analisadas cuidadosamente possibilitando compreender o raciocínio adotado por cada aluno, de acordo com as estratégias selecionadas, e as dificuldades evidenciadas.

As tarefas assumiram um papel crucial para a realização deste estudo uma vez que foram o veículo para atingir o objetivo principal - compreender de que forma as tarefas envolvendo padrões podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico, de alunos do 3º ano de escolaridade – além de se revelarem um dos métodos de recolha de dados mais essencial, sendo por isso apresentadas em destaque.

Tarefas

As tarefas aplicadas foram adaptadas de duas propostas didáticas. Uma apresentada por Martins, em 2010, na sua dissertação de Mestrado intitulada "O Raciocínio Matemático em Actividades de Investigação numa Turma do 5º ano do Ensino Básico", e outra por Vale e seus colaboradores, em 2011, na obra "Padrões em Matemática - Uma Proposta Didática no Âmbito do Novo Programa para o Ensino Básico".

Nestas propostas didáticas são apresentadas tarefas de natureza exploratória e investigativa, recorrendo à exploração de padrões, com o intuito de promover a capacidade de generalizar. Estas tarefas têm como objetivo reconhecer, descobrir, continuar, completar e generalizar padrões.

Estas tarefas foram implementadas uma em cada semana de regência, e normalmente à segunda-feira de manhã. Foram apresentadas à turma como desafios semanais, por ordem crescente de complexidade, em que cada uma servia de preparação para a que se seguia.

Após a resolução das mesmas, a investigadora realizava as conversas informais com os alunos caso em momentos oportunos como intervalos, depois de almoço, ou sempre que estes terminavam uma tarefa antes do tempo previsto. Só após a realização destas conversas informais com todos os alunos caso é que era proporcionada a discussão, em grande grupo, da tarefa realizada.

A exploração das tarefas era orientada segundo os passos seguintes: (a) Distribuição dos enunciados das tarefas aos alunos; (b) Leitura, pela professora, do enunciado; (c) Esclarecimento de pequenas dúvidas que surgiam sobre a interpretação das questões; (d) No caso das últimas tarefas, com grau de complexidade mais elevado, foi realizado no quadro o desenho da figura apresentada no enunciado, destacando alguns aspetos referidos no enunciado; (e) Resolução da tarefa pelos alunos; (f) Recolha das folhas de registo; (g) Análise reflexiva, por parte da investigadora/professora, das resoluções dos alunos, procurando detetar as dificuldades reveladas, bem como as respostas com maior sucesso e as diferentes estratégias apresentadas. Isto forneceu à professora/investigadora elementos essenciais para destacar aquando da discussão da tarefa; (h) Realização das conversas informais com os alunos caso; (i) Discussão da tarefa em grande grupo.

As tarefas foram integradas nas planificações semanais procurando contextualizá-las de acordo com o tema semanal a ser trabalhado. Apresenta-se a calendarização da sua implementação com os alunos no âmbito do presente estudo.

Tabela 3 - Calendarização das tarefas realizadas

Tarefas	Data em que foram implementadas
“As pontas das estrelas”	25 de novembro de 2013
“Ana”	2 de dezembro de 2013
“Berlindes”	9 de dezembro de 2013
“Clipes”	6 de janeiro de 2014
“Circunferências”	13 de janeiro de 2014
“Cruzamentos”	20 de janeiro de 2014

Análise de dados

A análise de dados qualitativos é um processo em movimento, no qual se procura estabelecer ordem, estrutura e significado na grande massa de dados recolhidos, iniciando-se logo no primeiro dia de atuação do investigador (Vale, 2004).

Bogdan e Biklen (1994) caraterizam a análise de dados como

> o processo de busca e de organização sistemático de transcrições de entrevistas, de notas de campo e de outros materiais que foram sendo acumulados, com o objectivo de aumentar a sua própria compreensão desses mesmos materiais e de lhe permitir apresentar aos outros aquilo que encontrou (p.205).

De modo mais sucinto, a análise de dados comporta a redução e organização da informação recolhida com o objetivo de encontrar resultados que possam ser interpretados pelo investigador (Creswell, 2003), de forma a serem posteriormente apresentados a outros (Bogdan & Biklen, 1994).

Vale (2004), referindo Miles e Huberman (1994), indica três grandes componentes da análise de dados: *descrição, análise e interpretação.*

A descrição é um processo que se apresenta o mais fiel possível aos dados originais registados. A estratégia desta abordagem consiste em tratar os dados descritivos como factos. Os dados resultam das observações feitas pelo investigador, e este necessita de ser um bom contador de histórias, uma vez que o processo de descrição se assemelha ao de contar uma história.

A análise refere-se ao modo de organizar e relatar os dados, sendo efetuada após a descrição, pois vai para além desta. A análise dos dados dirige-se à identificação dos aspetos essenciais e à descrição sistemática das relações entre eles, ou seja, à forma como as coisas funcionam.

Por último, a interpretação, "o terceiro modo pode seguir o segundo ou nascer diretamente do primeiro" (p. 184). Não existem linhas de delimitação muito claras onde termina a descrição e começa a análise ou onde a análise se torna descrição, surgindo muitas vezes os termos análise e interpretação como sinónimos.

Huberman e Miles (1994), referidos por Vale (2004), apresentam a análise de dados como um processo cíclico e interativo, o qual possui três fases que se interligam: Redução dos dados, apresentação dos dados e conclusões.

Na *redução dos dados*, o universo potencial dos dados é reduzido, focando, simplificando, abstraindo, transformando e organizando os dados com o intuito de tirar conclusões.

Relativamente à *apresentação dos dados* importa recorrer a tabelas, imagens, gráficos de modo a apresentar a informação de forma simples, para ser facilmente compreendida. "Uma boa apresentação dos dados é o melhor caminho para validar a análise qualitativa" (Vale, 2004, p. 185).

A fase das *conclusões* exige que o investigador se envolva na interpretação, detetando regularidades e construindo significados os dados apresentados. Neste estudo, a análise de dados seguiu o modelo sugerido por estes autores.

Deste modo, inicialmente procedeu-se à redução dos dados. Simultaneamente à recolha dos mesmos foram sendo selecionados os elementos mais relevantes. A informação recolhida, em cada tarefa, através das observações, conversas informais com os alunos, documentos e gravações áudio e fotografia, foram organizados e observados atentamente. Simultaneamente à recolha de dados procedeu-se à análise dos mesmos. O registo das observações era sendo relido e refletido, as gravações áudio das conversas informais eram ouvidas, as quais sugeriam registos pertinentes para completar as notas de campo, e as folhas de registo da resolução da tarefa forneciam informações relevantes para dar resposta às questões que orientam este estudo. De acordo com as orientações de Vale (2004) os processos de análise e recolha dos dados ocorreram em simultâneo, pelo que, à medida que iam sendo recolhidos, os dados eram também analisados. Contudo, a análise de dados adquiriu mais expressão após a fase de recolha dos mesmos.

Julgou-se oportuno organizar a análise de dados por tarefas, apresentando-se evidências do trabalho realizado quer pela turma, quer pelos alunos caso. Antes da análise existiu um trabalho prévio – as gravações áudio foram ouvidas e transcritas, procurando destacar os momentos mais relevantes, as notas de campo foram consultadas, e as folhas que apresentavam a respetiva resolução de cada tarefa foram analisadas cuidadosamente, refletindo e destacando aspetos relevantes. Com tudo isto reuniu-se uma enorme quantidade de dados que necessitou ser reduzida. Para isso, procuraram reconhecer-se regularidades e padrões que permitissem a construção de categorias de análise (Bogdan & Biklen, 1994).

Vale (2004) sugere algumas recomendações na construção das categorias de análise:

a) devem refletir o propósito da investigação; b) devem ser exaustivas; c) devem ser mutuamente exclusivas; d)devem ser independentes; e) todas devem resultar de um princípio simples de classificação (p.187).

Assim, os domínios considerados nesta categorização foram: *A) Desempenho na resolução da tarefa; B)Tipo de generalização; C) Justificação,* conforme se apresenta no quadro 1.

Domínios	Indicadores	
A) Desempenho na resolução da tarefa	Lê e interpreta corretamente o enunciado do problema	
	Escolhe uma estratégia adequada	
	Aplica corretamente a estratégia selecionada	
	Apresenta uma conjetura válida	
	Resolve completamente o problema	
	Resolve parcialmente o problema	
	Indica uma resposta coerente	
B) *Tipo de generalização* (Adaptado de Stacey, 1989)	*Generalização próxima*	Quando o termo é descoberto rapidamente através de uma abordagem recursiva ou recorrendo a desenhos.
	Generalização distante	Quando não é possível a utilização de desenhos ou de uma abordagem recursiva, sendo necessário identificar a lei de formação.
C) Justificação	Argumenta, justificando as estratégias adotadas	

Quadro 1 - Categorização dos dados

Calendarização

O estudo decorreu entre Outubro de 2013 e Junho de 2014, contando com a participação dos alunos de uma turma do 3º ano de escolaridade, e decorreu em três fases como podemos verificar através da seguinte tabela:

Tabela 4 - Calendarização do estudo.

Período	Fases do estudo	Procedimentos
outubro e novembro de 2013	Acesso à escola e à turma	Observação e análise das caraterísticas da turma; Caraterização da turma.
	Preparação do estudo	Definição do problema e respetivas questões; Pesquisa bibliográfica.
	Apresentação do estudo	Apresentação do estudo aos alunos da turma; Pedido de autorização aos encarregados de educação.
	Escolha das tarefas	Seleção de tarefas para compor uma proposta didática; Submissão da proposta didática a uma professora de matemática; Aprovação da proposta didática por parte da professora cooperante; Definição das tarefas da proposta didática tendo em consideração as características da turma e as sugestões dos professores intervenientes.
novembro de 2013 a fevereiro de 2014	Escolha dos alunos caso	Seleção dos alunos para desenvolver os estudos de caso.
	Pesquisa bibliográfica	Elaboração da revisão da literatura
	Estudo em ação	Aplicação das tarefas selecionadas; observação participante; notas de campo; Realização e gravação de conversas informais com os alunos caso após a resolução de cada tarefa; Início da análise de dados.
fevereiro de 2014 a março de 2015	Redação do relatório	Continuação da análise de dados; Redação do corpo do relatório.

A primeira fase do estudo de entre outubro e novembro de 2013. Inicialmente estabeleceu-se o primeiro contato com os participantes, e durante três semanas foi possível observar as caraterísticas da turma, procurando identificar as maiores dificuldades apresentadas pela generalidade dos alunos, bem como os aspetos onde apresentavam maior facilidade. Com a colaboração da professora cooperante, a qual permitiu o acesso aos dossiês individuais de cada aluno, foi elaborada uma caraterização da turma mais aprofundada.

Seguidamente, tendo em consideração as caraterísticas da turma, foi delineado o problema e respetivas questões. De imediato se iniciou a pesquisa bibliográfica de acordo com as mesmas.

A apresentação e formalização do estudo foi o passo seguinte. As linhas gerais do estudo foram apresentadas à turma enfatizando o papel crucial dos participantes. Posteriormente o mesmo foi comunicado aos encarregados de educação pedindo que autorizassem os seus educandos a participar no mesmo de forma ativa, assegurando a confidencialidade e segurança dos dados recolhidos.

Simultaneamente à tarefa anterior teve início a pesquisa e seleção de tarefas para elaborar uma proposta didática. Assim que foi definida, esta proposta didática foi submetida a uma avaliação por parte de uma professora de matemática com o intuito de verificar a adequação das tarefas à faixa etária, bem como a formulação dos enunciados. Feitos os reajustes necessários, a proposta didática foi apresentada e discutida com a professora cooperante e por fim aprovada.

Terminada a primeira fase do estudo, iniciou-se a seguinte compreendida entre o mês de novembro de 2013 e fevereiro de 2014.

No início desta fase foram selecionados os alunos caso deste estudo. Este foi um processo de afunilamento uma vez que primeiramente foram sinalizados seis alunos, de acordo com critérios definidos, sendo, posteriormente, este número reduzido para metade. O método utilizado para esta seleção encontra-se especificado neste capítulo, na secção participantes.

Durante toda esta fase deu-se continuidade à pesquisa bibliográfica, bem como à elaboração da revisão da literatura.

Ao longo da fase “estudo em ação”, as tarefas foram aplicadas à turma e realizaram-se conversas informais com alunos caso após a realização das mesmas, as quais foram devidamente gravadas em formato áudio. Simultaneamente à aplicação das tarefas iniciou-se a análise dos dados que iam sendo recolhidos.

Por fim, a última fase decorreu no período de fevereiro de 2014 e março de 2015. Neste momento foi dada continuidade à análise dos dados de forma mais atenta e cuidadosa. Procedeu-se à redação do relatório.

Apresentação e análise dos dados

Esta secção encontra-se dividida em duas partes: A turma e Casos do estudo.

Inicialmente é efetuada uma análise e interpretação do desempenho, estratégias adotadas, modos de justificação e dificuldades sentidas pela generalidade dos alunos da turma, na realização das tarefas. Seguidamente procede-se a uma análise com base nos mesmos pontos de orientação, focalizando os dois casos em estudo e apresentando uma síntese dos mesmos. No final da secção é apresentada uma análise comparativa dos casos em estudo.

A turma.

Tarefa nº1.

A primeira tarefa proposta à turma denominava-se "As pontas das estrelas" e foi implementada no dia 25 de Novembro de 2013 (anexo 2).

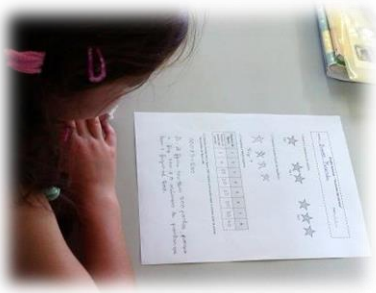


Figura 2 - Momento da resolução da tarefa "As pontas das estrelas".

Como foi a primeira tarefa desta sequência a ser proposta, era a mais curta de um conjunto de tarefas criteriosamente selecionadas, adquirindo um grau de dificuldade mais reduzido para permitir que a investigadora avaliasse o primeiro contacto dos alunos com a mesma. Estes mostraram-se bastante recetivos e entusiasmados para a resolução da tarefa, uma vez que este desafio semanal se apresentava como uma novidade.

Inicialmente a tarefa apresentava uma sequência de estrelas de cinco pontas que os alunos deveriam observar atentamente, procurando identificar de imediato algumas relações.

Seguidamente era solicitado que dessem continuidade à sequência, desenhando a figura que se seguia à última imagem apresentada. Para encaminhar a organização dos dados, bem como a transposição do que podiam observar para dados numéricos, forneceu-se uma tabela parcialmente preenchida. Nesta forma de registo e organização os alunos deviam continuar o preenchimento da tabela, onde de pressupunha uma generalização próxima, e identificar as relações existentes entre as duas variáveis: número de ordem de cada figura na sequência e o número total de pontas das estrelas dessa figura.

Por último, os alunos eram incentivados a realizar uma generalização distante recorrendo para isso à estratégia que julgassem mais oportuna.

Após a resolução da tarefa todos os registos foram analisados criteriosamente. Desta análise podemos afirmar que os alunos leram e interpretaram corretamente o problema. Esta conclusão adveio não só das respostas dadas pelos alunos, na generalidade corretas, mas também dos comportamentos adotados durante a resolução da tarefa. Não houve solicitação da professora para esclarecer dúvidas, o que poderá significar que a tarefa estava bem estruturada e adaptada à turma, uma vez que, sempre que sentem dificuldades, os alunos têm por hábito solicitar o apoio do professor.

Numa fase inicial, devido a caraterísticas como o perfecionismo e o gosto na apresentação dos trabalhos, a atenção dos alunos prendeu-se com a resolução da primeira questão na qual deveriam desenhar a figura seguinte da sequência apresentada. Notou-se uma grande preocupação em aproximar o desenho elaborado com a apresentação real de uma estrela de cinco pontas.

Figura 3 - Resolução de dois alunos da turma da primeira questão da tarefa "As pontas das estrelas".

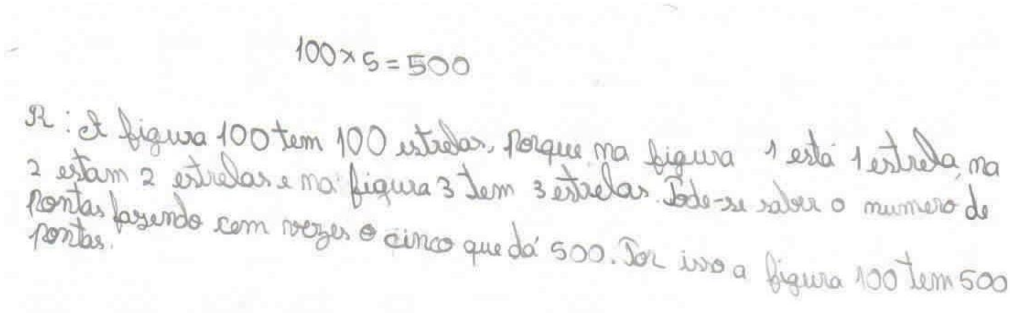
Passada esta fase procederam ao preenchimento da tabela que se segue.

Tabela 5 - Tarefa “As pontas das estrelas”.

Número da figura	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Número de pontas das estrelas	5	10						

Nesta questão não demonstraram grandes dificuldades, preenchendo-a de forma quase automática. Referiram “é sempre mais cinco”, partindo assim do elemento anterior e raciocinando recursivamente.

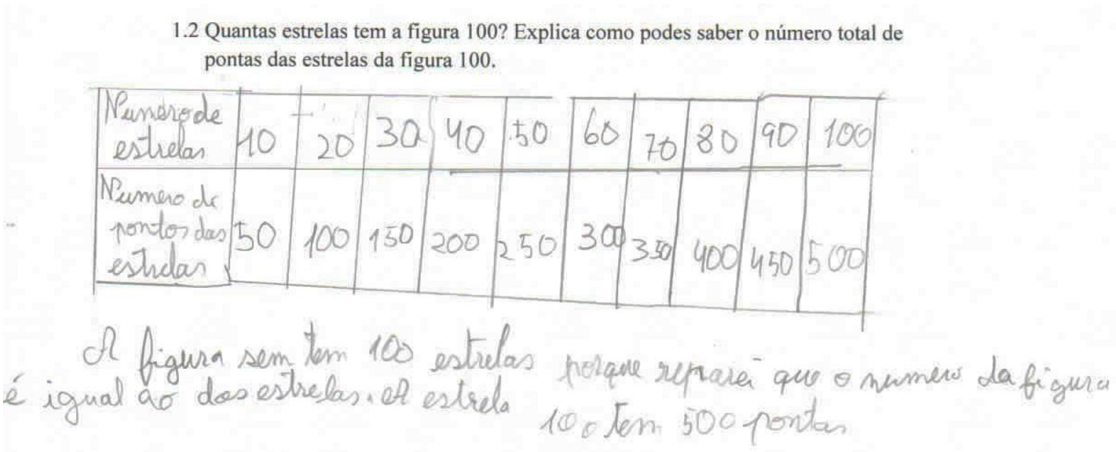
Na última questão, que tinha como objetivo que os alunos efetuassem uma generalização distante, observa-se a utilização de duas estratégias distintas. A mais comum baseou-se numa regra de generalização, que de forma consciente ou não, os alunos foram detetando. Para saberem o número total de pontas das estrelas teriam que multiplicar o número de estrelas que compunha a figura, que simultaneamente correspondia ao número da mesma, pelo número de pontas de uma estrela. Assim, para a figura 100, que consequentemente possuía 100 estrelas, encontraríamos 500 pontas (100 × 5 = 500).


100×5=500

R: A figura 100 tem 100 estrelas, porque na figura 1 está 1 estrela, na 2 estam 2 estrelas e na figura 3 tem 3 estrelas. Pode-se saber o numero de pontas fazendo cem vezes o cinco que dá 500. Por isso a figura 100 tem 500 pontas.

Figura 4 - Resolução da última questão da tarefa “As pontas das estrelas”, utilizando uma regra de generalização.

Outra estratégia utilizada passou por elaborar uma nova tabela. Esta apresentava-se visualmente semelhante à preenchida na questão anterior, mas todos os valores surgiam com a multiplicação de uma dezena. Por exemplo, relativamente ao número de estrelas, estas passaram de uma para dez, de duas para vinte, de três para trinta (…) até ao valor pretendido, cem. Da mesma forma, também foram multiplicando por uma dezena o número de pontas correspondente. Se uma estrela se apresenta com cinco pontas, dez estrelas apresentam-se com cinquenta, verificando-se assim uma relação de proporcionalidade.


1.2 Quantas estrelas tem a figura 100? Explica como podes saber o número total de pontas das estrelas da figura 100.

Numero de estrelas	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Numero de pontas das estrelas	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500

A figura sem tem 100 estrelas porque reparei que o numero da figura é igual ao das estrelas. A estrela 100 tem 500 pontas

Figura 5 - Resolução da última questão da tarefa "As pontas das estrelas" utilizando a estratégia de construção de uma nova tabela.

Estas foram as duas estratégias mais utilizadas pelos alunos desta turma, as quais foram partilhadas e discutidas em grande grupo. No entanto, na que se estabelecia uma relação de proporcionalidade foi explicado aos alunos, que embora considerada correta e adequada a esta tarefa, em outras poderia não ser possível aplicá-la de igual forma. Além disso, contrariamente à primeira estratégia apresentada, esta como não se baseava numa conjetura onde se poderia testar a sua veracidade, os alunos não demonstraram segurança suficiente relativamente à sua resolução.

Devido ao reduzido grau de dificuldade e à objetividade das questões desta tarefa, todos os alunos a resolveram completamente, adotando estratégias adequadas e válidas, justificando-as de forma segura e determinada. Uma vez que era a primeira, esta tarefa foi seguramente adequada à turma, despertando o interesse dos alunos para as que se seguiam.

Reflexão.

A tarefa "As pontas das estrelas" por ser a primeira de uma sequência de tarefas a propor foi apresentada com alguma espectativa quanto à reação da turma. Embora, como foi referido, já existisse um trabalho prévio ao nível das tarefas que envolvem padrões, pela professora cooperante, os alunos ainda se revelavam imaturos no que diz respeito à capacidade de pensar algebricamente, apresentando alguma dificuldade em definir estratégias de generalização, principalmente no momento de elaborar conjeturas. Por este motivo, esta tarefa desempenhou um importante papel no diagnóstico de possíveis dificuldades que os alunos pudessem revelar, fornecendo à investigadora/ professora estagiária informações relevantes para o estudo.

Assim, quando os alunos concluíram a tarefa, apercebi-me que esta apresentava um grau de dificuldade demasiado reduzido para a maioria dos alunos da turma. Esta conclusão levou-me a elevar o grau de dificuldade na tarefa seguinte, por forma a motivar os alunos para a resolução das restantes tarefas. Contudo, esta tarefa não permitiu apenas o diagnóstico, mas também devido à facilidade com que os alunos a resolveram, promoveu a autoestima na resolução de problemas, principalmente em alunos que habitualmente revelam algumas dificuldades nesta capacidade.

Tarefa nº2.

A tarefa realizada em segundo lugar, a 2 de Dezembro de 2013, tinha como título “Ana” (anexo 3).

Apesar de já não ser novidade para a turma a apresentação de um desafio semanal, foi a primeira vez que os alunos contactaram com um padrão que envolvia letras e não apenas figuras ou números, o que se refletiu em alguma estranheza e inquietação por parte dos alunos.

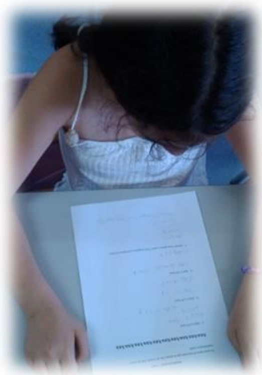


Figura 6 - Momento da resolução da tarefa “ANA”.

Esta tarefa iniciava-se com a apresentação de um padrão de repetição que tinha como unidade básica a palavra *Ana.* A turma revelou-se bastante entusiasmada, pois o nome *Ana* já lhes era familiar, pertencendo simultaneamente a uma aluna da turma e à professora estagiária /investigadora. Nesta fase inicial os alunos deveriam observar o padrão representado que se encontrava escrito com a primeira letra, o “A”, em letra maiúscula, e a última letra, novamente o “a”, em letra minúscula, com o objetivo de facilitar a visualização do início e do final da palavra.

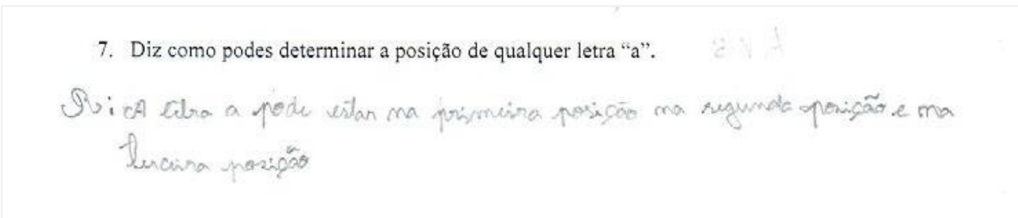
Desta forma os alunos teriam a tarefa de identificação do número de unidades básicas facilitada. Esta opção foi tomada e ponderada tendo em consideração que a turma se encontrava ainda no início do terceiro ano de escolaridade, podendo este tipo de padrão apresentar algumas dificuldades para estes alunos.

Após observarem o padrão apresentado, era solicitado aos alunos que identificassem a letra que se encontrava em determinadas posições indicadas, podendo os alunos adotar a estratégia mais conveniente – ou procediam à contagem das posições, ou efetuavam uma generalização próxima.

Seguidamente, o grau de complexidade das questões aumentava, e os alunos já necessitavam de identificar relações entre as letras e as posições que ocupavam. Desta forma, deveriam aperceber-se que para identificarem o número de vezes que a unidade básica se repetia para um número de letras dado, teriam que recorrer ao final da palavra, mais precisamente à posição da letra "a" (letra minúscula). Além disso, necessitavam identificar a posição que essa letra ocupava sempre na palavra, que seria a posição de múltiplo de três. Para facilitar este processo, recorreu-se novamente à apresentação de uma tabela parcialmente preenchida onde os alunos deveriam organizar os dados que já tinham recolhido, bem como efetuar uma generalização próxima preenchendo os espaços em branco.

Finalmente, após a apresentação de questões que me permitiam perceber se os alunos identificaram a relação existente entre cada letra da palavra "Ana" e a respetiva posição que ocupava, era solicitada uma generalização distante, pedindo que explicassem como poderiam determinar a posição de qualquer letra "a" (letra minúscula).

Analisando as resoluções da tarefa "Ana" é possível constatar que os alunos solicitaram várias vezes a ajuda da professora e começaram a notar-se algumas dificuldades na interpretação das questões.


7. Diz como podes determinar a posição de qualquer letra "a".

R: A letra a pode estar na primeira posição na segunda posição e na terceira posição

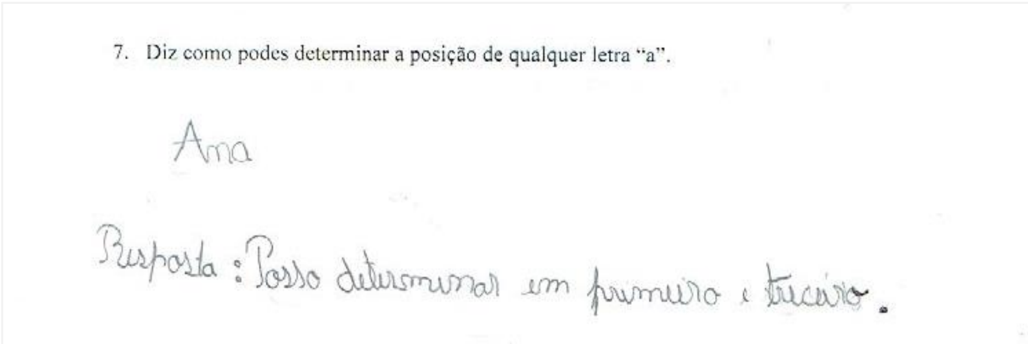
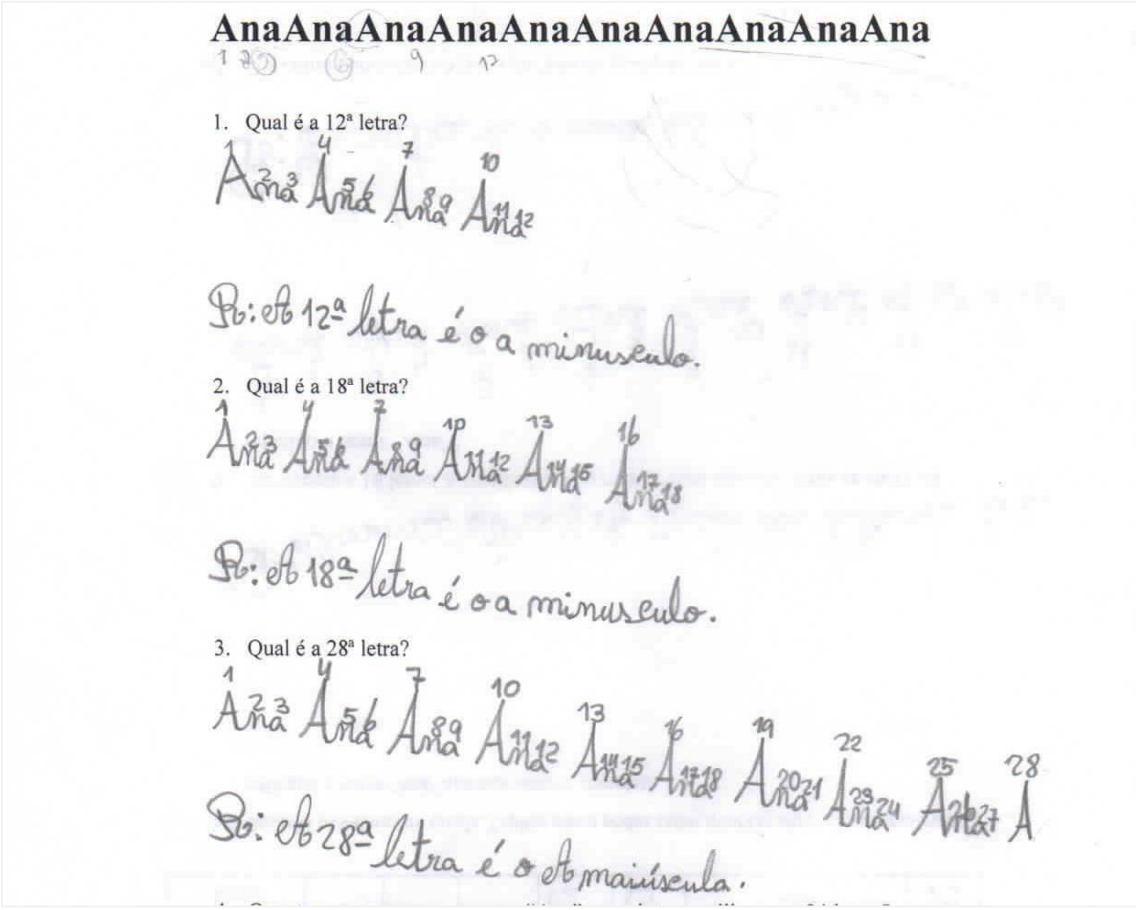


Figura 7 - Algumas respostas pouco coerentes dos alunos à última questão da tarefa, que revela dificuldades na interpretação da mesma.

Apesar das dificuldades que os alunos apresentaram ao nível da interpretação das questões, caraterísticas da faixa etária em questão, a investigadora, após alguma reflexão, concluiu que, alterando ligeiramente algumas dessas questões as tornaria ainda mais objetivas, reduzindo assim algumas dificuldades reveladas. Por exemplo na última questão da tarefa – Diz como podes determinar a posição de qualquer letra "a" – esta poderia ser modificada para "Diz como podes determinar a posição de qualquer letra "a" (minúscula) ". Desta forma reduzir-se-ia a possibilidade de os alunos considerarem o "a" (minúsculo) como qualquer letra "a", independentemente do tamanho, evitando algumas das respostas erradas.

Relativamente às primeiras questões onde era pedido que identificassem a letra que se encontrava em determinada posição, poucos foram os que deduziram uma regra para fazê-lo. Na generalidade os alunos procederam por experimentação, escrevendo a palavra ANA as vezes necessárias para permitir a contagem. Uns continuaram a sequência do enunciado e outros reiniciaram a escrita, e em posições mais distantes deram continuidade à sequência apresentada até à posição que pretendiam.


AnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAna

1. Qual é a 12ª letra?

R: A 12ª letra é o a minusculo.

2. Qual é a 18ª letra?

R: A 18ª letra é o a minusculo.

3. Qual é a 28ª letra?

R: A 28ª letra é o A maiúscula.

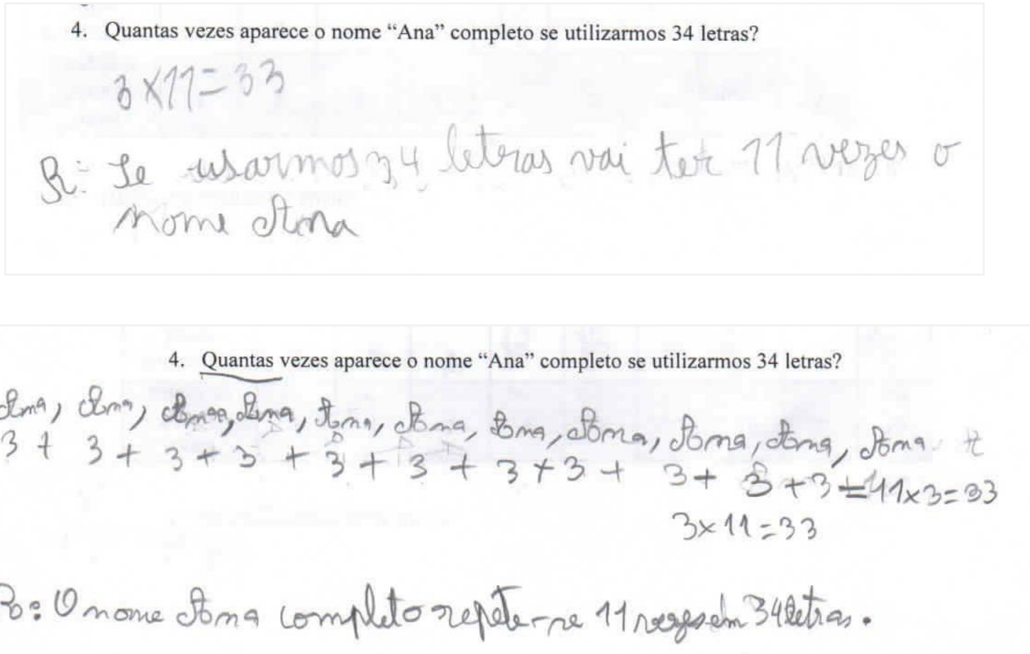
Figura 8 - Estratégias utilizadas pelos alunos da turma para identificarem termos de ordem próxima e distante.

Quando se depararam com o preenchimento do quadro XXXX aperceberam-se que para a palavra "Ana" se encontrar sempre completa teríamos que estar perante uma posição que fosse múltiplo de três.

Tabela 6 - Tarefa "Ana".

Nome "Ana" completo	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**…**	**10**	**…**	**15**
Número de letras	3	6	9			…		…	

Os alunos que deduziram esta regra, na questão "Quantas vezes aparece o nome *Ana* completo se utilizarmos 34 letras?" utilizaram a estratégia de identificar um múltiplo de três, igual ou inferior ao valor 34.



4. Quantas vezes aparece o nome “Ana” completo se utilizarmos 34 letras?

3×11=33

R: Se usarmos 34 letras vai ter 11 vezes o nome Ana

4. Quantas vezes aparece o nome “Ana” completo se utilizarmos 34 letras?

Ana, Ana, Ana, Ana, Ana, Ana, Ana, Ana, Ana, Ana, Ana +

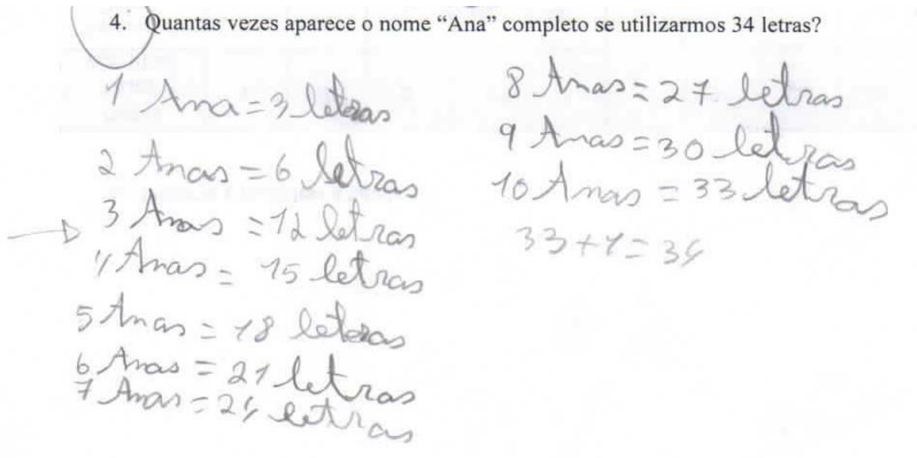
3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 11×3 = 33

3×11=33

R: O nome Ana completo repete-se 11 vezes em 34 letras.

Figura 9 - Estratégia de identificação de um múltiplo de três, igual ou inferior ao valor 34.

No entanto nem todos os alunos concluíram o que foi referido. Para resolverem a questão anterior, estes alunos optaram por utilizar uma lista organizada que lhes permitia registar todos os múltiplos de três até ao valor 34.



4. Quantas vezes aparece o nome “Ana” completo se utilizarmos 34 letras?

1 Ana = 3 letras
2 Anas = 6 letras
3 Anas = 12 letras
4 Anas = 15 letras
5 Anas = 18 letras
6 Anas = 21 letras
7 Anas = 24 letras
8 Anas = 27 letras
9 Anas = 30 letras
10 Anas = 33 letras
33+1 = 34

Figura 10 - Estratégia da utilização uma lista organizada contendo todos os múltiplos de 3 até 34.

A investigadora, que se encontrava simultaneamente a intervir, solicitou a um dos alunos que realizou a estratégia anterior para que a partilhasse com o grande grupo. De imediato um dos alunos comentou a estratégia utilizada referindo que aquela estratégia demorava muito tempo a ser realizada, e além disso em valores mais distantes como por exemplo o 100, seria exaustivo fazê-lo e por isso considerou-o desadequado.

Contrariamente à tarefa anterior, nem todos os alunos responderam a todas as questões, revelando várias dificuldades quer ao nível da interpretação das mesmas, quer relativamente à escolha das estratégias a adotar durante a resolução da tarefa. No que concerne à justificação das resoluções apresentadas, os alunos continuaram a revelar muitas dificuldades a este nível, apresentando respostas pouco coerentes e incompletas, ou simplesmente não formulando uma resposta justificativa.

Reflexão.

Após a sua implementação apercebi-me de que a estrutura da tarefa era demasiado longa, pelo que se tornou um pouco exaustiva para a turma. Desta forma, caso voltasse a implementá-la, julgo que seria vantajoso eliminar algumas questões menos essenciais, embora esta eliminação pudesse comprometer o sucesso da tarefa e causar algumas dúvidas na interpretação dos dados. Perante esta situação, parece-me mais pertinente dividir a tarefa em duas partes, pedindo aos alunos que a resolvessem em dois momentos distintos.

Outro fator que penso que influenciou a resolução da tarefa prende-se com o apoio prestado na tarefa pela colega de estágio da investigadora, e pela professora cooperante. Já era comum, em tarefas individuais, existirem três adultos a prestarem apoio, e embora conscientes de que haveria informações que não poderiam fornecer para não diminuir o nível cognitivo da tarefa, ou influenciar o raciocínio dos alunos, por vezes isso aconteceu. Um dos adultos interpretou uma das questões de forma diferente da investigadora, pelo que prestou apoio segundo a sua interpretação, influenciando assim as respostas de alguns alunos. Isto leva-me ainda a concluir que embora tenha tomando como opção diferenciar o "A" maiúsculo do "a" minúsculo para permitir uma fácil identificação visual do início e do término da palavra "Ana", por vezes ao nível das questões, esta opção acabou por se tornar um pouco confusa para os alunos.

Além dos aspetos já referidos, devo reconhecer que o nível de dificuldade da tarefa anterior relativamente a esta subiu significativamente, pelo que julgo que deveria ter apresentado à turma uma tarefa entre estas com dificuldade intermédia.

Tarefa nº3.

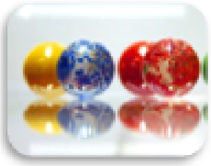
A terceira tarefa, "Berlindes", foi realizada a 9 de Dezembro de 2013 (anexo 4). Neste momento os alunos já se encontravam perfeitamente familiarizados com os desafios semanais, e aguardavam ansiosamente todas as semanas pela sua apresentação, mostrando-se motivados.

Figura 11 - Momento da resolução da tarefa "Berlindes".

Este desafio apresentava um grau de dificuldade superior aos anteriores, pois como já foi referido anteriormente, esta sequência foi apresentada por grau crescente de complexidade, em que umas tarefas serviam de preparação para as seguintes. Além disso, após uma reflexão da investigadora juntamente com a professora cooperante sobre as tarefas já resolvidas, concluíram que a turma estava a superar as expectativas e necessitava de continuar motivada, pelo que não poderia baixar o nível cognitivo das tarefas que se seguissem.

Esta tarefa, relativamente a tarefas anteriores, possuía um enunciado que exigia um pouco de mais atenção e concentração para a compreensão do mesmo, pois os dados apresentados dependiam uns dos outros. Para além deste facto, estes dados não estavam apresentados pela ordem que os alunos deveriam iniciar o raciocínio, pelo que eles próprios deveriam atingir esta mesma conclusão e organizar o seu raciocínio do modo mais conveniente para a resolução da tarefa. Por esta razão, despistando o excesso de dificuldade da tarefa, a investigadora optou por apresentar um exemplo que retratava a interpretação do enunciado através da apresentação de uma figura, como podemos observar de seguida. Desta forma impulsionava-se a realização da tarefa, não condicionando, no entanto, o raciocínio dos alunos.

Desafio Semanal - *"Berlindes"*



Um saco de berlindes contém berlindes azuis, vermelhos e amarelos. O número de berlindes amarelos é o dobro do número de azuis. O número de azuis é o triplo do número de vermelhos. Cria 4 sacos de berlindes diferentes que estejam de acordo com estas informações. Observa o exemplo da figura 1:

Fig.1

Figura 12 - Parte inicial do enunciado do desafio semana "Berlindes".

Para facilitar a resolução da tarefa proporcionou-se dois tipos de registo, um através do desenho dos berlindes em sacos, e outra baseada no preenchimento de uma tabela. Ambos pressupunham o mesmo registo, utilizando apenas representações diferenciadas, com objetivos também distintos, para que, após o preenchimento dos dois, cada aluno escolhesse livremente orientar-se pela que mais lhe convinha para a resolução das questões seguintes. Estas questões exigiam que os alunos estabelecessem relações entre os berlindes das diferentes cores, bem como entre os berlindes de uma cor e o total de berlindes de um saco.

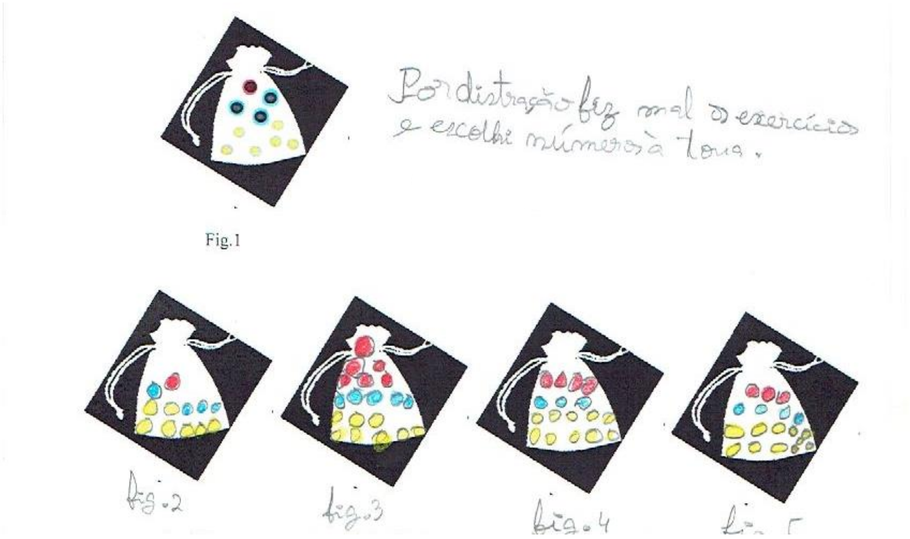
Assim que identificassem as regularidades presentes, efetuavam uma generalização distante, objetivo comum a todas as tarefas propostas.

Analisando as resoluções da terceira tarefa proposta à turma, "Berlindes", é importante salientar que, após a leitura do enunciado denotou-se um compasso de espera até os alunos iniciarem a resolução da tarefa. Este facto poderá advir da complexidade do enunciado, que exigia um pouco mais de atenção e concentração para a compreensão. Desta forma, era previsível que a maior dificuldade da turma surgisse logo no início da tarefa, na interpretação do enunciado.

A primeira questão consistia na composição de sacos com berlindes que obedecesse à condição imposta no enunciado - o número de berlindes amarelos teria que ser o dobro do número de berlindes azuis, e o número de azuis teria que ser o triplo do número de berlindes vermelhos. Como o número de berlindes vermelhos seria sempre menor que o número de azuis, e o número de azuis seria sempre menor que o número de berlindes amarelos, os alunos deveriam começar por desenhar os berlindes vermelhos, pois seria mais fácil efetuarem a multiplicação dos berlindes, em vez da sua divisão. No entanto, este era o raciocínio que se pretendia que os alunos realizassem autonomamente, e por isso não lhes foi fornecida esta informação, deixando que explorassem livremente. A maioria da turma selecionou a estratégia adequada, seguindo organizadamente uma ordem para a seleção dos berlindes, registando de um em um os berlindes vermelhos, e satisfazendo a condição imposta para os restantes berlindes.

Figura 13 - Estratégia adotada pela maioria da turma para o preenchimento dos sacos.

No entanto, alguns alunos foram experimentando números de berlindes aleatoriamente, concluindo posteriormente que desta forma não conseguiriam resolver a questão. Foi-lhes pedido que registassem a sua conclusão, e de imediato entregue uma nova tarefa para que pudessem utilizar uma nova estratégia.



<

Figura 14 - Escolha de uma estratégia desadequada, onde o aluno reconheceu e justificou o seu erro.

Como não era apresentada nenhuma restrição quanto aos números a selecionar inicialmente, e tendo em consideração que habitualmente os alunos desta turma optam por trabalhar apenas só com números pares ou só com ímpares, seria de esperar que o tivessem feito, o que surpreendentemente não se verificou.

Após esta fase inicial, onde se denotaram algumas dificuldades já referidas, os alunos resolveram as restantes questões com alguma facilidade. Uma vez que já tinham preenchido os sacos com os berlindes satisfazendo as condições impostas pelo enunciado, tornou-se mais fácil o preenchimento da tabela.

1. Observa os teus sacos de berlindes, e completa a seguinte tabela.

Cor dos berlindes	Amarelo	Azul	Vermelho	Total de berlindes
Número de berlindes	6	3	1	10
	12	6	2	20
	18	9	3	30
	24	12	4	40
	30	15	5	50

Figura 15 - Registo do número de berlindes de cada cor desenhados em cada um dos sacos.

Esta tabela, que inicialmente apenas serviria como outro tipo de registo, tornou-se uma mais-valia para a resolução da tarefa, pois foi através da mesma que os alunos conseguiram detetar mais facilmente as regularidades que eram observáveis. O registo permitiu um rápido reconhecimento das relações existentes, o que não aconteceu no registo em formato de desenho.

Da análise das resoluções realizadas pelos alunos à tarefa "Berlindes" podemos concluir que, apesar de o enunciado apresentar um grau de complexidade um pouco mais elevado comparativamente às tarefas anteriores, isto apenas teve como consequência o tempo que os alunos necessitaram para interpretar o mesmo. Assim que compreenderam o enunciado bem como as condições que este impunha, construíram os sacos, partilhando assim as suas descobertas.

Ao nível das estratégias selecionadas durante a resolução, nem todos os alunos numa fase inicial adotaram estratégias adequadas, contudo, assim que verificaram o seu insucesso, procederam à sua reformulação ou até mesmo à adoção de novas estratégias. Estas estratégias levaram a grande maioria dos alunos a sugerirem conjeturas válidas, que lhes permitiu não só realizar generalizações mais próximas, mas principalmente generalizações mais distantes.

Todos os alunos realizaram totalmente a tarefa, apresentando justificações percetíveis e representativas dos raciocínios que adotaram. Todavia, ainda transparece alguma dificuldade na elaboração de respostas explicativas, pois apresentam um capital lexical ainda reduzido, o que lhes dificulta este processo. Por este motivo, uma das preocupações quer da professora titular da turma, quer das professoras estagiárias, tem passado por incentivar os alunos a exporem oralmente os seus raciocínios, ajudando-os a transpor os mesmos para a forma escrita. Além deste trabalho, sempre que resolvem problemas, desafios, ou simples exercícios que necessitem justificação, aquando da correção em grande grupo, as respostas justificativas são construídas com a colaboração de todos, procurando que estas sirvam de bons exemplos para a aprendizagem.

Reflexão.

A tarefa "Berlindes" foi uma tarefa crucial do ponto de vista quer do investigador, quer do professor. Inicialmente, devido à complexidade do enunciado da tarefa, era de esperar que os alunos revelassem inúmeras dificuldades que poderiam comprometer o sucesso da mesma. Contudo, apesar dessas mesmas dificuldades, resolveram a tarefa de forma empenhada e foram superando os pequenos obstáculos que surgiram.

Relativamente à estrutura da tarefa, esta revelou-se bastante adequada à turma, e apercebi-me que as opções tomadas aquando da sua elaboração tinham sido bastante acertadas, dada a reação dos alunos.

O enunciado poderia ter-se apresentado de forma mais simples e objetiva, no entanto, desta forma permitiu-me tirar algumas conclusões. Apercebi-me se os alunos realmente tinham compreendido e interpretado, de forma adequada, o enunciado ou apenas destacado os dados, ou valores apresentados no mesmo, como mecanicamente têm o hábito de fazer.

A apresentação de duas formas distintas para o registo da resolução também se revelou bastante oportuna. O registo em forma de desenho, apresentado primeiramente, permitiu aos alunos experimentarem de forma concreta os raciocínios e estratégias adotadas. É de ressalvar que nesta faixa etária importa recorrer a esquemas concretos pois facilitarão o processo de compreensão. Complementando o registo anterior, no qual tiveram oportunidade de realizar as suas descobertas, surge o registo em forma de tabela, onde as anotações pictóricas dão lugar às simbólicas, permitindo aos alunos descobrir as regularidades implícitas.

Assim que descobriram as regularidades presentes, os alunos não revelaram dificuldades em responder às questões colocadas.

Tarefa nº4.

"Clipes" foi o título atribuído à quarta tarefa proposta à turma em 6 de Janeiro de 2014 (anexo 5).

Nesta tarefa, à semelhança do que acontecia em algumas das apresentadas anteriormente, esta era iniciada com a apresentação de uma sequência de figuras. Estas figuras encontravam-se numeradas e correspondiam a um determinado número de clipes.

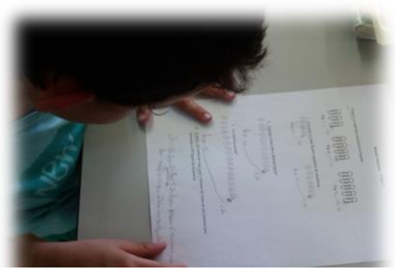


Figura 16 - Momento da resolução da tarefa "Clipes".

Após a observação da sequência apresentada e respetivas relações, era solicitado aos alunos que desenhassem as duas figuras seguintes dessa mesma sequência.

Seguidamente era seguido o mesmo princípio das restantes tarefas, os alunos efetuavam generalizações próximas, aproximando-se gradualmente, de uma generalização distante.

Devido à dificuldade em identificar as relações presentes, esta tarefa foi planeada de maneira a apresentar um menor número de questões, revelando, no entanto, maior objetividade.

Analisando as resoluções da tarefa, no que concerne à interpretação do enunciado e das questões colocadas, os alunos não revelaram dificuldades, e demonstraram-se bastante seguros, respondendo de forma clara e objetiva.

Para a resolução desta tarefa os alunos adotaram variadas estratégias. Em casos de generalização próxima, alguns alunos optaram por uma representação pictórica dando continuidade à sequência de figuras, desenhando a pretendida.

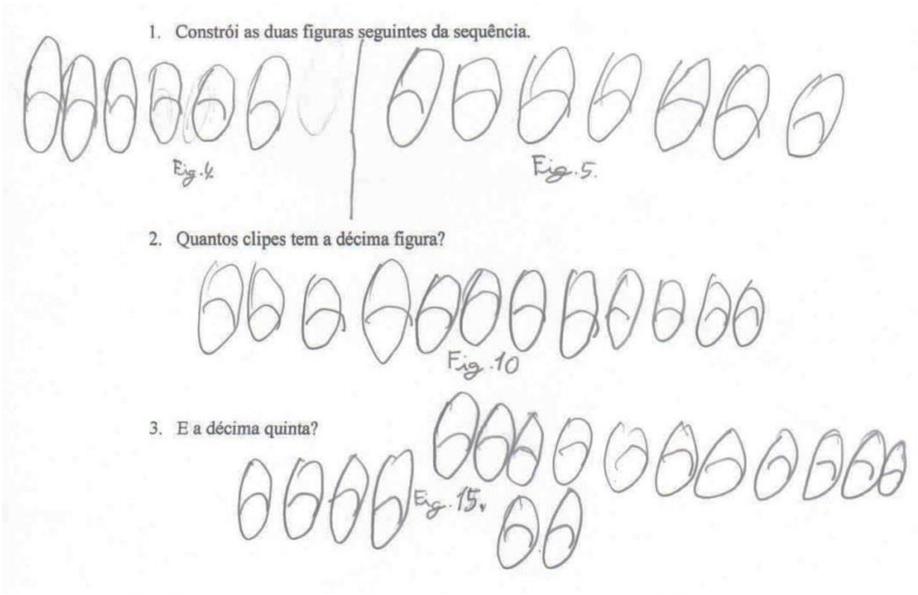


Figura 17 - Estratégia adotada por alguns alunos utilizando uma representação pictórica.

À semelhança da estratégia anterior, outros alunos optaram por dar continuidade à sequência apresentada no enunciado, registando de forma organizada os clipes que existiriam em cada figura, até à solicitada.

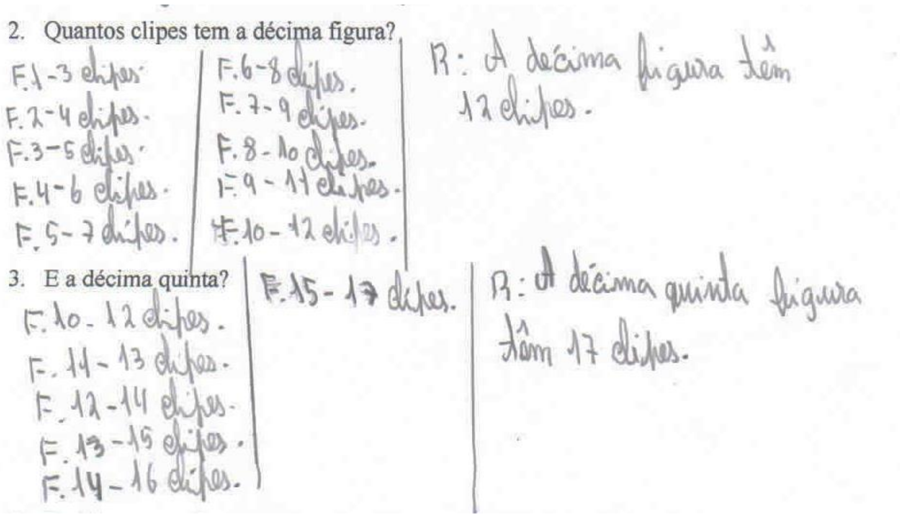


Figura 18 - Estratégia adotada por alguns alunos utilizando uma lista organizada dos clipes representados em cada figura.

Não destacando das estratégias anteriores, outros alunos optaram pela utilização de uma reta numérica, na qual se encontrava presente o número da figura e respetivo número de clipes existente na mesma.

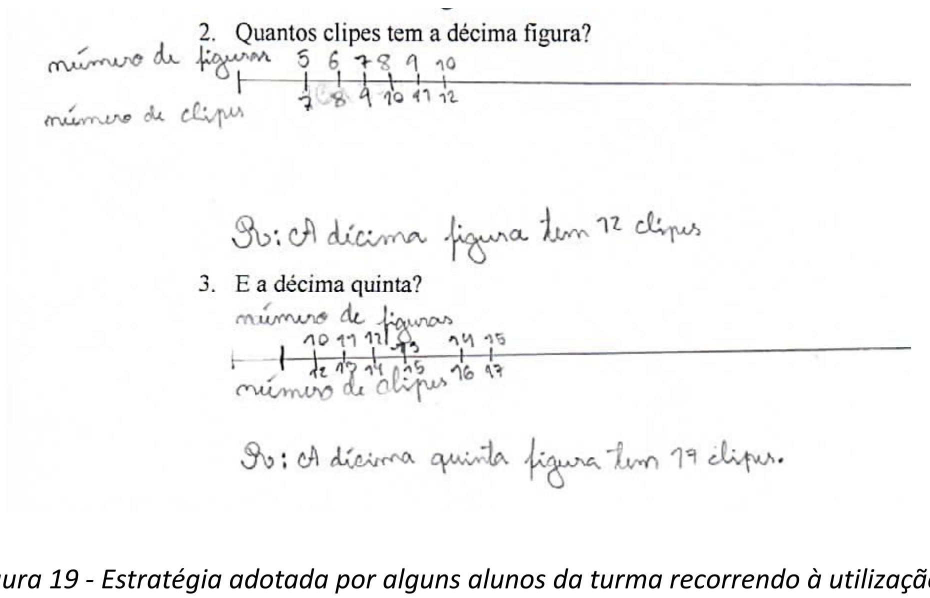
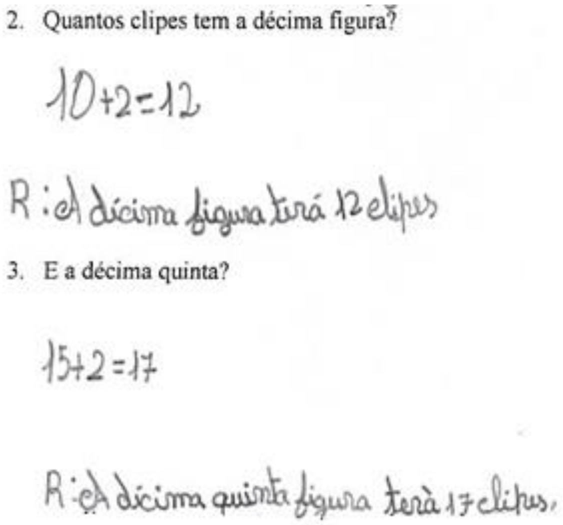


Figura 19 - Estratégia adotada por alguns alunos da turma recorrendo à utilização de uma reta numérica.

Finamente, a estratégia que a maioria dos alunos desta turma utilizou prendeu-se com a definição de uma regra de generalização. Após observarem os exemplos apresentados no enunciado, os alunos aperceberam-se que o número de clipes existente em cada figura seria sempre mais dois relativamente ao número da mesma. Desta forma, com a definição de uma conjetura, tornou-se mais rápido e eficaz a resolução das questões colocadas.


2. Quantos clipes tem a décima figura?

10+2=12

R: A décima figura terá 12 clipes

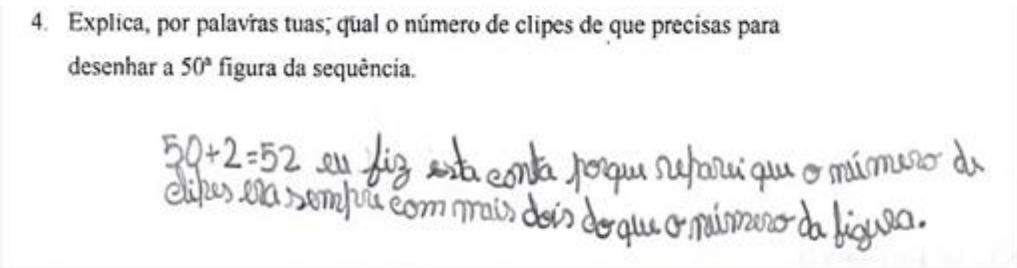
3. E a décima quinta?

15+2=17

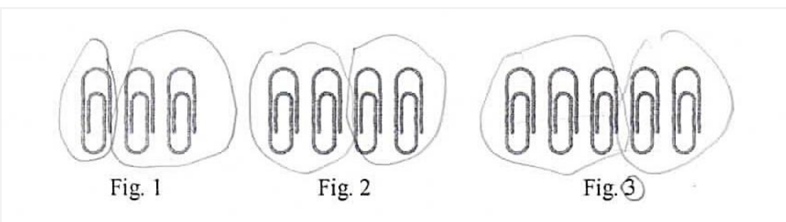
R: A décima quinta figura terá 17 clipes.

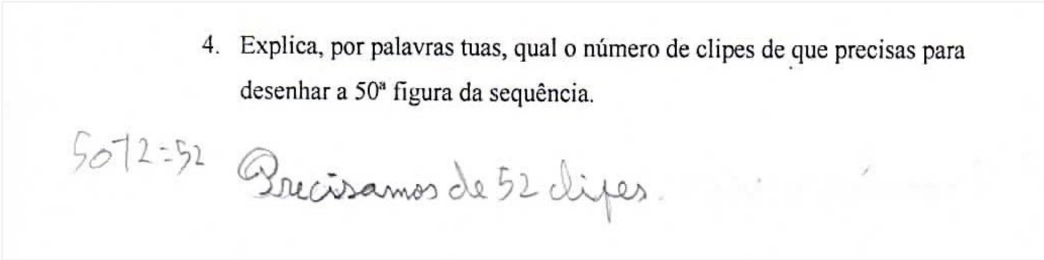
Figura 20 - Estratégia adotada pela maioria dos alunos, recorrendo à utilização de uma conjetura.

Após as questões que pretendiam que os alunos realizassem uma generalização próxima seguia-se uma outra que tinha como objetivo dar o passo seguinte, realizar uma generalização distante. Neste momento os alunos aperceberam-se que já não seria adequado recorrer a representações pictóricas, mas antes a uma regra de generalização. Desta forma, a generalidade da turma concluiu que o número de clipes existente em cada figura seria sempre mais dois que o número da mesma.


4. Explica, por palavras tuas, qual o número de clipes de que precisas para desenhar a 50ª figura da sequência.

50+2=52 eu fiz esta conta porque reparei que o número de clipes era sempre com mais dois do que o número da figura.

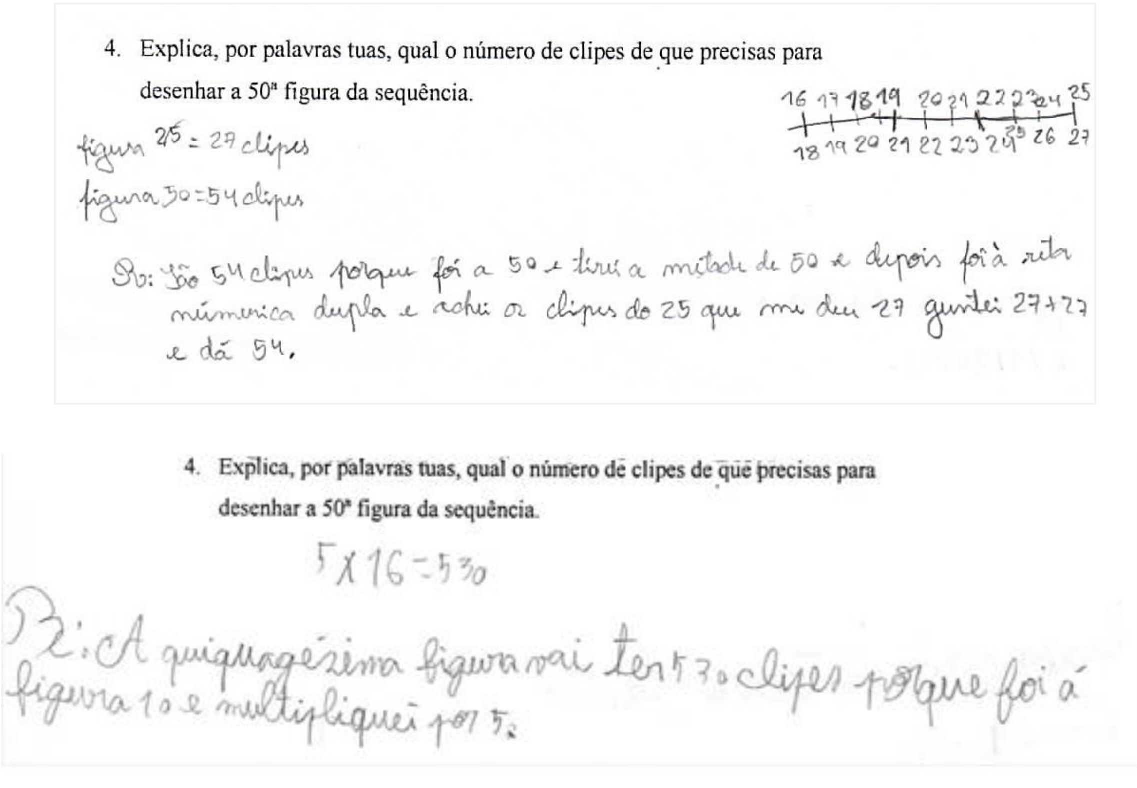



4. Explica, por palavras tuas, qual o número de clipes de que precisas para desenhar a 50ª figura da sequência.

50+2=52 Precisamos de 52 clipes.

Figura 21 - Estratégias de generalização distante mais utilizadas.

Apesar de a maioria dos alunos desta turma ter detetado a regularidade existente, e apresentado uma conjetura válida, nem todos os alunos foram capazes de o fazer, utilizando conjeturas desadequadas. É o caso de os alunos que recorreram a valores já conhecidos e os multiplicaram como podemos observar de seguida.


4. Explica, por palavras tuas, qual o número de clipes de que precisas para desenhar a 50ª figura da sequência.

16 17 18 19 20 21 22 23 24 25
18 19 20 21 22 23 24 25 26 27

figura 25 = 27 clipes
figura 50 = 54 clipes

R: São 54 clipes porque foi a 50 e tirei a metade de 50 e depois foi à reta númerica dupla e achei os clipes do 25 que me deu 27 juntei 27+27 e dá 54.

4. Explica, por palavras tuas, qual o número de clipes de que precisas para desenhar a 50ª figura da sequência.

5x16=530

R: A quiquagézima figura vai ter 530 clipes porque foi á figura 10 e multipliquei por 5.

Figura 22 - Estratégias de generalização distante desadequadas.

Da análise das resoluções da turma podemos afirmar que a maioria dos alunos selecionou estratégias diversificadas e adequadas, aplicando-as corretamente. Além disso, todos os alunos resolveram a totalidade das questões colocadas, embora nem sempre tenham elaborado uma resposta completa que justificasse o seu raciocínio.

Reflexão.

Os alunos resolveram esta tarefa de forma autónoma, não havendo muita recorrência ao auxílio da professora, detetaram facilmente as regularidades e relações existentes, terminando a sua resolução antes do tempo previsto.

Após alguma reflexão sobre os fatores que teriam levado a estas ocorrências, e em diálogo com a professora cooperante, concluí que esta tarefa se apresentou como "simples" para a turma, pois a estrutura da mesma bem como o tipo de padrão apresentado, eram similares a problemas resolvidos anteriormente ao período da PES II. Assim, devido ao contacto prévio dos alunos com o tipo de padrão apresentado, o qual já lhes era familiar, o nível cognitivo da tarefa apresentou-se mais baixo do que era esperado.

Este facto leva-nos a concluir que as vivências que os alunos possuem com os diferentes tipos de padrão influenciam o nível cognitivo das tarefas. Aquando do planeamento da sequência de tarefas, uma vez que as minhas vivências já me tinham permitido um contacto próximo com os diferentes tipos de padrão, foi-me possível estabelecer comparação entre as diferentes tarefas, bem como organizá-las de acordo com um grau crescente de dificuldade.

Contrariamente, esta turma como ainda não tinha contactado com todos os tipos de padrão apresentados, os que eram novidade, embora mais simples, acabaram por se apresentar com um grau de dificuldade mais elevado relativamente aos já conhecidos, mesmo que mais complexos. Por este motivo, incentivar os alunos ao contacto com diferentes tipos de padrão é de extrema importância de forma a promover o desenvolvimento do pensamento algébrico. Contudo, julgo que esta conclusão poderá não ser tao linear pois, mesmo contactando com todos os tipos de padrão apresentados nas tarefas, cada indivíduo acabará por se identificar mais com determinado padrão, reconhecendo-o como "mais simples". Isto leva-me a concluir que existem diversos fatores que influenciam o grau de dificuldade das tarefas, podendo variar de indivíduo para indivíduo.

Apesar do fator referido, esta tarefa adquiriu contornos muito positivos pois o objetivo da mesma não era "ser difícil" para os alunos, tendo a familiaridade com o padrão tornado uma mais-valia para o trabalho ao nível dos padrões de crescimento.

A tarefa “Clipes” apresentou-se bem estruturada, com recurso a linguagem clara e objetiva, permitindo o trabalho autónomo da turma.

Tarefa nº5.

O desafio semanal nº5 denominava-se “Circunferências” e foi implementado no dia 13 de Janeiro de 2014 (anexo 6). Esta tarefa apresentava inicialmente uma sequência de figuras que continham circunferências que se intersetavam entre si. O enunciado foi lido pela professora estagiária /investigadora para a turma e representadas no quadro as figuras apresentadas no mesmo. Com isto pretendeu-se relembrar o conceito de “ponto de interseção”, bem como esclarecer o surgimento do mesmo, de forma a permitir estabelecer bases para que os alunos fossem capazes de desenhar as figuras seguintes da sequência apresentada.

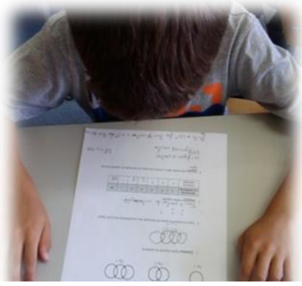


Figura 23 - Momento da resolução da tarefa “Circunferências”.

Nesta fase inicial alguns alunos demostraram-se um pouco confusos relativamente ao conceito apresentado, contudo, como apenas eram casos pontuais, foi-lhes prestado o devido apoio individual.

Após a leitura e interpretação do enunciado, os alunos deveriam observar as figuras e procurar estabelecer relações com os elementos presentes, o número da figura, o número de circunferências em cada figura e o número de interseções.

De forma a constatarem a evolução do número de interseções de figura para figura cada vez que se inseria mais uma circunferência, solicitou-se aos alunos que desenhassem a figura seguinte da sequência. Neste momento os alunos poderiam formular ou testar as suas conjeturas.

Seguidamente era solicitado que efetuassem generalizações próximas, apelando novamente ao preenchimento de uma tabela que relacionava o número de circunferências com o número de pontos de interseção das mesmas.

Finalmente, os alunos são incentivados a efetuar uma generalização distante, indicando como podemos saber o número de pontos de interseção da vigésima terceira figura. O objetivo desta questão é, para além da realização de uma generalização distante, a explicação e justificação da estratégia adotada para responder à questão colocada.

Analisando globalmente as resoluções dos alunos podemos afirmar que estes não revelaram dificuldades ao nível da interpretação das questões, pelo que podemos concluir que a estrutura da tarefa, bem como a formulação do enunciado se encontrava apropriado para a turma em questão.

Na primeira questão, onde se pretendia que os alunos desenhassem a figura seguinte da sequência apresentada no enunciado, todos o fizeram acertadamente, detetando que o número de circunferências presentes em cada figura seria igual ao número da mesma figura. Curiosamente, o período de realização desta tarefa correspondeu à introdução da utilização do compasso, instrumento que os alunos apreciavam e recorriam sempre que houvesse oportunidade. Por este motivo, nesta primeira questão, alguns alunos recorreram à utilização do mesmo a fim de desenharem as circunferências necessárias para a elaboração da figura seguinte da sequência.

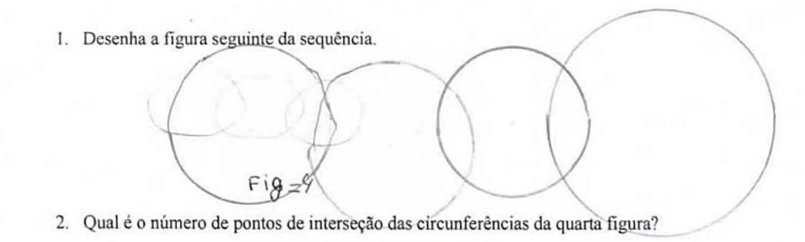


Figura 24 - Resolução da primeira questão da tarefa "Circunferências"" recorrendo ao uso do compasso.

No seguimento da questão anterior foi solicitado aos alunos que indicassem o número de pontos de interseção presentes na figura que desenharam. Uma vez que todos desenharam corretamente a figura solicitada, apenas recorreram à mesma contado os pontos de interseção observados. Novamente nos encontrámos perante uma questão com 100% de sucesso na sua resolução.

Seguidamente era proposto aos alunos o preenchimento de uma tabela que relacionava o número de circunferências de cada figura com o respetivo número de pontos de interseção. Para a realização desta tarefa os alunos necessitavam de identificar as regularidades presentes na sequência, pois eram solicitadas algumas generalizações próximas. Neste momento começaram a surgir algumas dificuldades, pois grande parte dos alunos preencheu a tabela elaborando uma regra de generalização baseada apenas nos valores numéricos apresentados na mesma, esquecendo-se de verificar se a regra definida seria aplicável ao padrão apresentado no enunciado. Para melhor compreensão vejamos o seguinte exemplo:

3. Completa a tabela seguinte.

Número de circunferências	1	2	3	4	5	...	10
Pontos de interseção	0	2	4	5	6	...	11

Figura 25 - Resolução da terceira questão, utilizando uma estratégia desadequada.

Analisando a resolução anterior podemos colocar a hipótese de que o aluno possa ter concluído que o número de pontos de interseção seria sempre mais um do que o número de circunferências, contudo não verificou a sua conjetura para todos os casos. Assim, descartou a sua conjetura para uma e duas circunferências, observando-a apenas para 3 circunferências (3 circunferências + 1= 4 pontos de interseção) e aplicando-a nos restantes casos. Por não ter revelado a preocupação de verificar a regularidade estabelecida em todos os termos da sequência, a estratégia adotada pelo aluno foi pouco apropriada, refletindo-se em respostas erradas.

A par do exemplo anterior surge um outro onde os alunos adotaram uma estratégia inicialmente adequada, que devido ao hábito de duplicar valores que alguns alunos habitualmente utilizam, acabou por tornar essa mesma estratégia desadequada.

3. Completa a tabela seguinte.

Número de circunferências	1	2	3	4	5	...	10
Pontos de interseção	0	2	4	6	8	...	16

Figura 26 - Resolução da terceira questão, utilizando a estratégia de duplicação de valores, a qual se revelou desadequada.

Embora já alertados para o facto de nem sempre a estratégia de duplicação de valores ser uma opção adequada, os alunos desta turma demonstram alguma insistência em recorrer à mesma. Se em outras tarefas, foi uma boa estratégia e facilitou o cálculo e a generalização distante, neste caso, traduziu-se numa estratégia desadequada.

Como podemos observar na figura anterior, para quatro e cinco circunferências, alguns alunos que adotaram esta estratégia estabeleceram um raciocínio válido, apresentando os pontos de interseção de uma dada figura como sendo sempre o dobro do número de circunferências presentes na figura anterior. Assim, de forma acertada, apresentaram para quatro circunferências seis pontos de interseção e para cinco circunferências oito pontos de interseção. Do mesmo modo, para dez circunferências deveriam ter apresentado dezoito pontos de interseção, pois seria o dobro do número de circunferências presentes na figura anterior, nove.

Contudo, como os últimos registos na tabela eram cinco circunferências possuindo oito pontos de interseção, e o número de pontos de interseção pedidos seguidamente correspondiam ao dobro do número de circunferências anterior, os alunos estabeleceram o seguinte juízo: “Se cinco circunferências possuem oito pontos de interseção, então dez circunferências, que são o dobro das cinco circunferências anteriores, vão possuir dezasseis pontos e interseção, pois duplicamos também o número de pontos de interseção já conhecidos, oito.”

Porém, para o mesmo registo surgiu ainda outro raciocínio, que não tinha por base a observação e visualização das figuras da sequência, mas apenas os valores apresentados na tabela. Alguns alunos aperceberam-se que para números de circunferências consecutivos, os pontos de interseção seriam sempre “mais dois” que o anterior, ou seja, para 1, 2, 3, 4 e 5 circunferências teríamos respetivamente 0, 2, 4, 6 e 8 pontos de interseção. Desta forma, estes alunos revelaram não ter identificado uma conjetura que permitisse uma generalização distante, mas antes raciocinando por recorrência, detetaram uma regularidade presente na tabela, recorrendo a valores totalmente dependentes do anterior.

Ainda na mesma tabela é promovida a generalização próxima, solicitando-se o número de pontos de interseção presentes em dez circunferências. No entanto, como o número de pontos de interseção solicitado anteriormente foi para cinco circunferências, apresenta-se um “salto” do valor cinco para o valor dez, o que provoca uma descontinuidade que impossibilita os alunos de continuarem o preenchimento da tabela com base no termo anterior. Por este motivo, alguns alunos adotam uma nova estratégia, já referida anteriormente – a duplicação dos valores (de cinco circunferências para dez, e de oito pontos de interseção para dezasseis, respetivamente), aplicando-se assim uma relação de proporcionalidade, que neste caso é desadequada

Por último é proposto aos alunos que efetuem uma generalização distante, solicitando que indiquem o número de pontos de interseção correspondente à vigésima terceira figura. Nesta questão só uma minoria da turma respondeu corretamente, além disso nem sempre foram capazes de explicar e justificar o seu raciocínio.

De seguida são apresentadas algumas resoluções e estratégias adequadas que alguns alunos desta turma adotaram, seguindo-se umas outras que representam os diversos erros e estratégias inapropriadas que alguns apresentaram.

Uma das estratégias utilizadas, embora não correspondesse ao pretendido, foi a de recorrer ao desenho por forma a permitir a contagem dos pontos de interseção. Como o número de pontos de interseção solicitado não correspondia a um valor demasiado distante, alguns alunos desenharam vinte e três circunferências, correspondentes à vigésima terceira figura, e de seguida procederam à contagem dos pontos de interseção das mesmas.

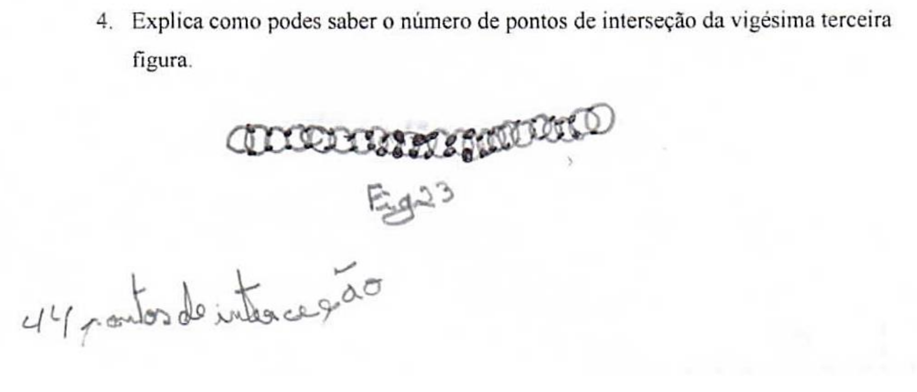


Figura 27 - Resolução da última questão da tarefa "Circunferências", recorrendo a uma estratégia de contagem.

Por último, foi ainda apresentada outra estratégia diferente das propostas anteriores. Desta vez, os alunos adicionaram o número de pontos de interseção que poderiam existir na figura solicitada, ou seja, 23 pontos de interseção superiores mais 23 pontos de interseção inferiores (em alguns casos efetuaram 23 vezes dois), e ao resultado da operação – 46- retiraram dois pontos de interseção correspondentes à última circunferência, que não se interseta com mais nenhuma, não originando por isso mais pontos de interseção. Desta forma obtêm-se 44 pontos de interseção para 23 circunferências.

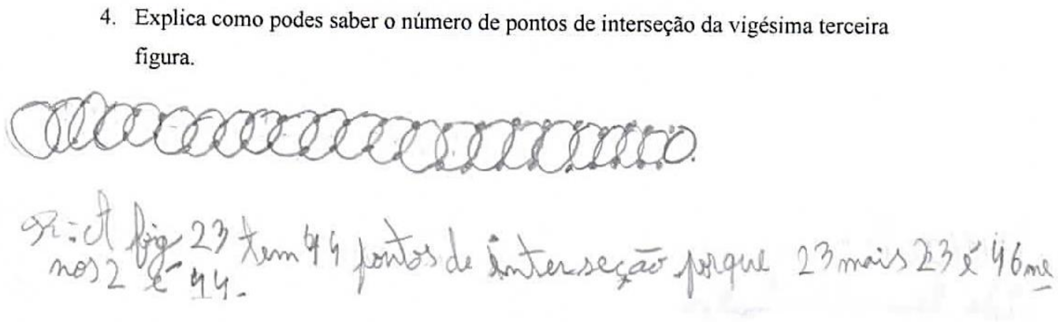


Figura 28 - Resolução da última questão da tarefa "Circunferências", recorrendo à adição e subtração de pontos de interseção.

Contrariamente a esta minoria de alunos, a maioria não obteve sucesso na resolução desta questão.

No que diz respeito às estratégias inapropriadas que os alunos utilizaram as mais usadas prendiam-se com a decomposição do número de circunferências, vinte e três, em vinte mais três, associando o respetivo número de pontos de interseção a cada parcela. Vejamos os exemplos:

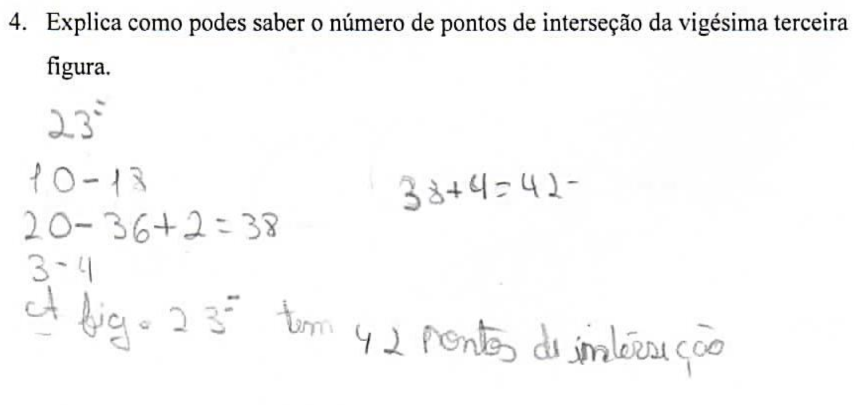


Figura 29 - Resolução da última questão da tarefa "Circunferências" utilizando uma estratégia desadequada.

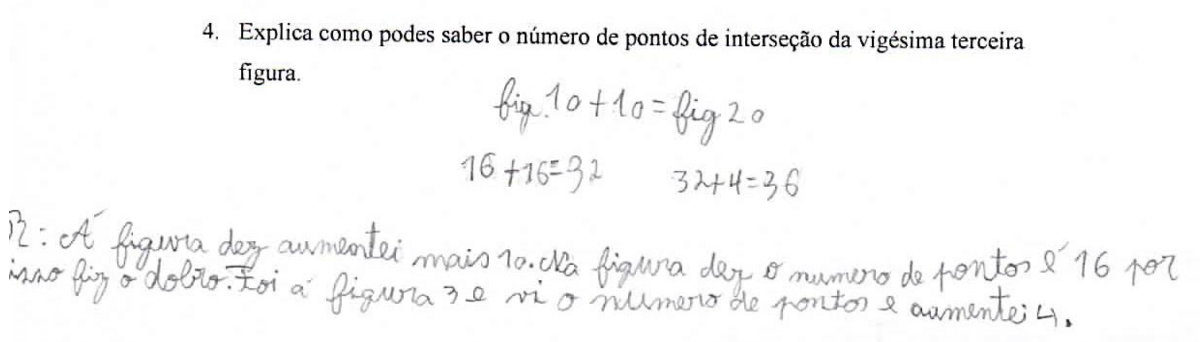
Na figura anterior, onde é apresentado um exemplo de uma resolução incorreta representativa de uma das estratégias mais utilizadas pelos alunos desta turma, podemos observar que numa fase inicial o aluno recorreu à tabela. Assim, verificou e registou que na décima figura, com dez circunferências, poderia observar-se dezoito pontos de interseção.

Seguidamente, como era seu objetivo decompor o número vinte e três, em vinte mais três, através de uma relação de proporcionalidade conclui que, se dez circunferências possuíam dezoito pontos de interseção, então, vinte circunferências (o dobro das dez circunferências) possuiriam trinta e seis pontos de interseção (também o dobro dos dezoito pontos de interseção). O aluno preencheu corretamente a tabela, e apercebeu-se que o número de pontos de interseção de uma dada figura corresponderia ao dobro do valor de circunferências presentes nessa mesma figura subtraindo dois. Desta forma, julgou que adicionando esses dois pontos de interseção ao valor concluído anteriormente, trinta e seis, obteria o número correto de pontos de interseção para a vigésima figura.

No momento seguinte, recorreu novamente à tabela e verificou que para três circunferências observaria quatro pontos de interseção.

Posto estes cálculos intermédios, para finalizar, o aluno adicionou todos os valores até ao momento concluídos – trinta e oito pontos de interseção, correspondentes a vinte circunferências, mais quatro pontos de interseção, associados a três circunferências – obtendo assim, quarenta e dois pontos e interseção para vinte e três circunferências, presentes na vigésima terceira figura.

Similar a este raciocínio, surge um outro baseado também ele na decomposição do número vinte e três, em vinte mais três, recorrendo à utilização da tabela preenchida anteriormente.



4. Explica como podes saber o número de pontos de interseção da vigésima terceira figura.

fig.10+10=fig 20

16+16=32   32+4=36

R: A figura dez aumentei mais 10. Na figura dez o numero de pontos é 16 por isso fiz o dobro. Foi á figura 3 e vi o numero de pontos e aumentei 4.

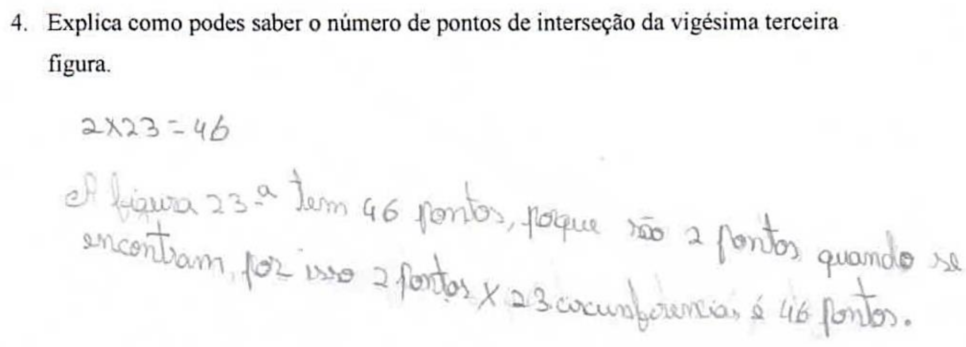
Figura 30 - Resolução da última questão da tarefa "Circunferências" utilizando uma estratégia desadequada.

Como podemos observar através da figura anterior, o aluno começa por indicar que vai adicionar o número de pontos de interseção presentes na figura dez, com dez circunferências, com o mesmo valor, perfazendo assim a figura vinte, com vinte circunferências. Os valores que utiliza para realizar tal operação correspondem aos mesmos assinalados na tabela que preencheu anteriormente, os quais devido à adoção de uma estratégia desadequada, se encontram incorretos.

Assim que julga ter descoberto o número de pontos de interseção presentes na vigésima figura, o aluno recorre novamente à tabela com a finalidade de procurar o número de pontos de interseção correspondente ao valor que lhe falta para perfazer o número da figura que pretende. Desta forma, ao valor já calculado, o aluno adiciona quatro pontos de interseção correspondentes a três circunferências, da terceira figura.

Por último surge a estratégia menos usual das já referidas, mas que, no entanto ainda foi adotada por um número de alunos significativo.

Estes alunos realizaram um raciocínio mais simples descartando alguns pontos fulcrais que deveriam ter tido em conta, os quais comprometeram o sucesso da sua resolução. Para a resolução da questão colocada, "Explica como podes saber o número de pontos de interseção da vigésima terceira figura", os alunos em questão concluíram que, se cada vez que duas circunferências se intersetam originam sempre dois pontos de interseção, então para sabermos o número de pontos de interseção de vinte e três circunferências, correspondentes à vigésima terceira figura, apenas seria necessário multiplicar os dois pontos de interseção pelas vinte e três circunferências. Contudo, estes alunos não tiveram em consideração que a última circunferência da sequência não se intersetava com mais nenhuma para além da anterior, e por esse motivo, ao valor calculado deveriam subtrair dois pontos de interseção.



4. Explica como podes saber o número de pontos de interseção da vigésima terceira figura.

2x23=46

A figura 23.ª tem 46 pontos, porque são 2 pontos quando se encontram, por isso 2 pontos x 23 circunferências é 46 pontos.

Figura 31 - Resolução da última questão da tarefa “Circunferências” utilizando uma estratégia desadequada.

Após a análise das diversas estratégias utilizadas podemos afirmar que os alunos nem sempre foram capazes de selecionar as mais adequadas, e salvo algumas exceções, quando o fizeram, por vezes não as aplicaram corretamente.

Contrariamente ao esperado, as conjeturas apresentadas foram na sua maioria inválidas e não aplicáveis, o que nos leva a crer que os alunos não detetaram a regularidade presente.

Nesta tarefa os alunos solicitaram várias vezes o apoio da professora, o qual foi conscientemente mediado por forma a não influenciar o raciocínio dos alunos, baixando o nível cognitivo da tarefa. Este apoio condicionado originou por parte dos alunos, respostas bastante incompletas, por vezes com ausência de justificação, e em casos extremos, os alunos não responderam à questão.

Sempre que a tarefa exigiu a realização de uma generalização próxima, a maioria dos alunos efetuou-o de forma natural e eficaz, por outro lado, assim que se depararam com a generalização distante, poucos foram os alunos que identificaram uma conjetura válida, justificando-a.

Reflexão.

A tarefa “Circunferências” apresentou-se como curta, com questões objetivas, e uma estrutura adequada, uma vez que se possuía um grau de complexidade crescente, incentivando inicialmente a generalização próxima, e por fim a generalização distante, aumentando assim a dificuldade de forma gradual.

No entanto, após a análise das diferentes resoluções das questões, julgo que seria pertinente introduzir uma pequena alteração na terceira questão, correspondente ao preenchimento da tabela, com o objetivo de procurar colmatar alguns raciocínios inválidos dos alunos. Atentemos na seguinte tabela:

Tabela 7 - Tarefa "Circunferências".

Número de circunferências	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**…**	**10**
Pontos de interseção	0	2	4			…	

No preenchimento da tabela anterior, nos dois primeiros campos em branco (pontos de interseção correspondentes a quatro e cinco circunferências), os alunos completaram de forma imediata, reconhecendo que como se referia a números consecutivos de circunferências, os pontos de interseção associados seriam sempre "de dois em dois". No entanto, de cinco circunferências para dez, dá-se a existência de um "salto" pelo que os alunos já não conseguiram recorrer ao método anterior, necessitando por isso de adotar uma nova estratégia. Como dez é o dobro de cinco, quase a totalidade dos alunos automaticamente duplicaram também o número de pontos de interseção, não verificando a veracidade da estratégia adotada.

Por este motivo, se apresentasse novamente esta tarefa aos alunos, como tentativa de contornar o sucedido, alteraria as dez circunferências para outro valor numérico que não correspondesse ao dobro de nenhum dos valores registados na tabela. Esta alteração parece-me oportuna pois penso que reduziria bastante o número de alunos que recorreram à estratégia acima referida, errando por isso a resolução da questão.

Quando apresentei a tarefa à turma sentia-me um pouco receosa quanto ao conceito de "ponto de interseção", pois embora não fosse totalmente desconhecido dos alunos, apenas tinha sido abordado superficialmente. Porém, após uma breve explicação que se fez acompanhar de um exemplo visual, os alunos demonstraram compreender o conceito referido.

Após observarem a sequência apresentada no enunciado, bem como a tabela que preencheram, os alunos reconheceram as regularidades existentes, no entanto apresentaram sempre conjeturas que dependiam do termo anterior. Maioritariamente foram apresentadas conjeturas inválidas, e alguns alunos não chegaram a apresentar nenhuma proposta.

Posto isto, podemos concluir que esta tarefa apresentou um grau de dificuldade um pouco elevado para a turma, o que não era de esperar devido ao sucesso que revelaram em tarefas anteriores, e uma vez que estas serviriam de preparação para a mesma.

Para alunos que habitualmente apresentam interesse pela descoberta de padrões esta tarefa representou um verdadeiro desafio, todavia, para outros mais desmotivados, o efeito foi contrário ao pretendido, promovendo a baixa autoestima, e levando-os a desistir da resolução da mesma.

Tarefa nº 6.

A última tarefa proposta à turma intitulava-se de "Cruzamentos" e foi realizada no dia 20 de Janeiro de 2014 (anexo 7).

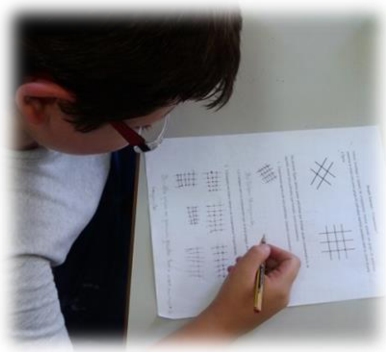


Figura 32 - Momento da resolução da tarefa "Cruzamentos".

Este desafio semanal, por ser o último, era o que exigia mais concentração e dedicação, além de um raciocínio mais elaborado, uma vez que era a mais complexa de todas as tarefas apresentadas. Para além disso, apresentava um caráter mais exploratório e de experimentação, pelo que foi destacada para ser apresentada em último lugar, uma vez que nesta fase os alunos já apresentavam alguma maturidade na resolução dos desafios semanais, evitando assim que se dispersassem dos objetivos da tarefa.

Inicialmente a tarefa apresentava dois exemplos do cruzamento paralelo de palhinhas, o primeiro entre quatro palhinhas e o segundo entre seis palhinhas, como podemos observar de seguida.

Figura 33 - Parte do enunciado da tarefa "Cruzamentos".

Neste momento os alunos já conheciam o conceito de retas paralelas, e já tinham realizado anteriormente tarefas nas quais desenharam este tipo de retas.

Assim que observavam estes dois exemplos de cruzamentos de um determinado número de retas, era solicitado que explorassem este mesmo conceito para oito palhinhas, efetuando uma comparação com o colega do lado. Desta forma, como havia várias hipóteses para cruzar oito palhinhas, os alunos efetuariam as suas primeiras descobertas. Seguidamente era pedido aos alunos que procurassem descobrir um maior número de cruzamentos, com oito palhinhas, do que os cruzamentos obtidos na questão anterior. Além do número máximo de palhinhas, solicitava-se a descoberta do número mínimo, bem como de todas as possibilidades de cruzar oito palhinhas.

Os alunos realizaram o mesmo processo para 10, 12 e 14 palhinhas. Isto permitiu-lhe identificar as regularidades existentes, e formular conjeturas para saberem quer o número máximo, quer o número mínimo de cruzamentos para um número de palhinhas dado. Desta forma, podiam efetuar generalizações próximas e generalizações distantes para um número de palhinhas qualquer.

Analisando as resoluções da tarefa, relativamente à interpretação do enunciado, os alunos demonstraram ter compreendido o que leram, não solicitando esclarecimentos extra. Devido ao caráter exploratório que a tarefa apresentava, a turma transpareceu alguma agitação, entusiamo e motivação para a resolução da mesma.

Na primeira questão era pedido aos alunos que experimentassem cruzar oito palhinhas. Talvez influenciados pela disposição apresentada no enunciado, na generalidade os alunos apresentaram representações em que número de palhinhas colocadas na horizontal era igual ao número de palhinhas colocadas na vertical, isto porque o número solicitado era par. Assim, para oito palhinhas, os alunos apresentaram quatro palhinhas na horizontal e quatro na vertical. Ainda que de forma inconsciente, encontravam-se a representar o modelo que pressupunha o número máximo de cruzamentos possíveis com oito palhinhas. Por este motivo, na questão seguinte, onde eram desafiados a representar um número maior de cruzamentos, os alunos concluíram que já o tinham conseguido. Contudo, para tirarem esta ilação, os alunos sentiram necessidade de elaborar as várias possibilidades de cruzar oito palhinhas, comparando assim o número de cruzamentos presentes em cada uma delas.

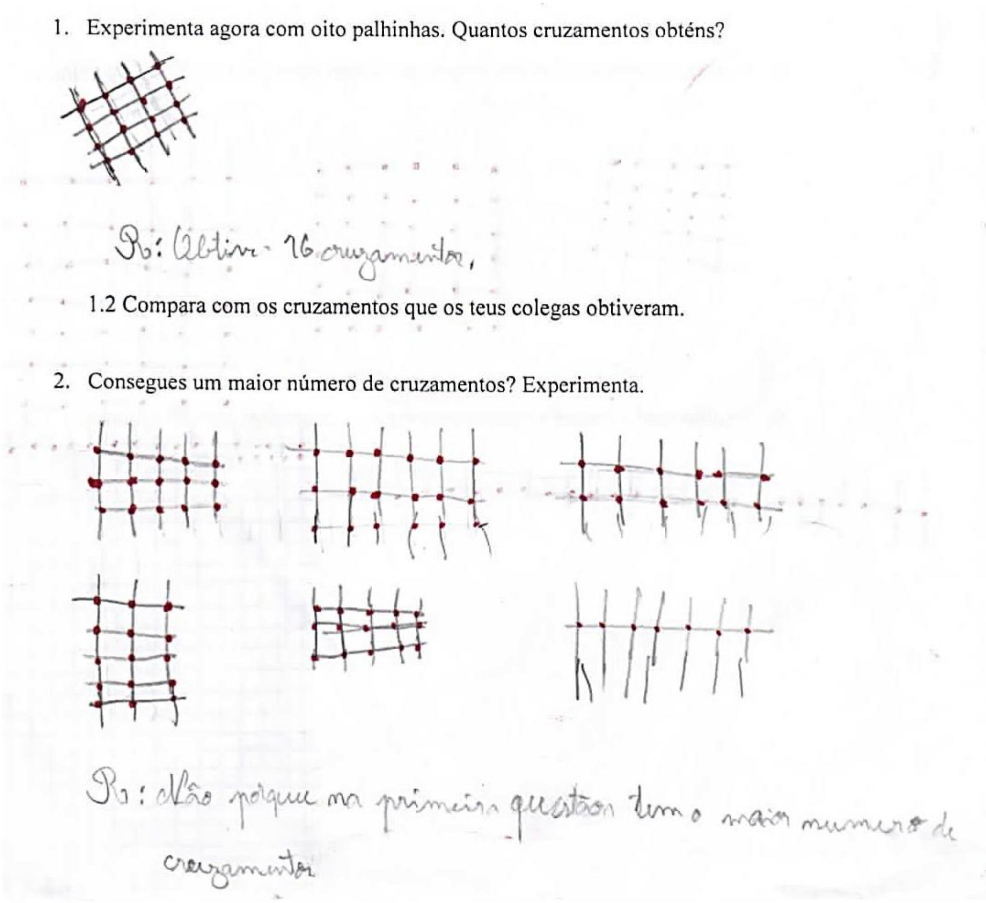


Figura 34 - Resolução da primeira e segunda questão da tarefa "Cruzamentos".

Com o intuito de sintetizar as descobertas efetuadas pelos alunos, a questão que se seguia solicitava que os alunos referissem o número máximo, bem como o número mínimo, de cruzamentos possíveis com oito palhinhas.

Salvo raras exceções, todos os alunos indicaram que para oito palhinhas, o número mínimo de cruzamentos possíveis seria sete, e por sua vez, o número máximo já registado na questão anterior seria dezasseis cruzamentos. Os alunos que não responderam com sucesso a esta questão foi apenas porque não representaram todas as possibilidades de cruzar as oito palhinhas, e por isso apresentar conclusões erradas.

Ainda nesta questão, houve um aluno que, embora habitualmente se demonstrasse desmotivado perante a matemática, acabou por se destacar pelas suas descobertas, sendo visível o seu entusiasmo e satisfação.

Após ter desenhado todas as possibilidades de cruzar oito palhinhas, o aluno observou que estas se representavam numericamente pela decomposição do número oito. Desta forma as representações pictóricas do aluno representam as seguintes decomposições do número oito: 8=7+1; 8=6+2; 8=5+3; e 8=4+4. Se continuasse a decompor numericamente o número oito, surgiria 8=3+5, 8=2+6 e 8=1+7. No entanto, rapidamente o aluno se apercebeu que ao nível do desenho estas representações numéricas se iam traduzir em representações pictóricas repetidas, o que neste caso, como pretendemos apenas conhecer o número de cruzamentos, não seria relevante, sendo posteriormente descartadas. Por exemplo, se colocarmos sete palhinhas na vertical e uma na horizontal, representadas numericamente por 7+1 obteríamos sete cruzamentos; se colocarmos uma palhinha na vertical e sete na horizontal, representadas numericamente por 1+7, observaríamos de igual forma sete cruzamentos. Com isto, tal como o aluno concluiu, não importa o número de formas diferentes de cruzar as oito palhinhas, mas antes os diferentes números de cruzamentos das mesmas.

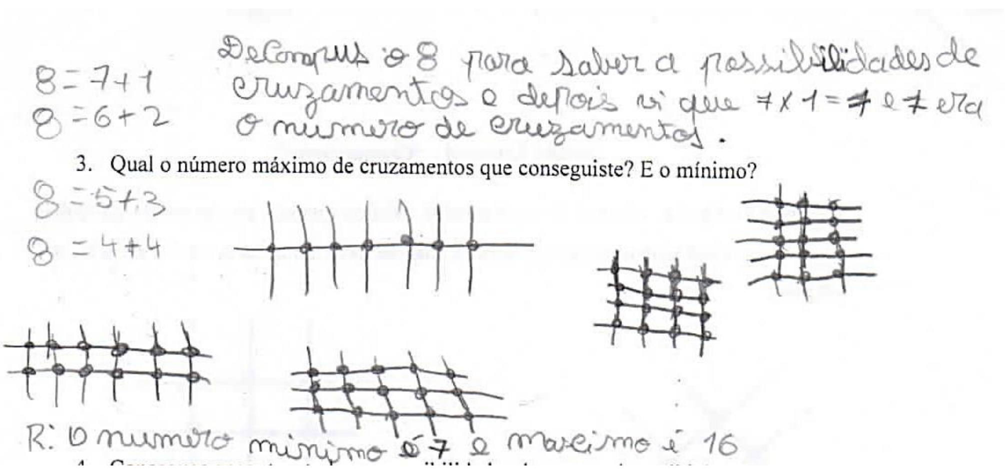


Figura 35 - Resolução da terceira questão da tarefa "Cruzamentos", na qual um aluno se destacou, apresentando a representação numérica dos seus desenhos.

Esta conclusão do aluno não lhe permitiu conhecer uma conjetura para determinar o número mínimo nem o número máximo de cruzamentos para um dado número de palhinhas, contudo, o aluno destacou-se por ter descoberto uma forma de saber as possíveis representações para cruzar oito palhinhas sem ter que recorrer ao desenho.

Uma vez que nesta fase os alunos já se tinham apercebido de algumas relações existentes que poderiam facilitar a descoberta de valores mínimos e máximos de cruzamentos de um dado número de palhinhas, foi-lhes solicitado que representassem esses valores para dez, doze e catorze palhinhas, propiciando a generalização próxima.

De acordo com as resoluções apresentadas, grande parte dos alunos optou por seguir o método até ao momento adotado, o de desenhar todas as possibilidades de cruzar o número de palhinhas solicitado, comparando-as e destacando por fim os valores mínimos e máximos de cruzamentos. Porém, é possível observar que um grupo de alunos já demonstrava ter reconhecido algumas relações existentes, nomeadamente a disposição na qual deveriam desenhar as palhinhas para obter o número mínimo e o número máximo de cruzamentos para um dado número de palhinhas. Assim, não julgando necessário desenhar todas as possibilidades de cruzar as palhinhas, os alunos desenharam de imediato apenas a representação do número máximo e do número mínimo de palhinhas.

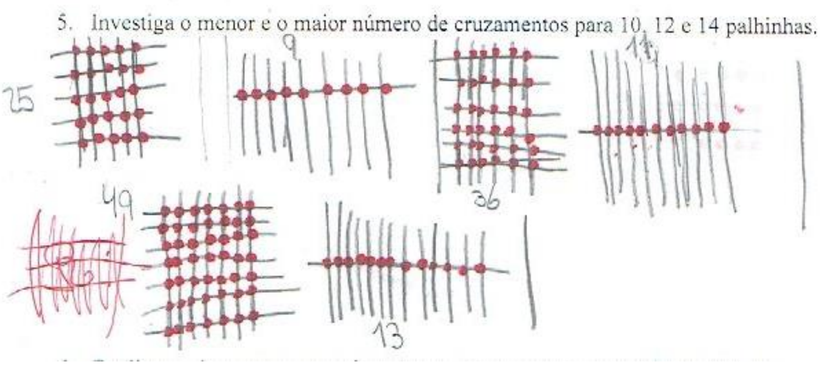


Figura 36 - Resolução da quinta questão da tarefa "Cruzamentos", na qual o aluno apresenta de imediato o maior e menor número de cruzamentos com 10, 12 e 14 palhinhas.

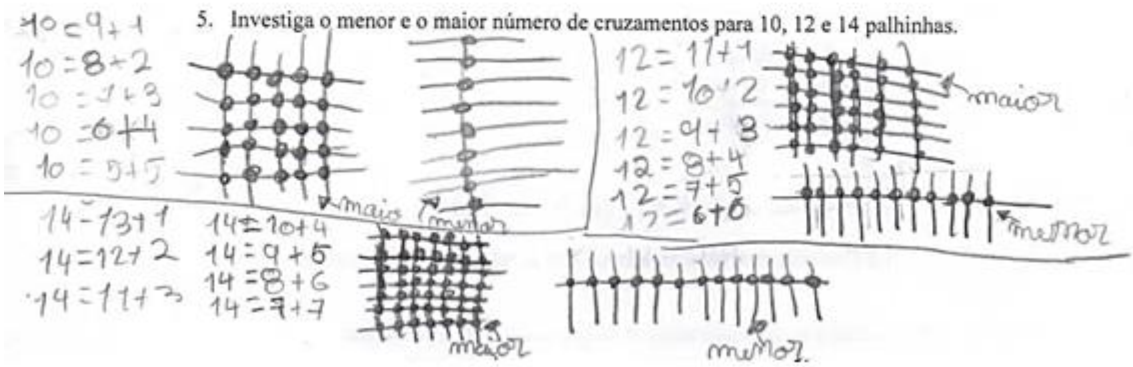


Figura 37 - Resolução da quinta questão da tarefa "Cruzamentos", onde o aluno apresenta numericamente todas as possibilidades de cruzar 10, 12 e 14 palhinhas.

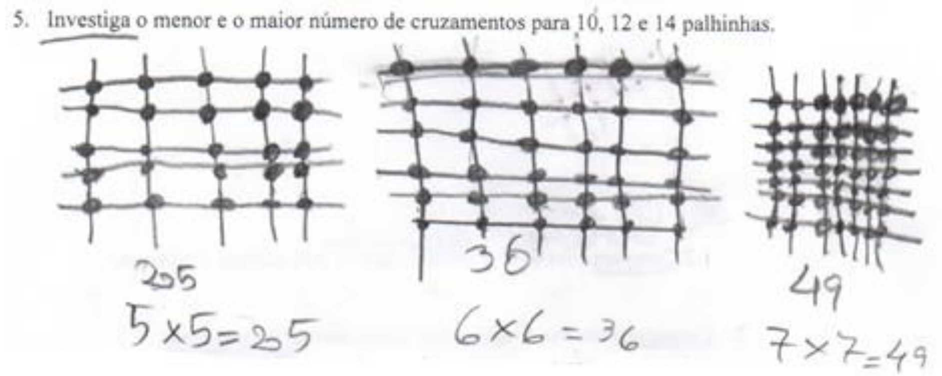
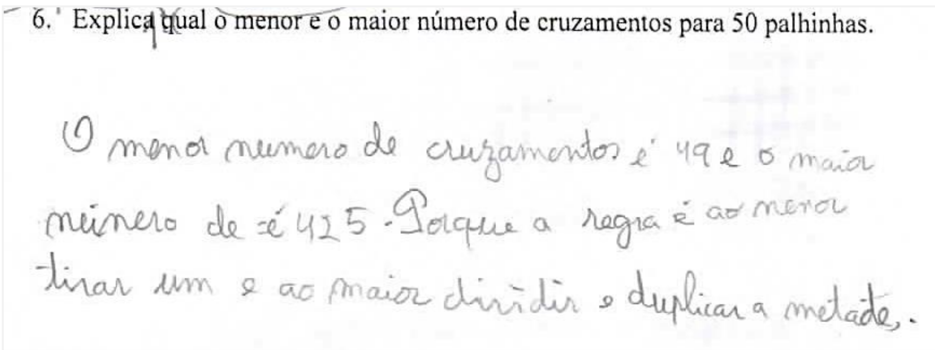


Figura 38 - Resolução da quinta questão da tarefa "Cruzamentos", onde o aluno representa através do desenho o número máximo de cruzamentos para 10, 12 e 14 palhinhas, denotando-se que identificou uma das relações existentes.

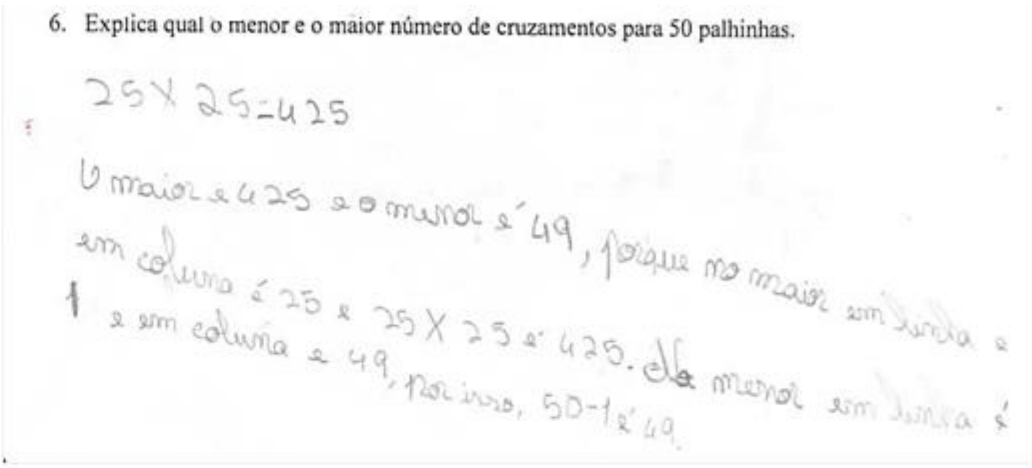
Por fim, de modo a incentivar a generalização distante, é pedido aos alunos que expliquem como podem saber o menor e o maior número de cruzamentos para 50 palhinhas.

Nesta questão, os alunos que até ao momento tinham identificado relações existentes, apresentaram uma conjetura válida quer para a representação pictórica, quer para a representação numérica. Contudo, ao nível destas últimas representações, embora os alunos apresentem um raciocínio completamente válido, no momento de efetuar os cálculos (25x25), fizeram-no de forma errada, apresentando como resultado o valor 425 em vez de 625. Este erro foi observável em todos os alunos que adotaram esta estratégia de generalização, tendo por base, de acordo com a minha análise, o seguinte raciocínio com recorrência ao cálculo mental: Para calcular 25x25, efetuaram (2x2=4) e (5x5=25), logo deduzindo o resultado 425. Apesar deste erro recorrente, o que pretendemos analisar com este relatório são os raciocínios adotados pelos alunos e não as estratégias de cálculo, sendo, portanto, destacados os primeiros desvalorizando estes últimos.



6. Explica qual o menor e o maior número de cruzamentos para 50 palhinhas.

O menor numero de cruzamentos é 49 e o maior numero de é 425. Porque a regra é ao menor tirar um e ao maior dividir e duplicar a metade.



6. Explica qual o menor e o maior número de cruzamentos para 50 palhinhas.

25X25=425

O maior é 425 e o menor é 49, porque no maior em linha e em coluna é 25 e 25X25 é 425. No menor em linha é 1 e em coluna é 49, por isso, 50-1 é 49.

Figura 39 - Resolução da última questão da tarefa "Cruzamentos", onde os alunos apresentam uma explicação para conhecermos o número máximo e mínimo de cruzamentos com 50 palhinhas.

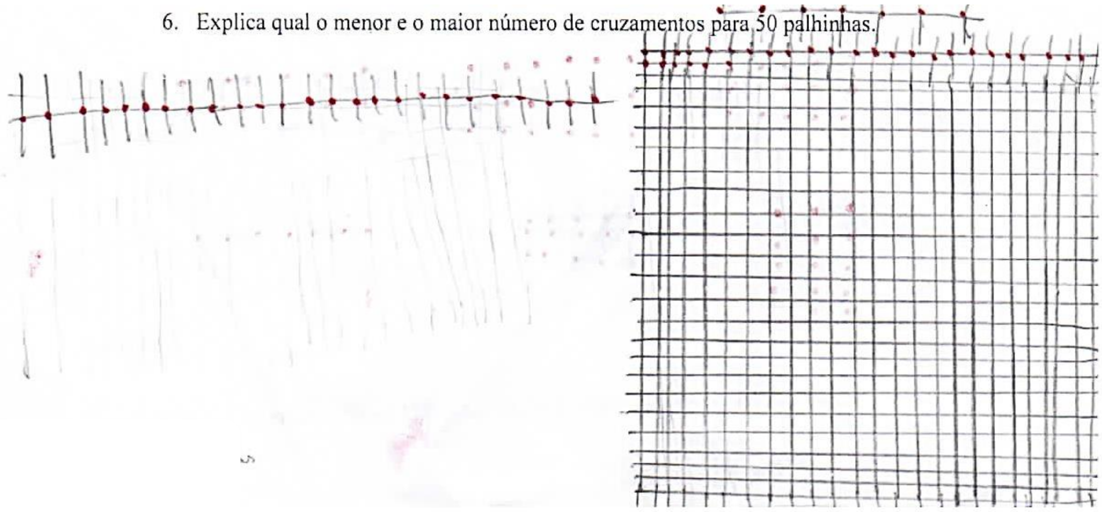


Figura 40 - Resolução da última questão da tarefa "Cruzamentos", onde o aluno adota a estratégia do desenho, efetuando uma representação exaustiva.

Pelo contrário, os que não conseguiram aperceber-se das relações existentes nos exemplos anteriores, ou optaram por seguir o mesmo método adotado até ao momento, desenhando o máximo e mínimo número de cruzamentos para 50 palhinhas, ou simplesmente não responderam à questão colocada.

Após a observação e análise das resoluções de todos os alunos da turma, podemos afirmar que na sua maioria foram capazes de selecionar estratégias de resolução adequadas, aplicando-as corretamente.

Ao nível da generalização próxima, todos os alunos a efetuaram com alguma facilidade, surgindo algumas propostas de relações bastante interessantes.

No momento de realizar generalizações distantes alguns alunos desta turma apresentaram dificuldades, revelando não ter identificado as relações, necessárias para a elaboração de uma conjetura. Desta forma, uma parte da turma não foi capaz de apresentar uma conjetura, mesmo que inválida. No entanto, todas as conjeturas, sempre que apresentadas, foram válidas e devidamente justificadas.

Nesta tarefa, talvez por ser a última, denotou-se alguma evolução ao nível das justificações apresentadas pelos alunos. Embora apresentando ainda algumas dificuldades na construção frásica e na organização das ideias, caraterísticas da faixa etária em questão, foi notório o esforço revelado pelos alunos em se exporem de forma mais clara e objetiva, como tinham vindo a ser incentivados. Este esforço foi reconhecido, tendo a professora demonstrado o seu agrado para com as respostas apresentadas.

Reflexão

A tarefa "Cruzamentos", sendo a última a ser exposta à turma, apresentou um cariz exploratório mais acentuado, e por este motivo, desviou-se um pouco da linhagem de tarefas apresentadas anteriormente. Este aspeto deve ser destacado positivamente uma vez que se traduziu num aumento da motivação e gosto pela descoberta nos alunos desta turma. Além disso, embora não apresentasse um grau de dificuldade muito elevado, esta tarefa permitiu-me observar e refletir sobre o tipo de representações com as quais os alunos se sentem mais confortáveis para trabalhar, e se foram capazes de associar as representações visuais às representações numéricas, e vice-versa. Desta forma foi-me possível concluir que maioritariamente os alunos recorrem a representações visuais através do desenho, reconhecendo as relações existentes. Contudo, nem sempre são capazes de as relacionar com representações numéricas, o que dificulta a elaboração de conjeturas.

No que respeita à estrutura da tarefa, esta pareceu-me devidamente adequada à turma, no entanto, caso voltasse a aplicá-la novamente efetuaria uma alteração no enunciado. Como já foi referido anteriormente, na primeira questão onde era pedido aos alunos que procurassem cruzar oito palhinhas, a generalidade colocou o mesmo número de palhinhas quer na vertical, quer na horizontal. Este facto poderá advir do exemplo apresentado no enunciado, no qual as representações se encontravam nesse mesmo formato, influenciando assim as escolhas dos alunos. Apenas por este motivo modificaria o enunciado, apresentando representações visuais diferenciadas, na quais o número de palhinhas desenhado horizontalmente seria diferente do número de palhinhas desenhado verticalmente, incentivando assim os alunos a criarem as suas próprias representações.

Esta tarefa foi ao encontro das aspirações dos alunos, que revelam especial gosto por propostas onde predomine a experimentação e a descoberta. Caso tivesse oportunidade de dar continuidade a este estudo, optaria por apresentar mais propostas deste género que por um lado satisfazem a curiosidade e o gosto natural do aluno, e por outro fornecem informações de extrema relevância do ponto de vista do investigador, sobre os raciocínios adotados.

Síntese

Observando o quadro síntese (Quadro 2), que apresenta um registo sobre os resultados obtidos pela maioria dos alunos da turma, mas não pela sua totalidade, podemos concluir que globalmente mostraram um desempenho muito positivo face à sequência de tarefas apresentada.

Categorias		T1	T2	T3	T4	T5	T6
Desempenho na resolução da tarefa	Lê e interpreta corretamente o enunciado do problema	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Escolhe uma estratégia adequada	✓	✓	✓	✓	X	✓
	Aplica corretamente a estratégia selecionada	✓	✓	✓	X	X	✓
	Apresenta uma conjetura válida	✓	✓	✓	✓	X	✓
	Resolve completamente o problema	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Resolve parcialmente o problema	-	-	-	-	-	-
	Indica uma resposta coerente	✓	✓	✓	✓	X	✓
Tipo de Generalização	Efetua generalização próxima	✓	✓	✓	✓	X	✓
	Efetua generalização distante	✓	✓	✓	X	X	✓
Justificação	Argumenta, justificando as estratégias adotadas	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Quadro 2 - Quadro síntese da turma.

Nas tarefas de leitura e interpretação de enunciados dos problemas, contrariamente ao previsto, os alunos saíram-se muito bem, não apresentando dificuldades significativas. Contudo, importa salientar que a segunda tarefa – "Ana"- foi a que originou mais dúvidas a este nível, havendo alguma recorrência ao auxílio do professor por parte dos alunos para a realização destas tarefas. Apesar disso, não houve a necessidade de registar este aspeto no quadro anterior, uma vez que se refere a uma pequena minoria de alunos da turma.

No que respeita à seleção de estratégias alguns alunos revelaram-se, numa fase inicial, um pouco impulsivos, necessitando por isso de averiguar várias vezes a validade das suas estratégias, reformulando-as. Pelo contrário, outros alunos demonstraram alguma maturidade, ponderando inicialmente sobre os diferentes caminhos pelos quais poderiam enveredar, selecionando os mais vantajosos, revelando-se ainda capazes de justificar as suas escolhas. Todavia, independentemente do tempo que levaram a selecionar uma estratégia adequada, quase todos o fizeram com sucesso, excetuando a quinta tarefa, “Circunferências”. Aqui, a maioria dos alunos não foi capaz de selecionar uma estratégia que fosse válida, e por consequência, aplicá-la corretamente.

Relativamente à elaboração de conjeturas, a maioria dos alunos, sempre que adotou como estratégia a apresentação de uma conjetura, obteve sucesso. Excetua-se mais uma vez a quinta tarefa, na qual raramente foram apresentadas conjeturas.

De forma geral, os alunos resolveram todas as questões das tarefas apresentadas, procurando apresentar respostas coerentes. Na tarefa número cinco, como muitos não foram capazes de identificar as regularidades presentes, selecionaram estratégias de resolução desadequadas, não realizando convenientemente generalizações próximas e distantes, apresentando ainda respostas pouco coerentes.

No momento de generalizar muitos alunos tiveram oportunidade de brilhar. Realizaram generalizações próximas com bastante facilidade, vendo o nível de dificuldade aumentar quando necessitaram de efetuar generalizações distantes. Apesar de revelarem algumas dificuldades neste último tipo de generalização nas tarefas quatro e cinco, “Clipes” e “Circunferências” respetivamente, o mesmo não foi visível nas restantes. Foram apresentadas estratégias criativas, conjeturas diversificadas e válidas, que foram devidamente justificadas.

Nem todos os alunos apresentaram a mesma facilidade em comunicar, e em apresentar argumentos que justificassem as suas escolhas. No entanto, o esforço em melhorar a comunicação escrita e oral foi notório na maioria dos alunos, refletindo-se alguma evolução nos momentos de discussão em grande grupo.

De modo global podemos constatar uma evolução positiva do grande grupo face às tarefas apresentadas, quer ao nível do desempenho na resolução dos problemas, quer no momento de generalizar, e ainda em aspetos relacionados com a justificação.

O caso Luís

Tarefa nº1

O primeiro contacto do Luís com as tarefas semanais foi bastante positivo. A área da matemática desperta interesse no aluno e as tarefas apresentadas neste âmbito são acolhidas pelo mesmo de forma ansiosa e entusiasmada, pelo que se revelam verdadeiros desafios. A tarefa nº1, "As pontas das estrelas", foi recebida pelo Luís com bastante ânimo e inquietação, pois era um desafio integrado no tema dos padrões, o qual compõe as preferências do aluno.

Assim que lhe foi distribuída a tarefa, o Luís procedeu rapidamente à leitura do enunciado para de imediato iniciar a sua resolução. O aluno é bastante ansioso e por isso lê e resolve as tarefas de forma acelerada, o que por vezes se traduz em pequenos erros de atenção ou interpretação.

Após a leitura e observação apressada do enunciado, o aluno detetou imediatamente algumas relações existentes entre os termos da sequência de estrelas apresentadas. Desta forma, resolveu sem qualquer tipo de dificuldade a primeira questão da tarefa, na qual era pedido que os alunos desenhassem a figura seguinte da sequência apresentada no enunciado.

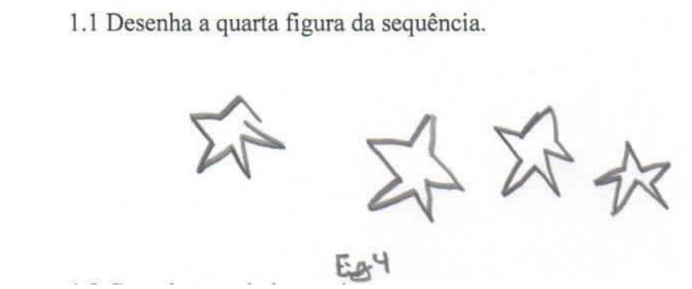


Figura 41 - Resolução do Luís à primeira questão da tarefa "As pontas das estrelas".

Seguidamente era solicitado que os alunos procedessem ao preenchimento de uma tabela que tinha como objetivo relacionar o número da figura, e consequentemente o número de estrelas da mesma, com o número total de pontas dessas estrelas. Como o Luís já havia identificado as relações presentes na sequência, facilmente preencheu a tabela em questão revelando "Eu fiz um vezes cinco, cinco. Dois vezes cinco, dez. Três vezes cinco, quinze. Quatro vezes cinco, vinte. E sempre assim..." (Luís, 25 de Novembro de 2013, tarefa nº1).

1.2 Completa a tabela seguinte.

Número da figura	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de pontas das estrelas	5	10	15	20	25	30	35	40

Figura 42 - Resolução do Luís à segunda questão da tarefa "As pontas das estrelas".

Por fim, de forma a incentivar os alunos à realização de uma generalização distante, era solicitado que explicassem como poderiam saber o número total de pontas da centésima figura. O Luís, que já tinha anteriormente descoberto a sua própria conjetura, rapidamente respondeu à questão acertadamente, procurando justificá-la da melhor forma, tarefa na qual geralmente apresenta alguma dificuldade.

1.2 Quantas estrelas tem a figura 100? Explica como podes saber o número total de pontas das estrelas da figura 100.

A figura 100 tem 100 estrelas. Se sabermos que 1 estrela tem 5 pontas é só multiplicar ~~o~~ número da figura pelo ~~o~~ número de pontas de 1 estrela, por isso, neste caso, o resultado será 500 pontas.

Figura 43 - Resolução do Luís à segunda questão da tarefa "As pontas das estrelas".

Contudo, como podemos observar através da figura XXXX, o aluno justificou o seu raciocínio de forma clara e objetiva, não apresentando hesitações nem dúvidas quanto à sua conjetura.

Da análise global da resolução do Luís à tarefa "As pontas das estrelas" podemos afirmar que o aluno foi bem-sucedido. Leu e interpretou corretamente o enunciado da tarefa, escolheu uma estratégia adequada e aplicou-a corretamente, além disso, apresentou uma conjetura válida e justificou-a de forma coerente. O aluno realizou quer as generalizações próximas quer a generalização distante, sem qualquer dificuldade.

Tarefa nº2

A segunda tarefa – “Ana”- foi recebida pelo Luís com grande ansiedade como já é habitual. No primeiro contacto o Luís revelou alguma estranheza que acabou por ser eliminada assim que observou atentamente a sequência apresentada no enunciado. Esta atitude deve-se, como referido, ao facto de os alunos nunca terem contactado com padrões compostos por letras.

Inicialmente, quando o Luís observou a sequência, optou de imediato por identificar as unidades básicas que compunham a sequência, rodeando-as, o que lhe facilitou a resolução das questões que se seguiam.

Na primeira questão, onde era pedido que os alunos indicassem a décima segunda letra, o Luís como já tinha rodeado as unidades básicas e identificado que cada uma delas era composta por três letras, facilmente através de adições sucessivas foi capaz de responder à questão como é possível observar através da sua resolução (Fig. XXXX)

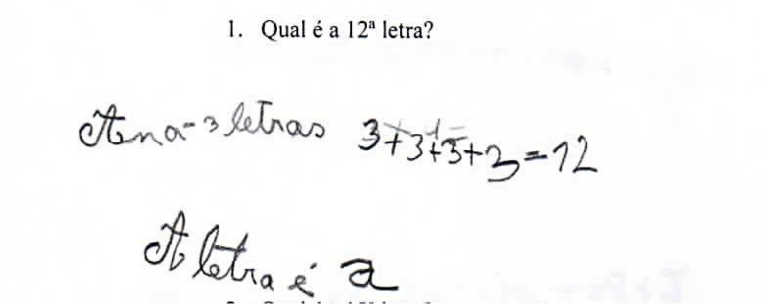


Figura 44 - Resolução do Luís à primeira questão da tarefa “Ana”.

De seguida os alunos deveriam responder à mesma questão, mas agora para a décima oitava letra. O aluno adotou a mesma estratégia que na questão anterior, realizando adições sucessivas de três. Contudo não o expôs de forma totalmente clara na sua resolução. No entanto, como esta questão era muito semelhante à anterior, o Luís seguiu a mesma linha de pensamento, adotando as mesmas estratégias de resolução. Desta forma, após mentalmente ter adicionado sucessivamente três, o aluno realçou uma das suas somas que correspondiam a um número de referência, o quinze. Posteriormente voltou a adicionar três, obtendo o resultado pretendido, dezoito, que lhe dava a indicação de que a décima oitava letra corresponderia à última letra da palavra *Ana*, o “a” minúsculo.

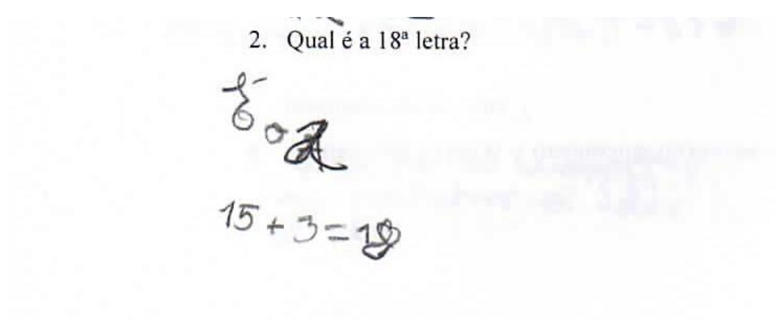


Figura 45 - Resolução do Luís à segunda questão da tarefa "Ana".

Na terceira questão da tarefa, o aluno adotou o mesmo raciocínio utilizado nas resoluções anteriores, apresentando uma resposta válida.

A quarta questão pretendia que os alunos indicassem quantas vezes surgia o nome *Ana* completo caso a sequência apresentasse 34 letras. Nesta questão, o raciocínio utlizado pelo Luís foi ao encontro do pretendido, recorrendo aos múltiplos de três para conseguir responder à questão. Contudo, talvez por distração, o aluno respondeu incorretamente à questão uma vez que ainda existia um múltiplo de três superior ao que indicou – o trinta e três - que, como pretendido, seria menor que trinta e quatro.

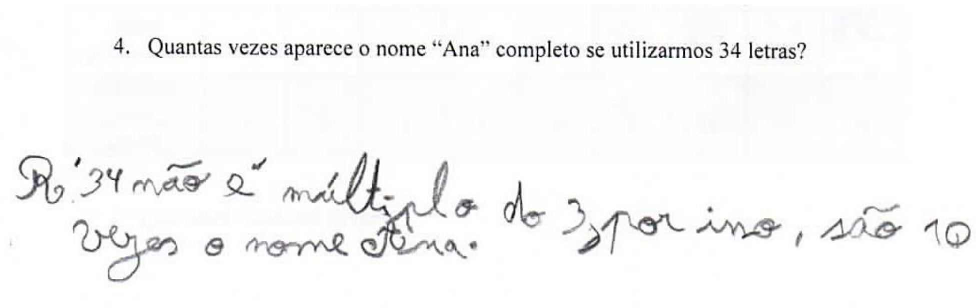


Figura 46 - Resolução do Luís à quarta questão da tarefa "Ana".

Seguidamente era solicitado aos alunos que procedessem ao preenchimento de uma tabela que relaciona o número de vezes que a palavra "Ana" surge completo, com o respetivo número de letras que possui. Como podemos observar através da seguinte resolução, o Luís preencheu corretamente a tabela, identificando rapidamente as relações existentes, não revelando nenhuma dificuldade na execução da tarefa.

5. Observa e completa a tabela.

Nome "Ana" completo	1	2	3	4	5	6...	10	...	15
Número de letras	3	6	9	12	15	... 18	30	... 2[illegible]	45

Figura 47 - Resolução do Luís à primeira parte da quinta questão da tarefa "Ana".

Na questão seguinte era pedido que os alunos explicassem quantas letras eram necessárias para que o nome *Ana* aparecesse sempre completo. O Luís apresentou a seguinte resolução:

5.1 Observa os valores da tabela. Explica como podes saber quantas letras são necessárias para que o nome "Ana" apareça sempre completo.

a +m+a

R: Porque o nome Ana tem 3 letras e se for os multiplos do 3.

Figura 48 - Resolução do Luís à segunda parte da quinta questão da tarefa "Ana".

Da análise da resolução do aluno à questão anterior podemos observar que, embora com bastante dificuldade em expressar por escrito o seu raciocínio, consegue aperceber-se de que para a palavra *Ana* surgir sempre completa numa sequência é necessário que o número de letras seja um múltiplo de três. Embora até ao momento ainda não tivesse sido solicitado ao aluno que explicasse o seu raciocínio, na resolução das questões anteriores já era percetível que o mesmo havia pensado desta forma.

Na sexta questão, estando consciente de que cada palavra *Ana* era composta por duas letras "a", uma maiúscula e uma minúscula, o aluno procurou decompor o número dezasseis recorrendo apenas ao número dois, que correspondia ao número de letras "a" em cada palavra *Ana*. Desta forma concluiu que dezasseis letras "a" (maiúsculas ou minúsculas) era o mesmo que ter oito vezes duas letras "a". Se cada palavra *Ana* era composta por duas letras "a" (maiúsculas ou minúsculas), então com dezasseis letras teríamos oito palavras *Ana* completas.

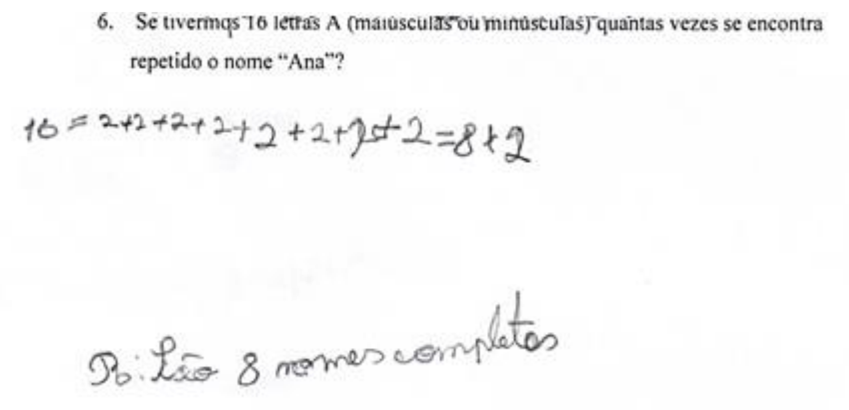


Figura 49 - Resolução do Luís à sexta questão da tarefa "Ana".

Por fim é colocada uma questão cujo intuito era incentivar os alunos à elaboração de uma conjetura que lhes permitisse determinar qualquer letra "a". O Luís embora já tivesse demonstrado anteriormente ter reconhecido as relações existentes e inconscientemente definido uma conjetura, revela alguma dificuldade em explicá-la por escrito. Por esta razão o aluno apresentou uma resolução um pouco incompleta transmitindo o seu raciocínio da melhor forma que conseguiu. Consciente de que não estaria a responder da forma mais adequada ao solicitado acrescentou uma pequena nota – "Dif." – que significa que sentiu alguma dificuldade em responder à questão, principalmente em justificá-la.

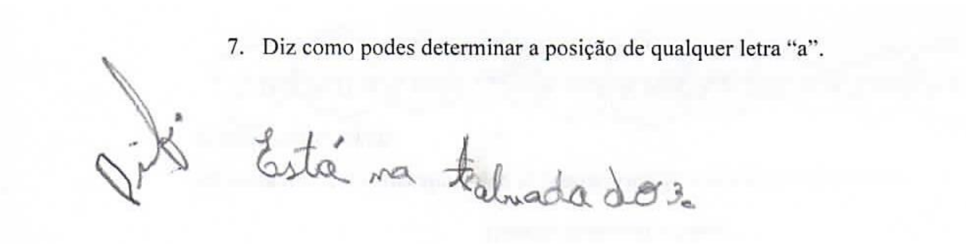


Figura 50 - Resolução do Luís à última questão da tarefa "Ana".

Contudo, aquando da habitual conversa informal sobre a sua resolução, respondeu corretamente à questão, justificando-a, tarefa que não conseguiu realizar por escrito. No entanto, esta justificação foi apresentada com alguma indecisão relativa à formulação do discurso e organização das ideias, caraterística frequentemente revelada pelo aluno.

Investigadora: Como podes saber a posição de qualquer letra “a”?
Luís: Porque está... Porque é múltiplo de... Porque *Ana* tem uma, duas, três letras. E depois é um, dois, e este - o “a” minúsculo” - vai ser sempre a terceira letra. Aqui é a terceira, aqui é a sexta, e por isso vai ser sempre da tabuada do três.

Da análise geral da resolução do Luís à tarefa “Ana” pode afirmar-se que leu e interpretou corretamente o enunciado da tarefa, selecionando e aplicando corretamente estratégias, que posteriormente o levaram à elaboração de conjeturas válidas. Desta forma, o aluno efetuou quer generalizações próximas, quer generalizações distantes com alguma facilidade. No entanto, a sua maior dificuldade residiu nas justificações escritas, tarefa com a qual geralmente se sente pouco à vontade.

Tarefa nº3.

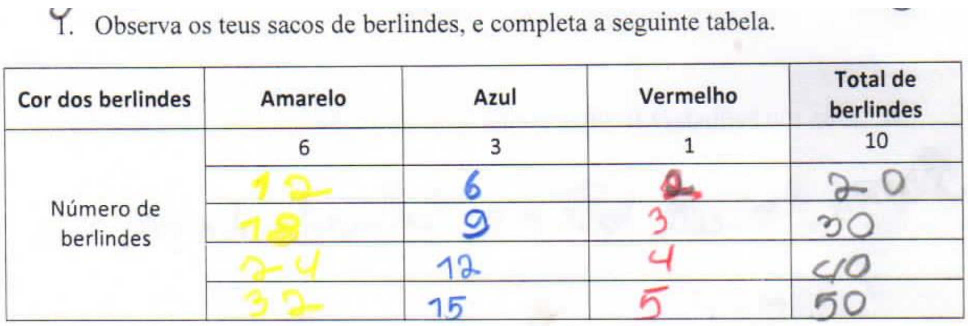
A terceira tarefa denominada “Berlindes” foi apresentada ao Luís com algum receio devido à complexidade do seu enunciado, que associada à ansiedade que normalmente o aluno apresenta poderia traduzir-se em interpretações e, consequentemente, respostas erradas. Ao contrário do esperado, o aluno apresentou bastante maturidade na leitura e interpretação do enunciado, fazendo-o calmamente e deduzindo de imediato que deveria começar a representação pelos berlindes vermelhos. Além disto, revelou cuidado na apresentação dos registos, procurando que estes fossem objetivos, claros e organizados, caraterísticas que habitualmente o aluno não tem em atenção.

Figura 51 - Construção do Luís dos sacos com berlindes da tarefa “Berlindes”.

Para a elaboração dos sacos anteriores o Luís adotou uma estratégia organizada começando por desenhar sempre, por ordem crescente, as cores com menos berlindes:

primeiro os vermelhos, depois os azuis e por fim os amarelos. Além deste critério, o aluno ainda optou por desenhar os possíveis sacos com o menor número de berlindes. Assim que foi questionado sobre a razão que o teria levado a selecionar estas estratégias o aluno respondeu prontamente “porque dá mais jeito”, transmitindo que esta adoção foi bastante automática e que na sua perspetiva seria uma seleção demasiado óbvia. (Luís, 9 de Dezembro de 2013, tarefa nº3)

Seguidamente procedeu automaticamente ao registo em formato de tabela, não apresentando dificuldades, e preocupando-se novamente com a clareza do seu registo.



Y. Observa os teus sacos de berlindes, e completa a seguinte tabela.

Cor dos berlindes	Amarelo	Azul	Vermelho	Total de berlindes
Número de berlindes	6	3	1	10
	12	6	2	20
	18	9	3	30
	24	12	4	40
	32	15	5	50

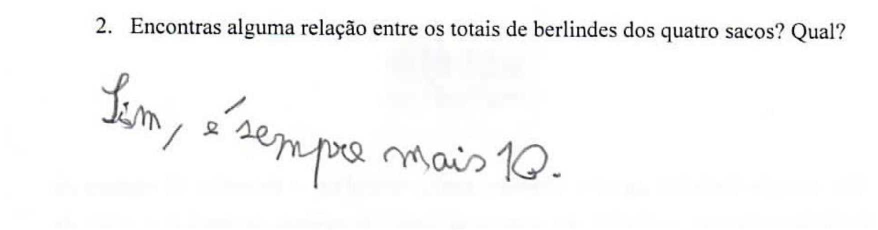
Figura 52 - Resolução do Luís à primeira questão da tarefa “Berlindes”.

Se atentarmos no preenchimento da tabela anterior, reparamos que o aluno cometeu um pequeno lapso referindo-se a um saco que continha trinta e dois berlindes amarelos, quinze azuis, e cinco vermelhos, obtendo um total de cinquenta berlindes. No entanto, na realidade, o aluno em vez de trinta e dois berlindes amarelos deveria ter registado trinta berlindes amarelos, tendo cometido este pequeno erro apenas por distração. Mas caso restassem dúvidas relativamente a este pequeno lapso, na conversa informal sobre a sua resolução, o Luís rapidamente esclareceu o erro:

> Investigadora: Quando preencheste a tabela, que até utilizaste as cores correspondentes...
> Luís: Ahhh! E aqui vi que era sempre a tabuada do seis, a tabuada do três, a tabuada do um e a tabuada do dez. Dez vezes um, dez. Dez vezes dois, vinte. Dez vezes três, trinta.
> (...)
> (O aluno explicou todos os valores registados na tabela dizendo as tabuadas a que recorreu.)
> Luís:...E aqui era seis vezes um, seis. Seis vezes dois, doze. Seis vezes três, dezoito. Seis vezes quatro, vinte e quatro. Seis vezes cinco, trinta e dois. (....) Ups, Trinta!

Através da conversa anterior é possível confirmarmos que o erro cometido pelo aluno foi consequência de uma pequena distração, o qual o próprio rapidamente se apercebeu assim que reviu a sua resolução na conversa estabelecida com a investigadora.

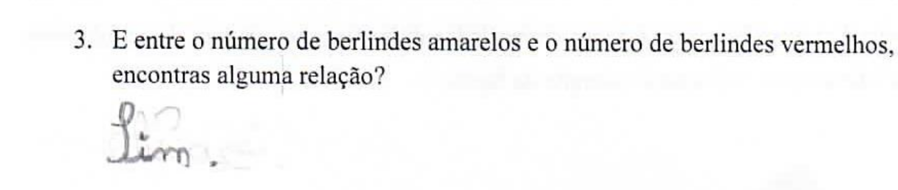
Na questão que se seguia – “Encontras alguma relação entre os totais de berlindes dos quatro sacos? Quais?” – o Luís não apresentou qualquer dificuldade em responder à questão, identificando a relação existente, apresentando, contudo, uma resposta incompleta. Implicitamente compreendemos que o aluno refere que “é sempre mais 10” do que o número de berlindes do saco anterior.


2. Encontras alguma relação entre os totais de berlindes dos quatro sacos? Qual?

Sim, é sempre mais 10.

Figura 53 - Resolução do Luís à segunda questão da tarefa “Berlindes”.

A terceira questão tinha como objetivo que os alunos identificassem as relações existentes entre o número de berlindes amarelos e o número de berlindes vermelhos. Contudo, nesta questão o aluno apenas referiu que existia uma relação entre eles não explicitando a mesma, pelo que não ficou aqui claro em que relação pensou. Isto poderá ter sido resultado da formulação da questão, a qual não solicitava aos alunos uma justificação. Apesar disso, como os alunos desta turma se encontram habituados a que lhes seja pedido que justifiquem as suas opções, na sua maioria fizeram-no automaticamente apresentando respostas devidamente justificadas. Por outro lado, como o Luís habitualmente atenta bastante em pormenores, apercebeu-se que não existia a solicitação para justificar a sua resposta.


3. E entre o número de berlindes amarelos e o número de berlindes vermelhos, encontras alguma relação?

Sim.

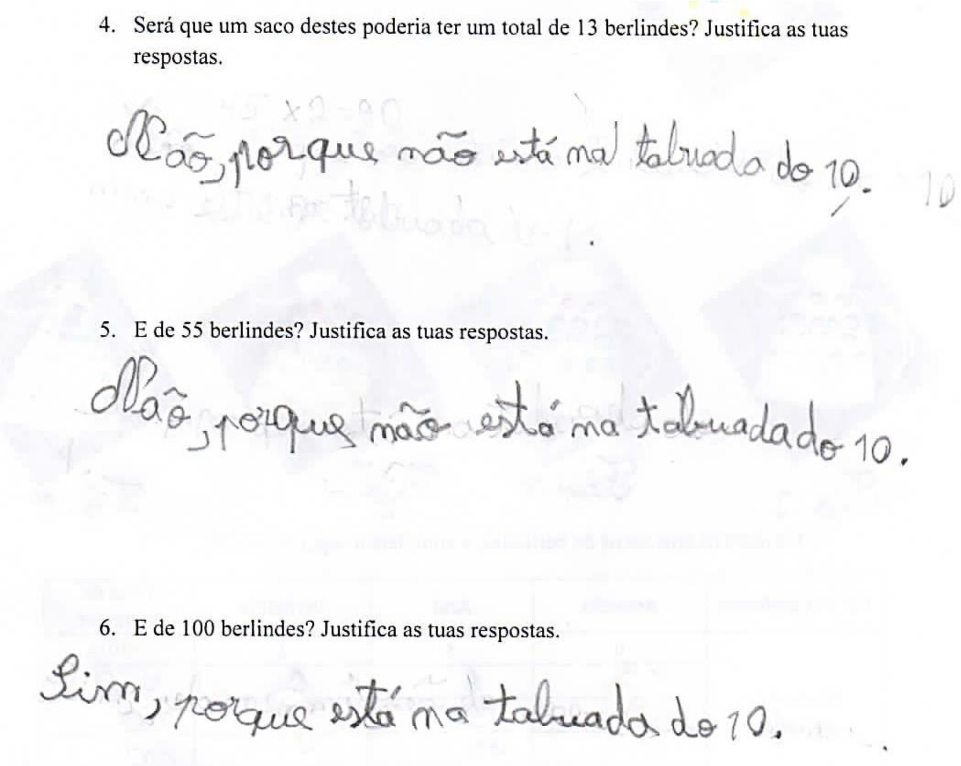
Figura 54 - Resolução do Luís à terceira questão da tarefa “Berlindes”.

Contudo, após a análise da resolução do Luís e perante a ausência de uma justificação, a mesma foi-lhe solicitada aquando da conversa informal estabelecida.

Investigadora: Qual a relação que existe entre o número de berlindes amarelos e o número de berlindes vermelhos?
Luís: Porque isto é seis vezes um, seis. Seis vezes dois, doze. Seis vezes três, dezoito. Quatro vezes seis, vinte e quatro. Cinco vezes seis, trinta.
Investigadora: E que números são esses?
Luís: Múltiplos do seis!
(...)
Luís: Os amarelos são o seistúplo dos vermelhos!
Investigadora: E os vermelhos são que parte dos amarelos?
Luís: São a sexta parte!

Através da conversa estabelecida com o aluno foi possível apercebermo-nos de que embora não tivesse apresentado uma justificação para a terceira questão, este tinha identificado a relação existente, justificando a mesma oralmente.

As três questões seguintes pressupunham todas o mesmo objetivo - que os alunos reconhecessem que o número total de berlindes seria múltiplo de dez. Como podemos observar através da resolução do Luís a essas mesmas questões, o aluno rapidamente identificou a relação pretendida, justificando-a de forma completa.



4. Será que um saco destes poderia ter um total de 13 berlindes? Justifica as tuas respostas.

Não, porque não está na tabuada do 10.

5. E de 55 berlindes? Justifica as tuas respostas.

Não, porque não está na tabuada do 10.

6. E de 100 berlindes? Justifica as tuas respostas.

Sim, porque está na tabuada do 10.

Figura 55 - Resolução do Luís à quarta, quinta e sexta questão da tarefa "Berlindes".

Da análise global da resolução do Luís à tarefa berlindes podemos afirmar que o aluno respondeu à totalidade das questões propostas, lendo e interpretando corretamente as mesmas. Selecionou e aplicou estratégias adequadamente, apresentando conjeturas válidas e devidamente justificadas sempre que lhe foi solicitado. Efetuou generalizações próximas e distantes com bastante facilidade.

Tarefa nº4.

A tarefa "Clipes", por ser a quarta a ser apresentada à turma, o Luís que geralmente se mostra um pouco ansioso e impaciente relativamente a este tipo de formato de desafios semanais, mostrou-se calmo e recetivo à nova tarefa.

Inicialmente escutou calmamente a leitura em voz alta do enunciado para o grupo e atentou nos esclarecimentos da professora estagiária sobre o mesmo.

A primeira questão pedia aos alunos que dessem continuidade à sequência apresentada no enunciado. O Luís executou essa mesma tarefa sem qualquer dificuldade revelando ter-se apercebido de alguma regularidade existente.

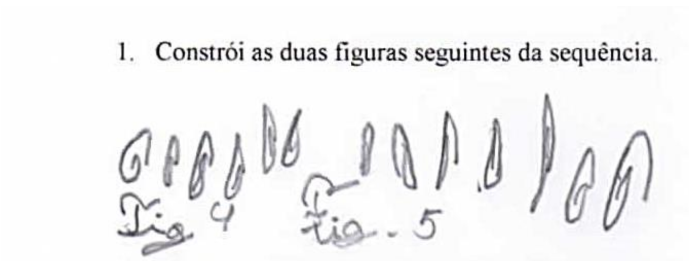


Figura 56 - Resolução do Luís à primeira questão da tarefa "Clipes".

Aquando da conversa informal estabelecida com a investigadora o Luís revelou "reparei que na figura três tem cinco clipes e na figura dois tem quatro clipes, por isso era sempre mais dois, ao número da figura tínhamos que acrescentar mais dois para dar o número de clipes" (Luís, 6 de Janeiro de 2014, tarefa nº4). Desta forma, é percetível que o aluno desde a fase inicial de observação do enunciado identificou de imediato as relações existentes entre os diferentes termos da sequência apresentada.

Por este motivo, as questões que se seguiram, cujo objetivo era efetuar uma generalização próxima, não apresentaram grande dificuldade para o aluno.

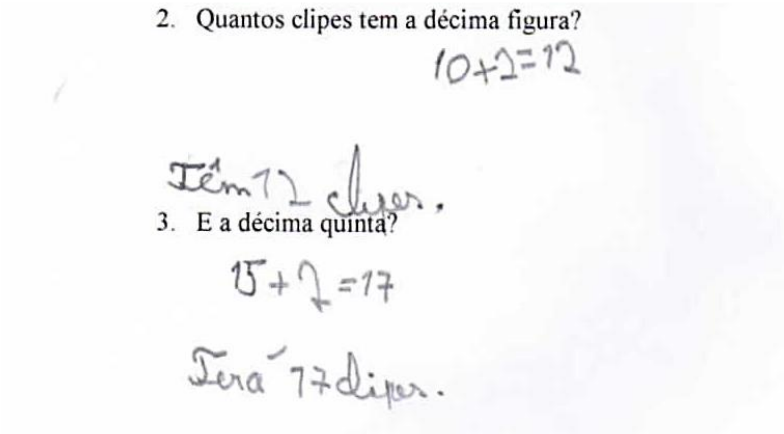


Figura 57 - Resolução do Luís à segunda e terceira questão da tarefa "Clipes".

Através da representação numérica que o aluno utiliza nas resoluções das duas questões anteriores podemos verificar que estas vão ao encontro do raciocínio já explicitado pelo aluno anteriormente – adicionar dois ao número da figura para obter o número total de clipes dessa mesma figura.

Na última questão, na qual se pretendia que os alunos efetuassem uma generalização distante, o Luís apresentou uma resolução que tinha por base os mesmos moldes que as questões anteriores. Apresentou uma representação numérica acompanhada de uma justificação escrita, na qual explicou o raciocínio adotado para resolver a questão.

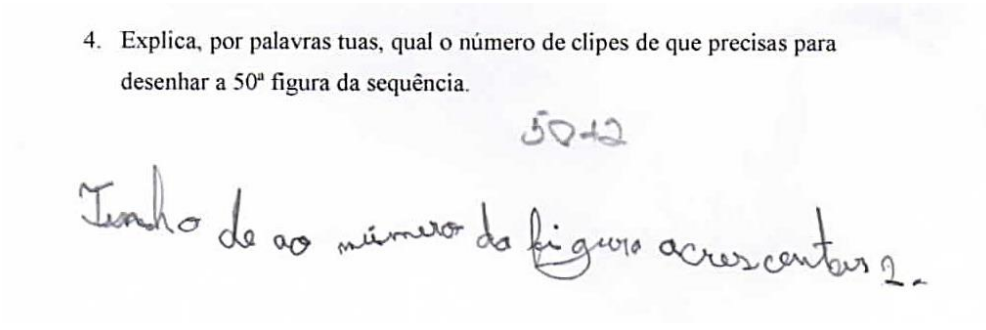


Figura 58 - Resolução do Luís à quarta questão da tarefa "Clipes".

Mais uma vez o aluno não apresentou qualquer dificuldade na resolução da questão anterior, pois a identificação imediata de uma regra de generalização permitiu-lhe resolver todas as questões propostas de forma rápida e objetiva.

Da resolução do Luís podemos afirmar que o aluno leu e interpretou corretamente o enunciado da tarefa proposta, resolvendo-a na totalidade e apresentando respostas claras, coesas e coerentes. Além disso, selecionou estratégias adequadas, aplicando-as corretamente, o que o levou a apresentar uma conjetura válida. Desta forma, o Luís foi capaz de efetuar generalizações próximas e distantes com muita facilidade revelando-se ainda capaz de argumentar para justificar a conjetura que havia definido.

Tarefa nº5.

A quinta tarefa denominada "Circunferências" foi recebida pelo Luís com grande entusiasmo e ansiedade. Assim que contactou com a tarefa observou-a atentamente aguardando pela leitura em voz alta do enunciado para o grande grupo.

Após a leitura e esclarecimentos prestados pela professora estagiária, o Luís observou atentamente a sequência apresentada e voltou a ler as questões sublinhando os verbos que indicavam a ação que deveria realizar para resolver as propostas. Deste modo, a primeira questão solicitava que os alunos desenhassem a figura seguinte da sequência apresentada.

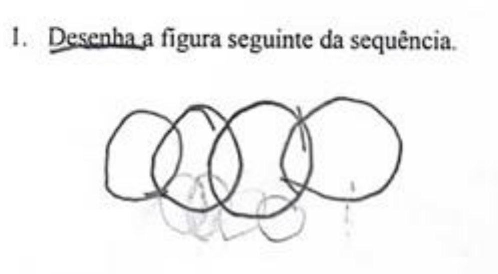
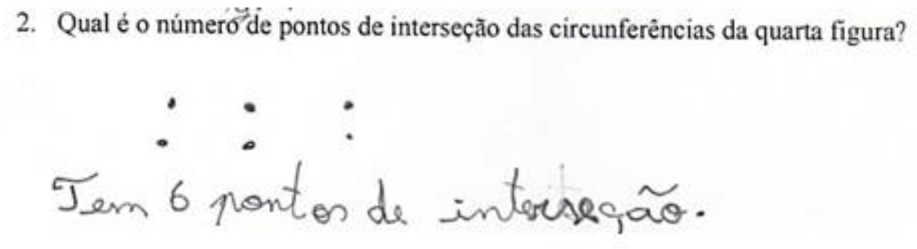


Figura 59 - Resolução do Luís à primeira questão da tarefa "Circunferências".

O Luís é um aluno que apresenta alguma dificuldade na coordenação motora e ao nível da motricidade fina. Por este motivo, normalmente apresenta registos com dimensões muito reduzidas o que os torna um pouco confusos e pouco percetíveis. Contudo, este é um aspeto para o qual é chamada várias vezes a atenção do aluno de modo a que este possa efetuar correções e aperfeiçoamentos nos seus registos. Devido a essas chamadas de atenção cada vez menos frequentes, bem como ao espírito crítico do próprio aluno, assim que adquire consciência de que realizou registos pouco claros, autonomamente corrige-os, como podemos observar através da sua resolução à primeira questão. Com exceção deste facto o aluno não apresentou qualquer dificuldade na resolução da questão número um.

Na questão seguinte – "Qual o número de pontos de interseção das circunferências da quarta figura?" – o aluno apoiou-se no registo que havia efetuado na resolução à questão anterior, apresentando um registo visual dos pontos de interseção presentes no cruzamento das quatro circunferências.



2. Qual é o número de pontos de interseção das circunferências da quarta figura?

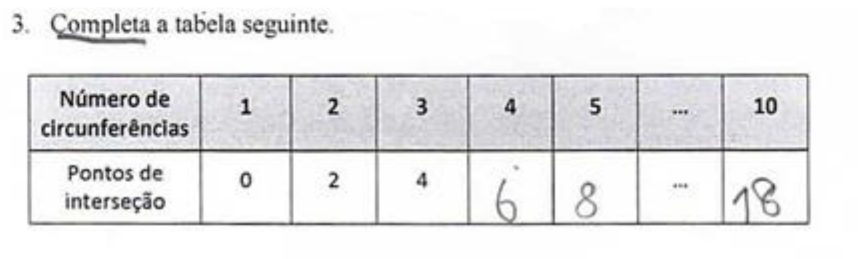
Tem 6 pontos de interseção.

Figura 60 - Resolução do Luís à segunda questão da tarefa “Circunferências”.

Desta forma, o aluno rapidamente adotou uma estratégia não só de contagem, mas principalmente de registo, dos pontos de interseção criados através do cruzamento de quatro circunferências consecutivas.

De seguida era sugerido aos alunos que preenchessem uma tabela de registo cujo objetivo era relacionar o número de circunferências com o respetivo número de pontos de interseção que advinham do cruzamento consecutivo das mesmas.

Contrariamente à tendência da restante turma, o Luís não adotou erradamente uma estratégia de duplicação de valores. Atentemos na sua resolução.



3. Completa a tabela seguinte.

Número de circunferências	1	2	3	4	5	...	10
Pontos de interseção	0	2	4	6	8	...	18

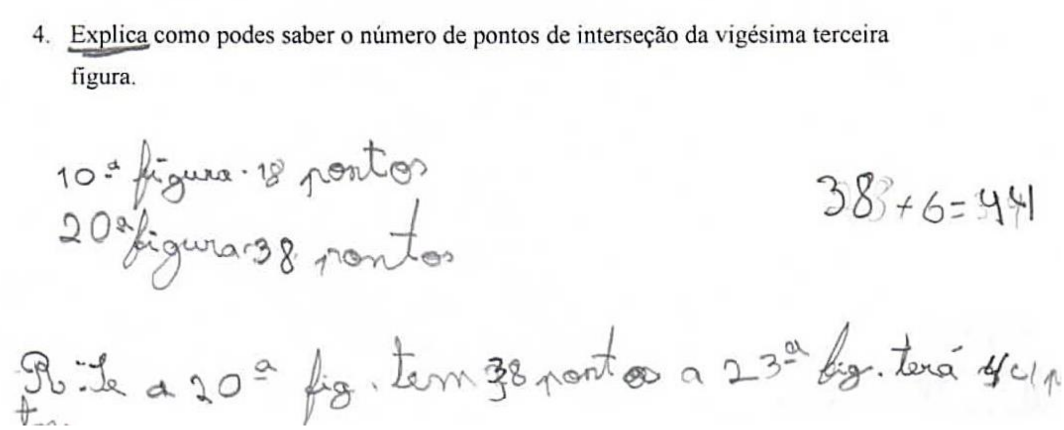
Figura 61 - Resolução do Luís à terceira questão da tarefa “Circunferências”.

É evidente, que o aluno indicou corretamente o número de pontos de interseção correspondente ao número de circunferências solicitado. Contudo, através apenas da observação da sua resolução não é possível conhecer com exatidão a estratégia que adotou, bem como se nesta fase o aluno já teria detetado regularidades ou definido conjeturas. Por este motivo, a conversa informal estabelecida com o Luís adquiriu bastante importância, pois veio esclarecer algumas dúvidas da investigadora:

Investigadora: Como pensaste para preencheres a tabela?
Luís: Aqui, para quatro tinha seis. Para cinco tinha oito.
Investigadora: Como soubeste que cinco circunferências tinham oito pontos de interseção?
Luís: Até aqui foi sempre mais dois.
Investigadora: E como fizeste para dez circunferências? Não conhecias o valor anterior.
Luís: Acrescentei mais cinco ao número oito.
Investigadora: Por que razão acrescentaste mais cinco?
Luís: Contei. Oito, dez, doze, quatorze, dezasseis, dezoito.

Através do diálogo anterior é percetível que, no momento do preenchimento da tabela, o aluno ainda não teria detetado uma regularidade ou conjetura válida que lhe permitisse a generalização. Assim, como a generalização que teria que efetuar para identificar o número de pontos de interseção relativos ao cruzamento de dez circunferências consecutivas era ainda relativamente próxima, o Luís optou por utilizar a mesma estratégia definida no início do preenchimento da tabela. Tendo identificado que entre números de cruzamentos de circunferências consecutivas, o número de pontos de interseção seria sempre “mais dois” relativamente ao anterior, o aluno adotou uma estratégia dependente do termo precedente. No intervalo que não se encontra registado na tabela, desde o cruzamento de cinco circunferências até ao cruzamento de dez, o aluno realizou o mesmo processo mentalmente uma vez que para conhecer o número de pontos de interseção originado pelo cruzamento de dez circunferências necessitava de conhecer o originado pelo cruzamento de nove circunferências.

No seguimento da questão anterior, cujo objetivo passava por incentivar os alunos a uma generalização próxima, a questão que se seguiu pretendia que os mesmos realizassem agora uma generalização distante - “Explica como podes saber o número de pontos de interseção da vigésima terceira figura”. A resolução que o Luís apresentou destacou-se das restantes por ser o único a adotar este tipo de raciocínio.


4. Explica como podes saber o número de pontos de interseção da vigésima terceira figura.

10ª figura · 18 pontos
20ª figura 38 pontos

38+6=44

R: Se a 20ª fig. tem 38 pontos a 23ª fig. terá 44

Figura 62 - Resolução do Luís à quarta questão da tarefa "Circunferências".

De acordo com a resolução anterior, o aluno recorreu ao número de pontos de interseção originados pelo cruzamento de circunferências cujo número correspondesse a um valor de referência. Com o intuito de se aproximar o máximo possível do valor pretendido, vinte e três circunferências intersetadas que correspondiam à vigésima terceira figura, o Luís recorreu a valores como, por exemplo, cinco, dez, quinze e vinte circunferências – "tinha que ir ao número mais perto do número, de vinte e três era o vinte" (Luís, 13 de Janeiro de 2014, tarefa nº5).

Sendo do seu conhecimento o número de pontos de interseção correspondente a cinco e dez circunferências, o aluno apenas teve que determinar o que corresponderia a quinze e a vinte circunferências. Segundo o seu raciocínio "se cinco tem oito e dez têm dezoito, então quinze têm vinte e oito, e vinte têm trinta e oito". (Luís, 13 de Janeiro de 2014, tarefa nº5)

Uma vez conhecido o número de pontos de interseção de vinte circunferências correspondente à vigésima figura, o aluno necessitava agora conhecer o número de pontos de interseção que precisava adicionar aos referidos anteriormente de modo a perfazer as vinte e três circunferências. Para justificar esta ação, aquando da conversa informal com a investigadora sobre a sua resolução, o aluno explicou que deveria adicionar o número de pontos de interseção originado pelo cruzamento consecutivo de vinte circunferências com o número de pontos de interseção originado pelo cruzamento de três circunferências. Como já tinha descoberto o primeiro valor, trinta e oito pontos de interseção, rapidamente calculou o segundo - "depois tínhamos que fazer três vezes dois, ir ao algarismo das unidades de vinte e três e multiplicar por dois pontos de interseção". (Luís, 13 de Janeiro de 2014, tarefa nº5)

Se atentarmos na resolução apresentada pelo Luís apercebemo-nos que os cálculos apresentados vão ao encontro da explicação anterior: 38 (pontos de interseção originados pelo cruzamento de vinte circunferências) + 6 (os quatro pontos de interseção originados pelo cruzamento de três circunferências mais os dois pontos que fazem a ligação das vinte circunferências com as três). Apesar disto, a justificação escrita que apresenta na sua resolução não é elucidativa dos cálculos que apresentou, os quais apenas foram compreendidos aquando da sua justificação oral.

Analisando globalmente a resolução do Luís à tarefa "Circunferências" podemos afirmar que o aluno resolveu totalmente a tarefa, lendo e interpretando corretamente o enunciado, selecionando e aplicando corretamente as estratégias por ele selecionadas. Efetuou, sem dificuldade aparente, generalizações próximas e distantes e definiu uma conjetura válida. No entanto, ao nível da argumentação e justificação, o aluno poderia ter sido mais claro, procurando esclarecer todo o seu raciocínio em vez de apenas uma parte do mesmo, fazendo referência a passos intermédios e deduções que efetuou.

Tarefa nº6

Como já tem vindo a ser referido, a sexta tarefa denominada "Cruzamentos" apresenta um cariz mais investigativo relativamente às tarefas anteriores. Por este motivo, a mesma despertou um interesse crescente no Luís, pois este aluno demonstra-se bastante motivado por desafios que impliquem novas descobertas.

O Luís recebeu ansiosamente a tarefa, acompanhando a leitura do enunciado e escutando atentamente os esclarecimentos dados pela professora estagiária. De seguida seguiu algumas das sugestões fornecidas, destacando em todas as figuras e a vermelho todos os pontos de interseção criados através do cruzamento de palhinhas.

Na primeira questão do enunciado era proposto aos alunos que experimentassem cruzar oito palhinhas paralelamente, sem qualquer outro tipo de restrição. O Luís apresentou a seguinte proposta:

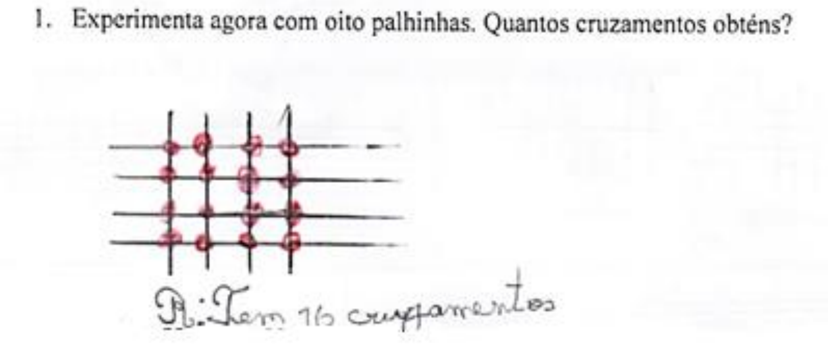


Figura 63 - Resolução do Luís à primeira questão da tarefa "Cruzamentos".

Tal como a generalidade dos alunos desta turma, o Luís apresentou um modelo baseado nos mesmos princípios que as figuras apresentadas no enunciado como sugestão – igual número de palhinhas dispostas vertical e horizontalmente. Por ter apresentado este modelo, na questão seguinte onde era solicitado aos alunos que experimentassem o maior número de cruzamentos que conseguissem com oito palhinhas, e após algumas tentativas, o aluno voltou a apresentar o mesmo modelo que na resposta à questão anterior.

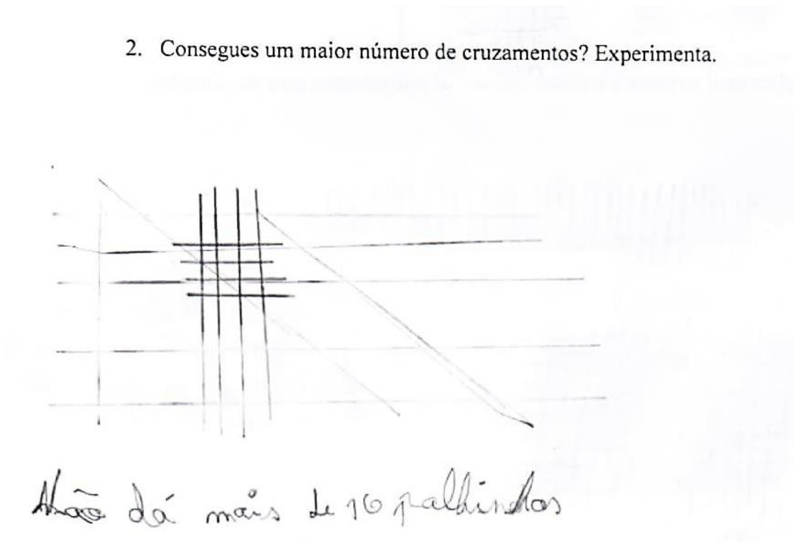


Figura 64 - Resolução do Luís à segunda questão da tarefa "Cruzamentos".

Na questão seguinte – "Qual o número máximo de cruzamentos que conseguiste? E o mínimo?" - a qual tinha como objetivo focar a atenção dos alunos em extremos (mínimo e máximo), o Luís apenas apresentou uma resposta curta e objetiva, não argumentando como teria chegado a tal conclusão. Para o número máximo de cruzamentos obtidos com oito palhinhas o aluno já tinha apresentado resoluções que demonstrassem como teria tirado tal conclusão. No entanto, em relação ao número mínimo não apresenta qualquer indicação de como pensou. Por este motivo, aquando da habitual conversa informal foi possível compreender de forma mais concreta a estratégia utilizada pelo Luís para resolver a questão.

> Investigadora: Com oito palhinhas qual o número mínimo de cruzamentos que consegues?
> Luís: Se fosse oito palhinhas tinha de meter uma na vertical e sete na horizontal.
> Investigadora: E quantos cruzamentos obterias?
> Luís: Sete.

Tendo em consideração que o Luís para responder às questões anteriores já tinha experimentado cruzar oito palhinhas de várias formas, analisando modelos diversos, já teria um modelo visual que indicasse qual o menor número de cruzamentos com oito palhinhas, que juntamente com a explicação apresentada anteriormente, justifica o raciocínio que adotou.

Com o intuito de proporcionar aos alunos o contacto com vários casos, o que lhes iria permitir mais facilmente detetar regularidades para posteriormente definirem uma conjetura, surge a questão: “Investiga o menor e o maior número de cruzamentos para 10, 12 e 14 palhinhas.” Para alguns alunos esta questão teve um grande impacto pois foi apenas aqui que adquiriram ferramentas para definir conjeturas, já para o outros alunos, o impacto não teve uma dimensão tão grande, uma vez que detetaram regularidades precocemente, tendo já planeado algumas conjeturas.

O Luís integra o grupo de alunos deste último caso, pois antes de resolver esta questão já teria compreendido qual o modelo visual correspondente quer ao número máximo, quer ao número mínimo de cruzamentos para um dado número de palhinhas. Atentemos na sua resolução.

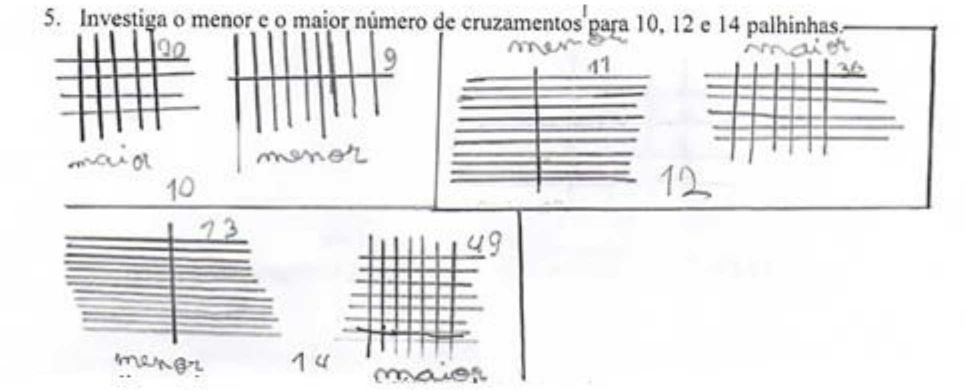


Figura 65 - Resolução do Luís à quinta questão da tarefa "Cruzamentos".

Como podemos observar através da sua resolução, o aluno não necessitou de proceder a tentativas para investigar o maior e o menor número de cruzamentos possível com 10, 12 e 14 palhinhas, desenhando diretamente e de forma confiante os modelos visuais correspondentes ao solicitado. Este facto leva-nos a crer que o aluno já havia detetado anteriormente as regularidades presentes, bem como definido os modelos visuais que correspondiam ao menor e maior número de cruzamentos para um dado número de palhinhas, preparando-se para definir uma conjetura na questão seguinte.

Contudo, na questão que se seguia – "Explica qual o menor e o maior número de cruzamentos para 50 palhinhas." – o Luís adotou uma estratégia pouco adequada, desviando-se completamente do que seria de esperar. Visto que até ao momento o aluno teria identificado as relações existentes, bem como definido modelos visuais quer para o maior, quer para o menor número de cruzamentos com um dado número de palhinhas, era de prever que a próxima estratégia que iria adotar para efetuar uma generalização distante seria a definição de uma conjetura. Todavia, o mesmo não aconteceu, e o Luís continuou a recorrer à mesma estratégia que havia utilizado nas resoluções anteriores, optando assim por desenhar os modelos associados ao menor e ao maior número de cruzamentos com 50 palhinhas.

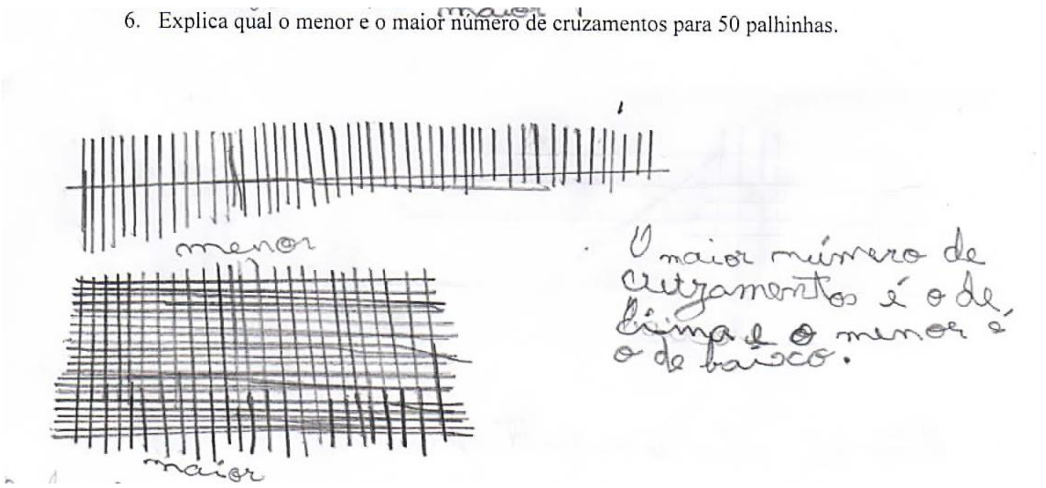


Figura 66 - Resolução do Luís à última questão da tarefa “Cruzamentos”.

Se até ao momento esta teria sido considerada uma estratégia viável e válida, pois as generalizações solicitadas eram de caráter próximo, para esta última questão o mesmo não seria aplicável uma vez que estamos a falar de uma generalização distante para a qual o aluno despendeu de tempo excessivo e teve trabalho redobrado. Porém, durante a habitual conversa informal estabelecida entre o aluno e a investigadora sobre a resolução da tarefa, o Luís revelou ser capaz de realizar generalizações próximas e distantes sem recurso ao desenho, definindo para isso uma conjetura, apenas aplicável a números pares.

> Investigadora: E se eu te perguntar agora, para um número qualquer de palhinhas como posso saber o número máximo de cruzamentos?
> Luís: Multiplicar a metade desse número.
> Investigadora: Multiplicar a metade por que número?
> Luís: Porque uma metade fica na horizontal e outra na vertical.
> Investigadora: Ah! Então vou multiplicar a metade desse número...
> Luís: ...pela metade desse número.
> (...)
> Investigadora: E para conseguires o número mínimo de cruzamentos?
> Luís: Já sei, *n* na horizontal e *n* na vertical. (....) Não! Um *n* na vertical e num sei quantos *n*’s na horizontal.
> Investigadora: Não consegues saber quantas palhinhas ficariam na horizontal?
> Luís: São *n*!
> Investigadora: Se eu tiver, por exemplo, 50 palhinhas.
> Luís: Tenho de tirar uma para pôr na vertical e o resto fica na horizontal.
> Investigadora: E quanto ao número de cruzamentos?
> Luís: É sempre menos um do número de palhinhas.

Através da conversa anterior é possível apercebermo-nos que, embora o aluno tenha apresentado uma resolução escrita à última questão da tarefa que se afastou completamente do pretendido, a realização de uma generalização distante através da formulação de uma conjetura, o Luís oralmente expressou-se de forma clara, justificando o seu raciocínio. Provou que era capaz de indicar um modelo visual para qualquer número de palhinhas, bem como, de elaborar uma conjetura para o número mínimo e máximo de cruzamentos de um número qualquer de palhinhas.

Da análise da resolução do Luís à tarefa "Cruzamentos" podemos concluir que o aluno leu e interpretou de forma correta o enunciado, resolvendo a mesma por completo.

Selecionou estratégias adequadas ao pretendido, com exceção da última questão do enunciado, na qual a estratégia utilizada pelo Luís não era apropriada para realizar uma generalização distante. Porém, é de ressalvar que embora nem sempre as estratégias adotadas tenham sido as mais adequadas, o aluno aplicou-as sempre de forma correta e assertiva.

Ao nível da generalização, o aluno efetuou com muita facilidade generalizações próximas, associando-as a estratégias válidas. No entanto, no que diz respeito a generalizações distantes, não obteve tanto sucesso, apresentando estratégias totalmente desadequadas, com ausência de conjeturas que apoiassem as mesmas. Apesar disto, oralmente, com o estabelecimento de uma conversa que orientou o pensamento do aluno e o ajudou a olhar criticamente para as escolhas e opções que havia tomado, o aluno foi capaz de efetuar generalizações distantes, definindo conjeturas, e atingindo os objetivos pretendidos.

No que diz respeito à argumentação e justificação, mesmo que nem sempre o aluno revelasse total confiança no trabalho que desenvolveu, manifestou maturidade e adaptou algumas das suas estratégias. Assim que o fazia, transparecia mais confiança e argumentava de forma segura e objetiva.

Síntese

Observando o quadro síntese (Quadro 3) conclui-se que o Luís teve um desempenho bastante positivo ao longo da sequência de tarefas proposta.

Categorias		T1	T2	T3	T4	T5	T6
Desempenho na resolução da tarefa	Lê e interpreta corretamente o enunciado do problema	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Escolhe uma estratégia adequada	✓	✓	✓	✓	✓	X
	Aplica corretamente a estratégia selecionada	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Apresenta uma conjetura válida	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Resolve completamente o problema	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Resolve parcialmente o problema	-	-	-	-	-	-
	Indica uma resposta coerente	✓	X	✓	✓	✓	✓
Tipo de Generalização	Efetua generalização próxima	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Efetua generalização distante	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Justificação	Argumenta, justificando as estratégias adotadas	✓	X	✓	✓	X	✓

Quadro 3 - Quadro síntese caso Luís.

Embora se encontre registado que o aluno leu e interpretou corretamente o enunciado do problema, pois não aparenta nas suas resoluções índices de má interpretação, recorreu inúmeras vezes ao auxílio de professor nesta fase de interpretação. Contudo, não lhe foram fornecidas informações que comprometessem os resultados do estudo, sendo incentivado a ler novamente, de forma mais atenta, focando-se em determinados aspetos essenciais para a compreensão.

Na resolução das cinco primeiras tarefas, o Luís selecionou estratégias adequadas, aplicando-as corretamente. Já na última adotou uma estratégia pouco adequada, o desenho, para efetuar uma generalização distante, mas que aplicou corretamente.

Resolvendo na totalidade as tarefas, sempre que utilizou como estratégia a elaboração de uma conjetura, esta apresentou-se como válida. Deste modo, em todas as tarefas o aluno efetuou quer generalizações próximas quer generalizações distantes.

A sua maior dificuldade residiu na elaboração de respostas coerentes, devidamente justificadas, facto destacado principalmente nas tarefas nº2 e nº5.

O caso Catarina

Tarefa nº1.

A Catarina, como já foi referido noutra secção, é uma aluna bastante interessada, curiosa e predisposta a novos desafios. Além disso, revela alguma preferência pela área da matemática, o que a leva a apresentar-se sempre recetiva às tarefas propostas neste âmbito.

Aquando da apresentação da primeira tarefa – "As pontas das estrelas"- a aluna transparecia alguma ansiedade e motivação para a realização do desafio proposto. Assim que este lhe foi entregue, leu o enunciado em silêncio e aguardou a leitura da professora estagiária para o grande grupo, assim como os respetivos esclarecimentos sobre o mesmo.

A aluna iniciou de imediato a resolução da tarefa o que revela que não teve dúvidas quanto ao que era solicitado no enunciado, detetando facilmente as relações existentes na sequência de estrelas apresentada. Assim, rapidamente respondeu à primeira questão, desenhando a figura seguinte da sequência de figuras apresentadas no enunciado.

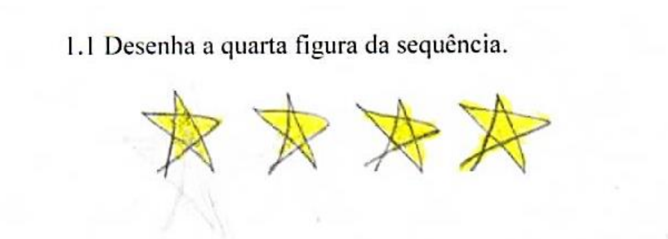


Figura 67 - Resolução da Catarina à primeira questão da tarefa "As pontas das estrelas".

Seguidamente era pedido aos alunos que completassem uma tabela que relacionava o número da figura, e consequentemente de estrelas, com o número total de pontas das estrelas correspondentes. A Catarina preencheu a tabela sem apresentar qualquer tipo de dificuldade e afirmou: "Fácil! É sempre mais cinco que o antes." (Catarina, 25 de Novembro de 2013, tarefa nº1)

1.2 Completa a tabela seguinte.

Número da figura	1	2	3	4	5	6	7	8
Número de pontas das estrelas	5	10	15	20	25	30	35	40

Figura 68 - Resolução da Catarina à segunda questão da tarefa "As pontas das estrelas".

Por último surge uma questão cujo objetivo passava por incentivar os alunos a efetuarem uma generalização distante: "Quantas estrelas tem a figura 100? Explica como podes saber o número total de pontas das estrelas da figura 100." A Catarina, de acordo com as suas caraterísticas já referidas, apresentou-nos uma resolução bastante organizada, completa, elaborando uma justificação coesa e coerente.

1.3 Quantas estrelas tem a figura 100? Explica como podes saber o número total de pontas das estrelas da figura 100.

Número de pontas na fig. 100

$100 \times 5 = 500$

R.: O número de pontas na fig. 100 é 500, porque $100 \times 5 = 500$ e tem 100 estrelas na fig. 100, porque o número da fig. é o número de estrelas,

Figura 69 - Resolução da Catarina à última questão da tarefa "As pontas das estrelas".

Aquando da conversa informal sobre a resolução da tarefa, de forma a justificar o raciocínio adotado nesta última questão, a aluna referiu: "Fiz o número de estrelas vezes o número de pontas que cada estrela tem, que são cinco". Desta forma, devido à facilidade em comunicar que aluna possui, bem como aos raciocínios objetivos que habitualmente adota, rapidamente foi possível compreender que a aluna resolveu a questão efetuando com bastante facilidade uma generalização distante.

Da resolução da Catarina à tarefa "As pontas das estrelas" podemos afirmar que aparenta ter lido e interpretado corretamente o enunciado do problema, respondendo à totalidade das questões e apresentando respostas completas e coerentes. Além disso, selecionou estratégias adequadas, aplicando-as corretamente, o que lhe permitiu definir uma conjetura válida.

Ao nível da generalização, efetuou quer generalizações próximas quer distantes com bastante facilidade, justificando-as de forma autónoma e segura sempre que lhe solicitado.

Tarefa nº2.

Na segunda tarefa denominada "Ana", a Catarina apresentava-se impaciente e curiosa perante o novo desafio. Assim que este lhe foi distribuído não aguardou pela leitura para o grande grupo, iniciando rapidamente uma leitura silenciosa de maneira a satisfazer a sua curiosidade natural. Contudo, de seguida foi incentivada a aguardar um pouco antes de iniciar a resolução da tarefa, respeitando os procedimentos iniciais que habitualmente eram realizados em grande grupo.

A Catarina carateriza-se por adotar intuitivamente e de forma quase imediata estratégias para dar resposta aos desafios propostos, verificando apenas mais tarde a validade dessas mesmas estratégias, deliberando se existe a necessidade de reformulação ou não. Desta forma, pouco tempo após observar a sequência apresentada no enunciado, a aluna já recorria a uma estratégia que lhe permitia a generalização próxima, a qual mais tarde também se adequaria a uma generalização distante. Assim, a Catarina não recorreu a processos mais básicos para a generalização distante como é o caso da contagem. Atentemos na sua resolução às três primeiras questões que gradualmente evoluíam de generalizações mais próximas para distantes.

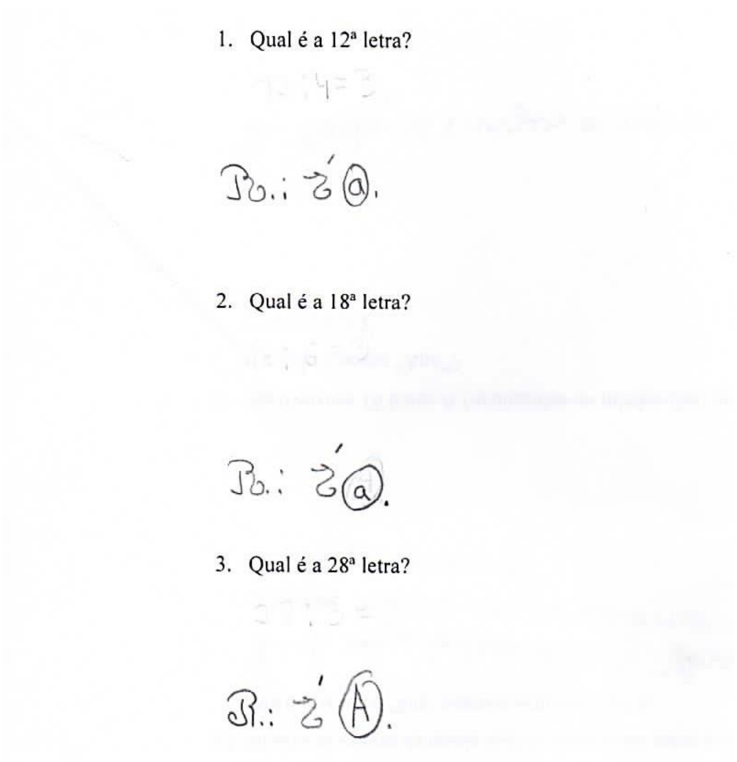


Figura 70 - Resolução da Catarina às três primeiras questões da tarefa "Ana".

Para identificar a letra solicitada em cada questão, a aluna optou por adotar uma estratégia com recurso aos múltiplos de três uma vez que a palavra *Ana* era composta por três letras. Desta forma, se a posição pretendida correspondesse a um múltiplo de três, a aluna saberia que nessa mesma posição se encontraria uma letra "a" minúsculo, pois é a letra que marca o final da palavra *Ana*. Por outro lado, caso a posição pretendida coincidisse com um valor correspondente a um múltiplo de três mais um, a Catarina identificaria uma letra "A" maiúsculo uma vez que era a letra que imediatamente se seguia à letra "a" minúsculo na sequência apresentada. Contudo, o raciocínio adotado pela aluna ficou mais bem esclarecido aquando da conversa informal sobre a sua resolução.

Investigadora: Como descobriste que letra correspondia a cada uma das posições pedidas no enunciado?
Catarina: Primeiro vi que três vezes quatro, igual a doze. O quatro vinha das palavras e três vinha das letras, ou seja, um, dois, três. (...) E depois reparei que era "a", porque a última (....) aaaaa...Quatro vezes três era doze e então (....) aaaaa...a última letra de quatro palavras era um "a" minúsculo. Eu vi que era um "a" minúsculo. Na segunda pergunta que era "Qual é a 18º letra?" eu meti que era "a" minúsculo, e o "a" minúsculo

vinha de, que seis vezes três era dezoito, e era a letra que respondia ao que tínhamos que responder.
(...)
Três vezes seis correspondia a três letras que o nome *Ana* tem vezes seis palavras, que era dezoito. Então como era isso que dava na multiplicação, nos múltiplos do três, porque era dezoito, então podia ser. Vi que era o "a" minúsculo. Na terceira questão "Qual é a 18º letra?"...
Investigadora: Vigésima oitava letra!
Catarina: Sim, enganei-me, vigésima oitava letra! Eu disse que era o "A" maiúsculo porque nos múltiplos da tabuada do três não havia o vinte e oito, mas havia o vinte e sete. Era três vezes o nove! Então vi que não dava, e vinte e sete mais um era vinte e oito. Se acrescentássemos nessas nove palavras mais uma letra, era o "A" maiúsculo.

Como foi possível observar através da conversa anterior, a Catarina é uma aluna com bastante facilidade em expressar-se oralmente, não necessitando que a investigadora colocasse muitas questões para orientar o seu pensamento. Porém, em algumas situações diárias, por vezes a aluna desfocava-se do objetivo principal, necessitando que o adulto conduzisse, através de pequenas questões, novamente o seu pensamento para o pretendido. Todavia, como a aluna compreendeu bem o intuito das conversas a estabelecer entre a investigadora e os alunos caso, justificava oralmente o seu raciocínio de forma bastante fluente.

Na questão seguinte, na qual era pedido que os alunos indicassem quantas vezes aparecia o nome *Ana* completo, caso estivessem perante uma sequência de trinta e quatro letras, a Catarina procurou dividir o número solicitado pelo número de letras que tem uma palavra, três. Como a divisão de trinta e quatro por três não apresentava um resultado exato (11,3333333), a aluna concluiu que, com trinta e quatro letras apenas teria onze palavras *Ana* completas.

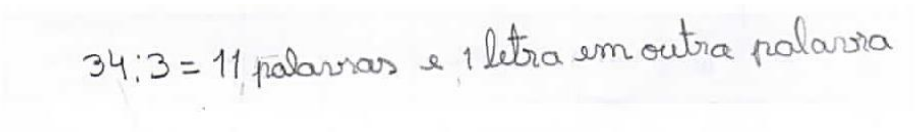


Figura 71 - Resolução da Catarina à quarta questão da tarefa "Ana".

De acordo com a sua resolução, a Catarina afirmou: "Eu fiz tal tal tal vezes três é igual a trinta e quatro, e esse tal tal tal era o onze. Eram onze palavras completas só que sobrava" (Catarina, 2 de Dezembro de 2013, tarefa nº2). Assim, a aluna apresentou uma resolução clara e bastante objetiva, expondo os cálculos que efetuou bem como uma possível justificação para o facto de a divisão efetuada não ser exata.

De seguida era sugerido o preenchimento de uma tabela que relacionava o número de vezes que o nome *Ana* aparecia completo com o respetivo número total de letras.

Nome "Ana" completo	1	2	3	4	5	...	10	...	15
Número de letras	3	6	9	12	15	...	30	...	45

5.1 Observa os valores da tabela. Explica como podes saber quantas letras são necessárias para que o nome "Ana" apareça sempre completo.

R.: A relação é que o nome "Ana" tem 3 letras e e nas outras vezes que o nome se repete avança sempre mais 3.

Figura 72 - Resolução da Catarina à quinta questão da tarefa "Ana".

A Catarina, que já havia identificado as regularidades existentes, facilmente procedeu ao preenchimento da tabela, apercebendo-se também que para o nome *Ana* surgir sempre completo necessitaria sempre de três letras. Desta forma referiu: "Aqui é uma vez, a palavra *Ana* tem três letras, duas vezes três tem seis, três vezes três tem nove, quatro vezes três tem doze, cinco vezes três tem quinze..." (Catarina, 2 de Dezembro de 2013, tarefa nº2)

Na sexta questão – "Se tivermos 16 letras A (maiúsculas ou minúsculas) quantas vezes se encontra repetido o nome "Ana"?" – a Catarina apresentou a seguinte resolução:

6. Se tivermos 16 letras A (maiúsculas ou minúsculas) quantas vezes se encontra repetido o nome "Ana"?

16 : 2 = 8

R.: Conta-se 8 vezes o nome "Ana".

Figura 73 - Resolução da Catarina à sexta questão da tarefa "Ana".

Através da sua resolução é percetível que a aluna, consciente de que cada palavra *Ana* possui duas letras “A” (uma maiúscula e uma minúscula), dividiu o número total de letras “A” referido no enunciado, dezasseis, pelo número de letras “A” presentes em cada palavra *Ana*, ou seja, duas. Como forma de justificar a estratégia adotada a aluna referiu: “Se tivermos dezasseis letras “A”, como vi no enunciado, fazemos dezasseis a dividir por dois, porque temos a palavra *Ana* que tinha duas vezes o “A”. Isto dá oito que significa o número de palavras *Ana*” (Catarina, 2 de Dezembro de 2013, tarefa nº2).

Por fim, na última questão, cujo objetivo pressupunha a realização de uma generalização distante, a Catarina não respondeu, pois julgou não ser capaz de fazê-lo acertadamente.

Embora a aluna revele um especial gosto pela área da matemática, bem como pela realização de novos desafios, obtendo geralmente resultados bastante satisfatórios, por vezes apresenta fragilidades que se relacionam com a sua baixa autoestima transmitindo-se sobre a forma de insegurança. Por este motivo, em algumas situações, quando a Catarina não identifica com a rapidez habitual uma estratégia que lhe permita resolver os desafios propostos, adota atitudes de desistência, desmotivação, e por vezes recorre ao choro. Embora este tipo de comportamentos seja sempre desencorajado por parte dos docentes que a acompanham bem como pelos encarregados de educação, a Catarina é uma criança bastante obstinada e dificilmente retoma as atividades mesmo com encorajamento positivo. Desta forma, e a conselho da docente titular, não se insistiu excessivamente com a aluna para que respondesse à questão.

Contudo, aquando da correção habitual em grande grupo, a Catarina participou ativamente na mesma, contribuindo de forma positiva, pedindo para responder a esta última questão, afirmando oralmente perante a turma: “É sempre nos múltiplos da tabuada do três!” (Catarina, 3 de Dezembro de 2013, tarefa nº2)

Desta forma, a Catarina veio comprovar o que já havia sido detetado em outras situações pela professora da turma, e posteriormente pelas professoras estagiárias, a aluna já tinha identificado as relações existentes, adotado estratégias adequadas e raciocínios válidos, só não estava consciente e segura disso.

Da análise da resolução da Catarina à tarefa “Ana” podemos afirmar que a aluna leu e interpretou corretamente o enunciado, apresentando respostas completas, claras, objetivas e coerentes. Recorreu a estratégias adequadas, aplicando-as corretamente, o que a levou ao estabelecimento de conjeturas válidas. Não resolveu a totalidade da tarefa, uma vez que se recusou a resolver a última questão pelos motivos já em cima referidos. No entanto quer pelas resoluções que foi apresentando ao longo da tarefa, quer pelas conversas informais que foi estabelecendo com a investigadora e com a turma, é percetível que a Catarina já teria definido inconscientemente uma conjetura que lhe permitiu a realização de generalizações distantes. Assim, a aluna efetuou generalizações próximas e distantes com facilidade, argumentando para as justificar.

Tarefa nº3.

Na terceira tarefa, “Berlindes”, a Catarina já se encontrava familiarizada com a rotina de resolução semanal de uma tarefa. Devido às suas habituais caraterísticas, estava ansiosa por conhecer o novo desafio, adotando atitudes de impaciência, questionamento e inquietação. Assim que lhe foi entregue a tarefa, a aluna leu-a silenciosamente, satisfazendo a sua curiosidade inicial, e aguardou pelos habituais devidos esclarecimentos por parte da professora estagiária.

Desde a leitura do enunciado até iniciar a resolução da tarefa, a Catarina necessitou de mais tempo que o habitual para a interpretação. Contudo, este facto foi recorrente na maioria dos alunos devido à complexidade do próprio enunciado. Após ter compreendido as condições impostas no enunciado para a elaboração dos sacos com berlindes, a aluna definiu a estratégia que iria utilizar e partiu para a prática, construindo, de forma organizada e briosa, os sacos apresentados. O perfecionismo na apresentação dos trabalhos, a definição de métodos de organização, e o gosto pela resolução de desafios são caraterísticas habituais da aluna, que são bem visíveis na sua resolução.

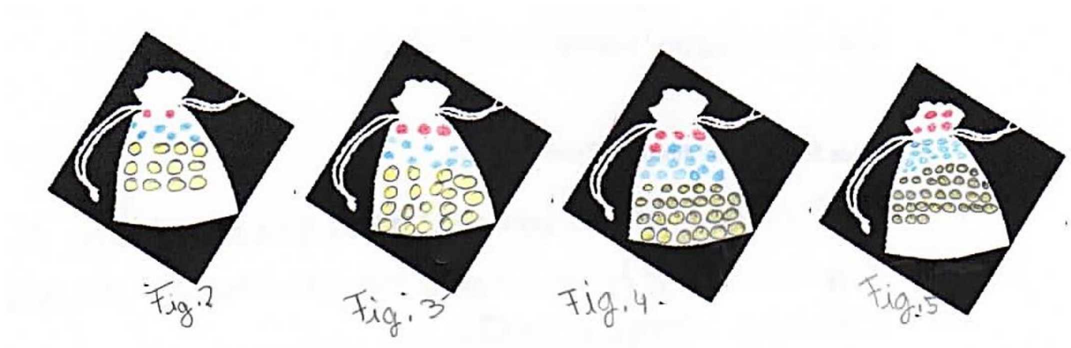


Figura 74 - Construção da Catarina dos sacos com berlindes da tarefa "Berlindes".

Com o objetivo de compreender qual o raciocínio adotado pela Catarina para a elaboração dos sacos com berlindes foi estabelecida uma conversa informal entre a aluna e a investigadora.

> Investigadora: Como pensaste para começares a construção dos sacos?
> Catarina: Primeiro vi que já estava lá a figura um, por isso as outras seriam a figura dois, três, quatro e cinco. Depois na um que já tava completada, não fui eu que fiz, a bolinha vermelha que no enunciado vi quanto era, que era o número da figura, fiz igual nos outros. Então na figura dois pus duas bolinhas vermelhas, na figura três pus três bolinhas e etc. Depois fiz a multiplicação porque no enunciado dizia que os berlindes amarelos eram o dobro do número de berlindes azuis, então fiz... (e começa a contar em silêncio, apontando com o dedo, o número de berlindes amarelos que havia desenhado no saco que chamou de fig.2)... fiz doze! Fiz doze bolinhas amarelas porque eram o dobro das azuis, que eram o triplo do número de vermelhas.
> Investigadora: Quando começaste a preencher os sacos qual foi a ordem pela qual desenhaste os berlindes?
> Catarina: Pelos vermelhos, azuis, amarelos.
> Investigadora: Porque resolveste usar essa ordem?
> Catarina: Porque se não ficava muito baralhada! Primeiro porque não sabia o que era os amarelos, quanto era, porque ainda não tinha feito os azuis nem os vermelhos.

Através da conversa anterior é percetível que a Catarina não iniciou o preenchimento dos sacos com berlindes de forma aleatória, utilizando a sua própria estratégia, e revelando que compreendeu a relação de dependência que existia entre os diferentes berlindes, criada pelas condições impostas no enunciado.

Seguidamente, e sem qualquer tipo de dificuldade, procedeu ao preenchimento da tabela, registando numericamente o número de berlindes que colocou em cada saco.

1. Observa os teus sacos de berlindes, e completa a seguinte tabela.

Cor dos berlindes	Amarelo	Azul	Vermelho	Total de berlindes
Número de berlindes	6	3	1	10
	12	6	2	20
	18	9	3	30
	24	12	4	40
	30	15	5	50

Figura 75 - Resolução da Catarina à primeira questão da tarefa "Berlindes".

Desta forma, com base no preenchimento da tabela anterior, a aluna respondeu às questões que se seguiam, estabelecendo as devidas relações.

2. Encontras alguma relação entre os totais de berlindes dos quatro sacos? Qual?

R.: Eu encontrei uma relação que foi: num saco havia 10 berlindes e no saco seguinte (que no vermelho era sempre mais 1) no total de berlindes era mais 10.

3. E entre o número de berlindes amarelos e o número de berlindes vermelhos, encontras alguma relação?

R.: Encontro, no número de berlindes vermelhos se multiplicarmos por 6 dá o número de amarelos.

Figura 76 - Resolução da Catarina à segunda e terceira questão da tarefa "Berlindes".

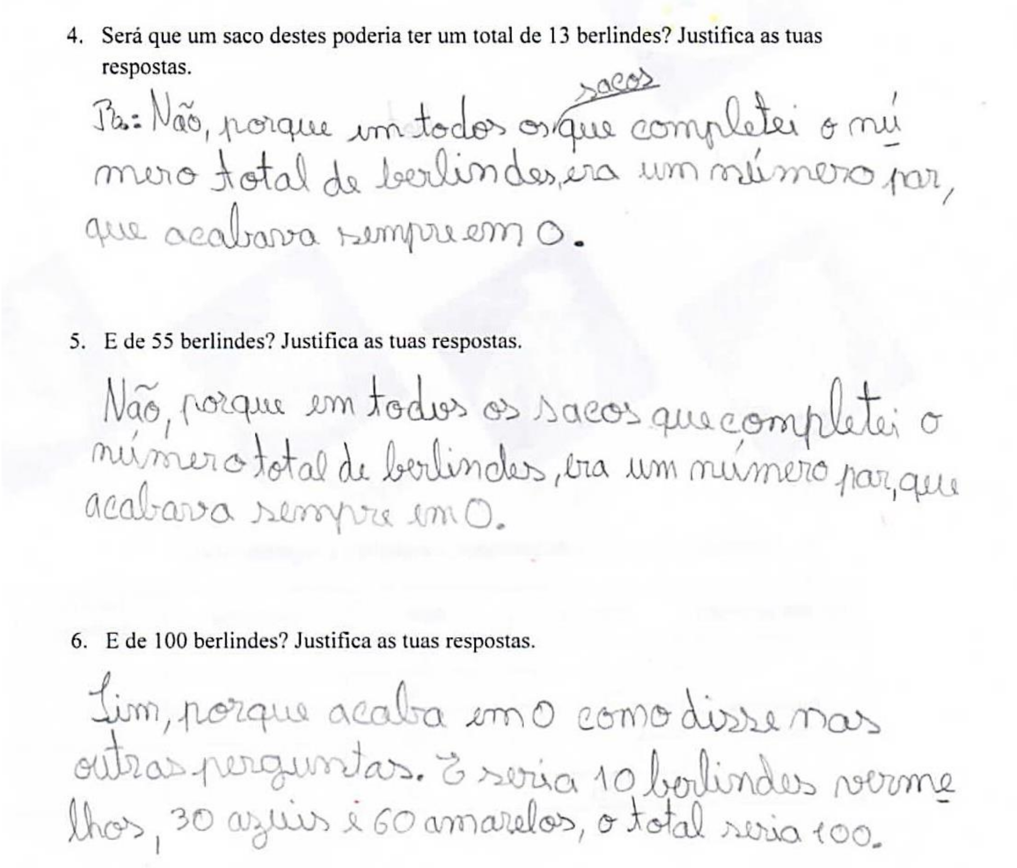
A aluna facilmente detetou as regularidades existentes. Referiu na segunda questão, que o número total de berlindes em cada saco aumentaria sempre dez berlindes, e na terceira questão, que o número de berlindes amarelos seria o sêxtuplo do número de berlindes vermelhos – "Eu percebi e vi que, todos os vermelhos, se multiplicarmos por seis dava o número de amarelos". (Catarina, 9 de Dezembro de 2013, tarefa nº3)

Na conversa informal, estabelecida entre a investigadora e a aluna, foi possível concluir que após resolver a terceira questão, a Catarina para além de se demonstrar capaz de identificar as relações existentes entre os berlindes dos sacos que construiu, tinha já definido uma estratégia de generalização distante para a sequência que construiu. Atentemos no seguinte diálogo:

> Catarina: Vi uma coisa! Vi que era fácil eu descobrir o número de amarelos. A figura era dois, e o número de berlindes vermelhos também era dois. Como estamos a falar dos amarelos, vi que era só fazer o número de vermelhos vezes seis que dava os amarelos.
> Investigadora: O que queres dizer com isso?
> Catarina: Se fosse, por exemplo, sete (apontando para um saco, querendo insinuar que se quiséssemos construir um saco correspondente à sétima figura da sequência que construiu) podemos já fazer o saco com os amarelos.
> Investigadora: Vê se entendi o que queres dizer. Tu aqui construíste mais quatro sacos. O da figura um já estava construído, e por isso construíste o da figura dois, três, quatro e cinco. Como tu observaste na tua sequência, que o número da figura era igual ao número de berlindes vermelhos que colocaste em cada saco, se eu agora te pedisse a figura sete...
> Catarina (interrompendo): ...Era só fazer o triplo e o dobro!
> Investigadora: Então se eu te pedisse para construir a figura sete, quantos berlindes de cada cor teria?
> Catarina: 7 vermelhos, 21 azuis (...) porque no enunciado dizia que os azuis eram o triplo dos vermelhos.
> Investigadora: E os amarelos?
> Catarina: Eram o dobro dos azuis ou o sêxtuplo dos vermelhos, 42.

Embora o objetivo principal desta tarefa não fosse que os alunos definissem uma conjetura, mas antes que identificassem apenas regularidades presentes, a Catarina, de acordo com a sequência de figuras que elaborou, detetou várias relações e por isso, autonomamente, sugeriu uma conjetura válida. Este facto não teria sido percetível apenas através da sua resolução escrita uma vez que as questões apresentam um caráter mais fechado, orientando os alunos para os objetivos pretendidos. Contudo, as conversas informais são estabelecidas com os alunos de forma a compreender os seus raciocínios, nas quais lhes é dada mais liberdade para se expressarem e partilharem estratégias, pensamentos, decisões que tomaram.

Nas questões que se seguiam, nas quais se pretendia que os alunos identificassem a regularidade associada ao número total de berlindes dos sacos, indicando se seria possível existirem sacos com um total de 13, 55 ou 100 berlindes. A Catarina apresentou a seguinte resolução:



4. Será que um saco destes poderia ter um total de 13 berlindes? Justifica as tuas respostas.

R: Não, porque em todos os sacos que completei o número total de berlindes, era um número par, que acabava sempre em 0.

5. E de 55 berlindes? Justifica as tuas respostas.

Não, porque em todos os sacos que completei o número total de berlindes, era um número par, que acabava sempre em 0.

6. E de 100 berlindes? Justifica as tuas respostas.

Sim, porque acaba em 0 como disse nas outras perguntas. E seria 10 berlindes vermelhos, 30 azuis e 60 amarelos, o total seria 100.

Figura 77 - Resolução da Catarina à quarta, quinta e sexta questão da tarefa "Berlindes".

Observando a resolução da Catarina concluímos que a aluna detetou facilmente a regularidade associada ao número total de berlindes em cada saco, recorrendo à paridade dos números, bem como aos múltiplos de dez, como forma de justificar as suas conclusões. Assim, segundo o raciocínio da aluna, a condição para ser um número total de berlindes de um saco válido seria ser par e simultaneamente terminar em zero. No caso da última questão, onde os alunos deveriam referir se era possível construir um saco com um total de 100 berlindes, a Catarina não só respondeu corretamente e apresentou a devida justificação, como também indicou qual a quantidade de berlindes de cada cor que esse mesmo saco teria. Desta forma, a resposta da aluna revela que identificou devidamente as relações existentes, e ainda que, de acordo com a sequência de sacos que apresentou no início da tarefa, foi capaz de efetuar uma generalização distante indicando o número de berlindes que corresponderia a cada cor.

Através da resolução da Catarina à tarefa "Berlindes" podemos concluir que a aluna leu e interpretou corretamente o enunciado do problema, resolvendo-o na sua totalidade. Escolheu estratégias adequadas, aplicando-as corretamente. Apresentou ainda conjeturas válidas onde demonstra ser capaz de realizar generalizações próximas e distantes. Devido à sua boa capacidade de expressão quer oral quer escrita, argumentou de forma segura e coerente as estratégias e raciocínios adotados.

Tarefa nº4.

A tarefa nº4, denominada "Clipes", tal como as anteriores, foi recebida pela Catarina com grande entusiasmo, já que desafios matemáticos são parte integrante dos seus principais interesses.

Assim que a habitual rotina, que inclui a leitura para o grande grupo e esclarecimento de dúvidas, foi realizada, a aluna dedicou-se à observação da sequência de figuras apresentada, na qual rapidamente detetou regularidades, registando-as.

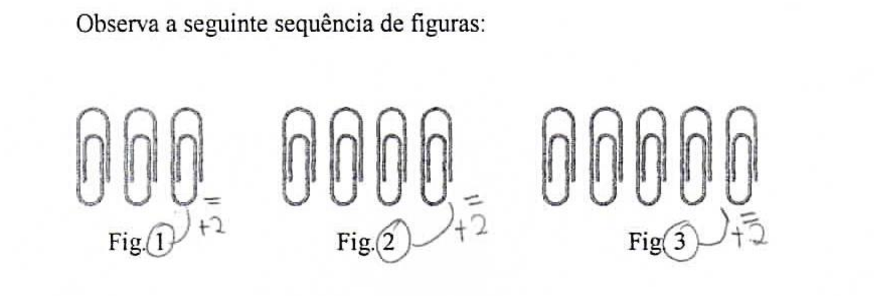


Figura 78 - Registo inicial das regularidades detetadas pela Catarina na tarefa "Clipes".

Porém, aquando da conversa informal que habitualmente a investigadora estabelece com os alunos caso sobre as suas resoluções, é percetível que a conjetura definida e registada pela aluna não foi a sua primeira opção, e que anteriormente já havia adotado outras estratégias que a levaram a conjeturas que rapidamente verificou serem inválidas, pelo que necessitou de as reformular.

> Investigadora: Quando observaste a sequência de figuras o que reparaste?
> Catarina: Reparei que...primeiro vi as figuras um, dois e três. Depois vi que o número era três! Como comecei de trás vi três vezes dois...Não! Espera...Dois vezes dois mais um, sempre assim...ou qualquer coisa assim!
> Investigadora: A que te referes com esse dois vezes dois mais um? Explica-me...
> Catarina: Vi nesta (apontando para a terceira figura da sequência) dois vezes dois quatro, depois tentei três vezes dois que dava seis e não dava cinco. Depois por causa disso comecei do início. Vi que um mais dois era três, dois mais dois era quatro, e fiz sempre isso! Três mais dois, cinco. Era o número da figura mais dois.

Através da conversa anterior apercebemo-nos que a Catarina após aplicar as suas duas primeiras conjeturas verificou que não eram válidas e por isso necessitou de definir uma nova, constatando posteriormente a sua validade. A partir deste momento, a aluna passou a utilizar esta conjetura para responder às questões propostas.

Como já havia identificado a relação existente entre o número da figura e o número de clipes que a mesma possuiria, facilmente resolveu a primeira questão da tarefa na qual era solicitado que os alunos desenhassem as duas figuras seguintes.

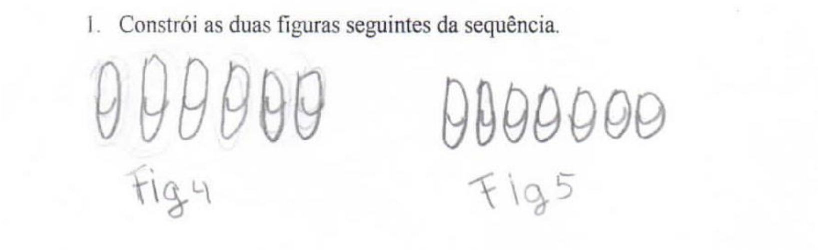


Figura 79 - Resolução da Catarina à primeira questão da tarefa "Clipes".

As duas questões que se seguiam pressupunham que os alunos efetuassem generalizações que, gradualmente, evoluíram de próximas para distantes, propondo que indicassem por quantos clipes seriam compostas a décima e a décima quinta figuras.

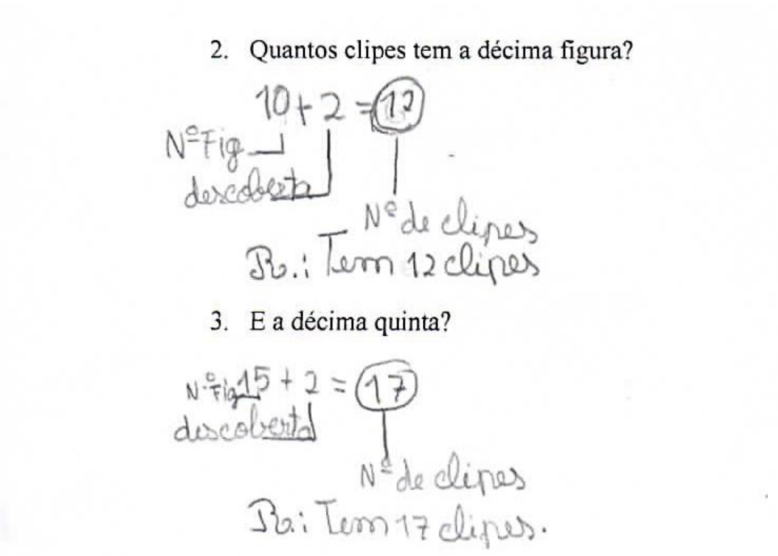
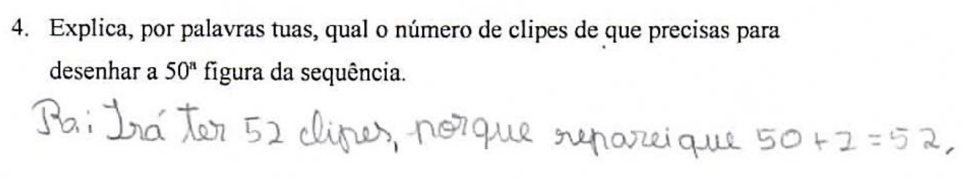


Figura 80 - Resolução da Catarina à segunda e terceira questão da tarefa "Clipes".

Uma vez que já conhecia a conjetura que lhe permitiria efetuar generalizações, a aluna optou por aplicá-la para responder às questões anteriores. Desta forma apresentou respostas bastante claras e organizadas, descriminando cada parcela, justificando ao que se referiam.

Por fim era proposto aos alunos que efetuassem uma generalização distante, referindo e explicando como poderiam saber quantos clipes seriam necessários para formar a 50º figura. Tal como nas respostas anteriores, a Catarina recorreu à conjetura que definiu, explicando que a 50º figura seria composta por 52 clipes, pois segundo a sua regra de generalização o número da figura (50) mais dois, resultaria num total de 52 clipes.


4. Explica, por palavras tuas, qual o número de clipes de que precisas para desenhar a 50ª figura da sequência.

R: Irá ter 52 clipes, porque reparei que 50+2=52,

Figura 81 - Resolução da Catarina à última questão da tarefa "Clipes".

Da resolução da Catarina à tarefa "Clipes" podemos concluir que a aluna leu e interpretou de forma correta o enunciado, apresentando resoluções adequadas, devidamente organizadas e justificadas. Numa fase inicial adotou diferentes estratégias que a levaram a concluir que as conjeturas que havia definido não seriam válidas. Por este motivo, e como a definição de uma conjetura é um processo que pode ser demorado exigindo por vezes alguma experimentação, a aluna adotou novas estratégias que a levaram à elaboração de uma conjetura por fim válida. Desta forma, resolveu corretamente todo o problema, efetuando generalizações próximas e distantes com bastante facilidade. De maneira a justificar os seus raciocínios, procurou apresentar resoluções claras e objetivas, argumentando de forma coerente.

Em suma, a dificuldade apresentada pela Catarina nesta tarefa surgiu apenas numa fase inicial de definição de uma conjetura, pois assim que verificou que esta era válida, aplicou-a para responder às restantes questões com bastante facilidade.

Tarefa nº5.

A quinta tarefa, "Circunferências", foi recebida pela Catarina e restantes colegas com bastante agrado, uma vez que coincidiu com o momento em que os alunos estavam a aprender a manusear o compasso para desenhar circunferências. Como habitual, assim que a tarefa foi distribuída por todos os alunos, foi efetuada uma leitura para o grande grupo e prestados os devidos esclarecimentos.

A Catarina como é uma aluna muito empenhada e interessada, normalmente retém facilmente os conceitos, aplicando-os sempre que necessário. Desta forma, foi uma das primeiras alunas da turma a compreender e aplicar o conceito de “ponto de interseção” uma vez que já tinha sido abordado anteriormente.

Na primeira questão, onde era solicitado aos alunos que desenhassem a figura seguinte da sequência apresentada no enunciado, a Catarina apresentou uma resolução correta, clara e organizada, tal como nos tem vindo a habituar.

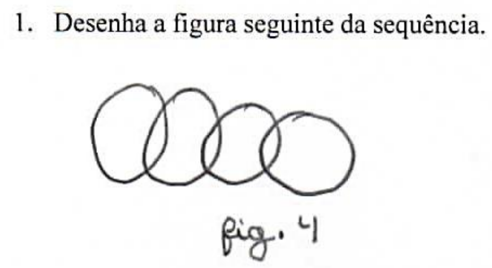


Figura 82 - Resolução da Catarina à primeira questão da tarefa “Circunferências”.

Na questão que se seguia – “Qual o número de pontos de interseção das circunferências da quarta figura?” – a aluna respondeu desenhando novamente a quarta figura e assinalando os pontos de interseção formados pelo cruzamento das circunferências. De seguida, para responder à questão, revelou aquando da conversa informal habitualmente estabelecida, que procedeu à contagem dos mesmos.

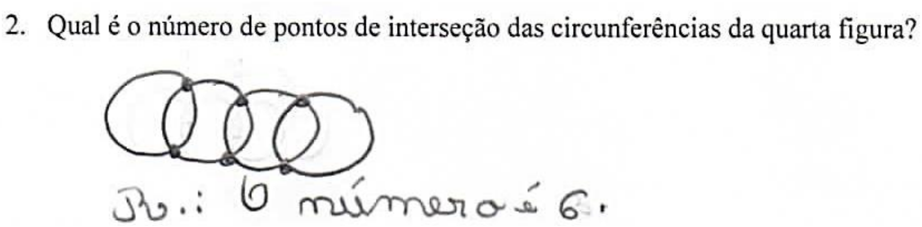


Figura 83 - Resolução da Catarina à segunda questão da tarefa “Circunferências”.

Posteriormente era pedido aos alunos que preenchessem uma tabela que relacionava o número de circunferências com o respetivo número de pontos de interseção originados pelo seu cruzamento consecutivo. A Catarina apresentou a seguinte resolução:

3. Completa a tabela seguinte.

Número de circunferências	1	2	3	4	5	...	10
Pontos de interseção	0	2	4	6	8	...	18

Figura 84 - Resolução da Catarina à terceira questão da tarefa "Circunferências".

Quando observou a parte da tabela que já se encontrava preenchida, a aluna imediatamente começou por selecionar estratégias que a levassem à definição de uma conjetura que lhe permitissem generalizar. A Catarina referiu que inicialmente pensou que "o número da figura vezes o número de circunferências" dessa mesma figura seria uma possível conjetura, contudo rapidamente verificou que não era válida. (Catarina, 13 de Janeiro de 2014, tarefa nº5). De acordo com a conclusão anterior, a aluna procurou definir novas estratégias que a levassem a uma nova conjetura. Assim propôs a opção "o número de circunferências vezes o número de pontos de interseção de duas figuras, menos dois", procurando comprovar a sua validade – "Dois vezes dois, quatro, menos dois, dois. Três vezes dois, seis, menos dois, quatro" (Catarina, 13 de Janeiro de 2014, tarefa nº5).

Desta forma, a Catarina tinha encontrado uma conjetura que acreditava ser válida aplicando-a para resolver a última questão de generalização distante – "Explica como podes saber o número de pontos de interseção da vigésima terceira figura."

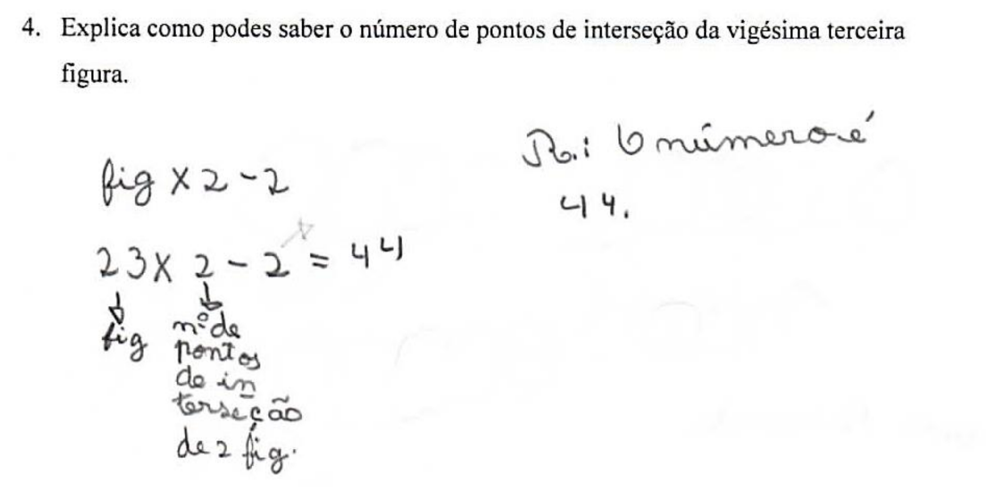


Figura 85 - Resolução da Catarina à última questão da tarefa "Circunferências".

De acordo com a resolução da Catarina à tarefa "Circunferências" podemos concluir que aluna aparenta ter lido e interpretado corretamente o enunciado do problema, uma vez que não apresenta resoluções nem respostas desadequadas do contexto. Resolvendo a totalidade das questões propostas no problema, selecionou autonomamente estratégias, e propôs conjeturas, que após verificada a sua validade, foram, ou não, aplicadas durante a resolução. A conjetura definida como válida permitiu à aluna realizar generalizações próximas com alguma rapidez, sendo crucial no momento de efetuar generalizações distantes. A Catarina apresentou sempre respostas organizadas e devidamente justificadas. Porém é nos momentos de conversa informal com a investigadora que argumenta e explica de forma mais clara os raciocínios que vai adotando durante toda a resolução das tarefas.

Tarefa nº6

A sexta tarefa proposta à turma – "Cruzamentos" - como já foi sendo referido, por ser a última de uma sequência de desafios semanais, apresentava um caráter mais exploratório. Aquando da sua apresentação à turma foi referido que nesta tarefa os alunos deveriam explorar e experimentar livremente todas as opções que entendessem para responder às questões. Neste momento, a Catarina por ser uma aluna bastante curiosa e predisposta a desafios, mostrou-se ansiosa por iniciar a sua resolução. Assim que foram efetuados todos os procedimentos habituais antes de os alunos iniciarem a tarefa, a Catarina colocou a sua sebenta ao lado da folha da tarefa revelando que se encontrava preparada para efetuar todas as experimentações necessárias para resolver a mesma.

Na resolução à primeira questão da tarefa que tinha como objetivo a apresentação de um modelo aleatório de cruzar oito palhinhas em grupos paralelos, tal como a maioria dos alunos da turma, a aluna apresentou um modelo baseado nos apresentados no enunciado. Estes correspondiam ao número máximo de cruzamentos possíveis com qualquer número de palhinhas, e por este motivo, na segunda questão – "Consegues um maior número de cruzamentos? Experimenta." – a aluna respondeu que não.

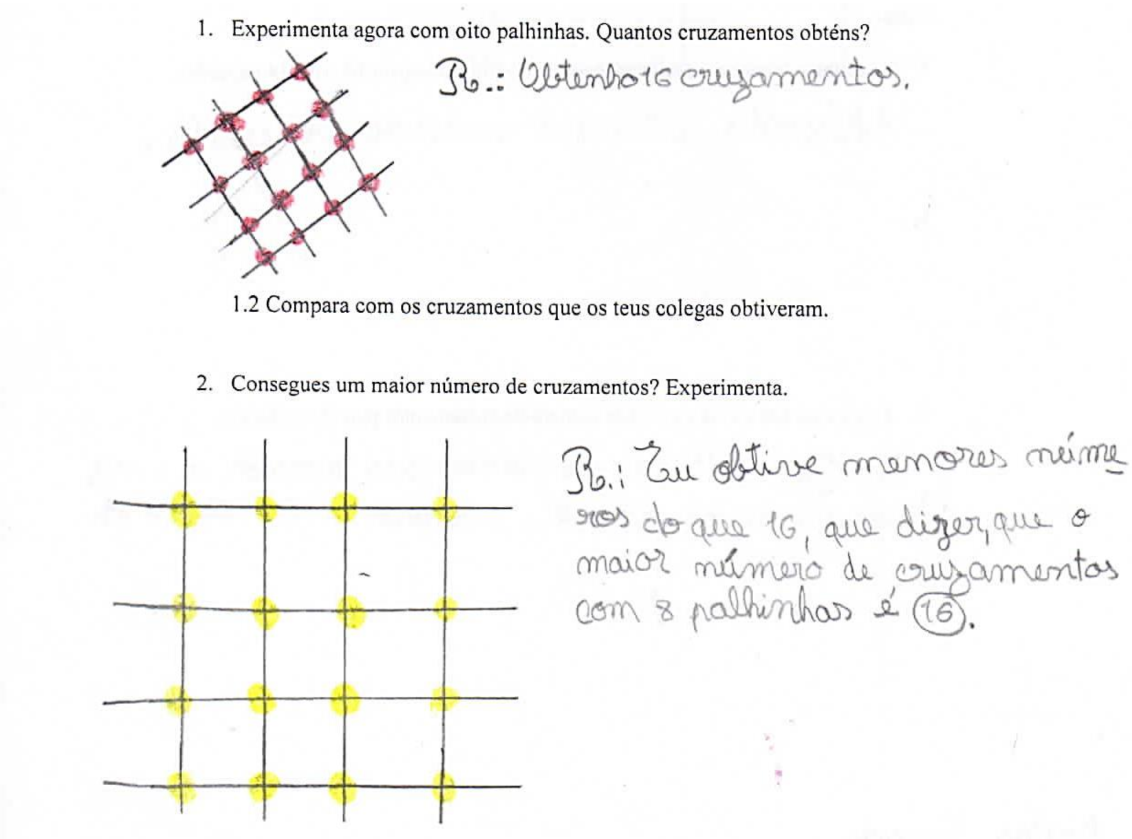


Figura 86 - Resolução da Catarina à primeira e segunda questão da tarefa "Cruzamentos".

Seguidamente, na terceira questão cujo objetivo era focar a atenção dos alunos quer no número máximo quer no número mínimo de cruzamentos com oito palhinhas, a aluna, como já tinha experimentado na sua sebenta várias opções, respondeu corretamente, referindo que o número máximo de cruzamentos possível com oito palhinhas seria dezasseis, e o número mínimo seria sete, apresentando o respetivo modelo visual.

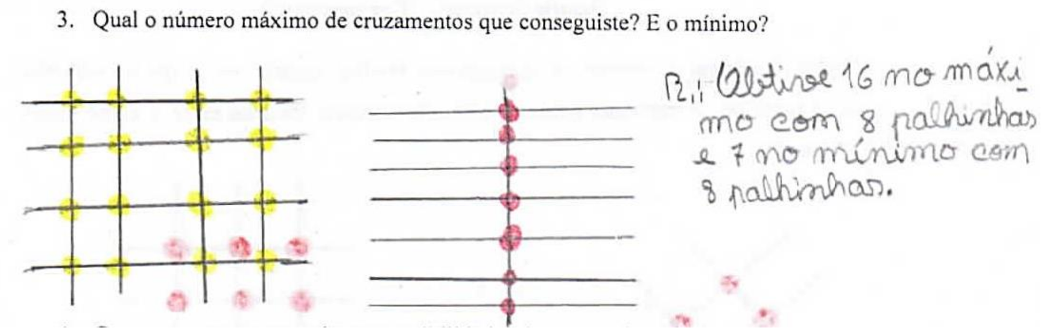


Figura 87 - Resolução da Catarina à terceira questão da tarefa "Cruzamentos".

Na quarta questão era solicitado aos alunos que procurassem descobrir, caso ainda não o tivessem feito, e apresentar todas as possibilidades de cruzar oito palhinhas. A Catarina como já tinha realizado esta tarefa autonomamente na sebenta para responder às questões anteriores de forma segura, apenas teve que copiar para a folha de resposta os modelos que havia proposto.

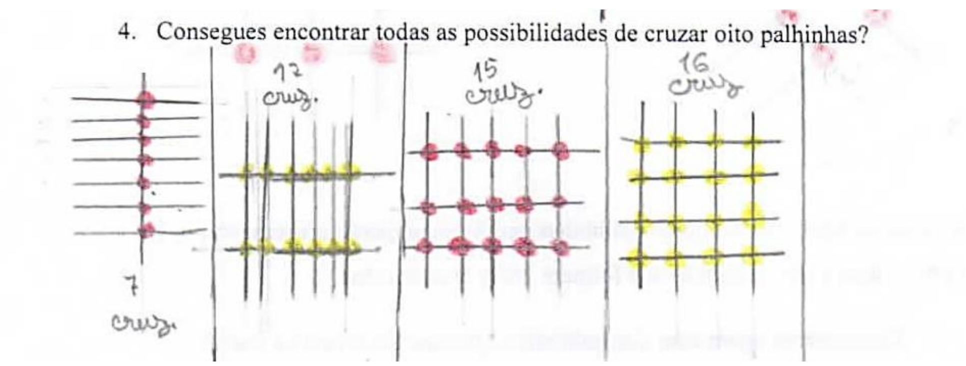
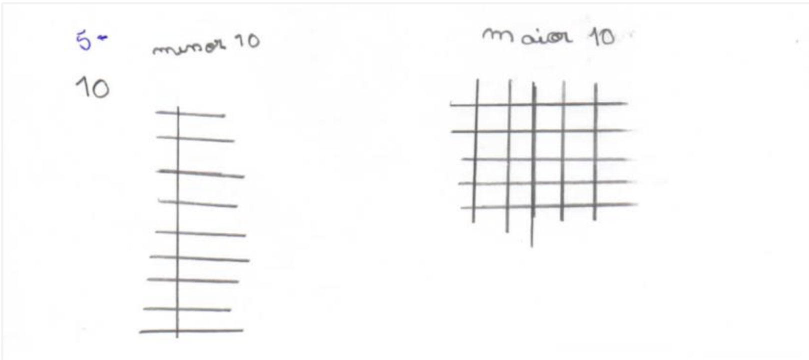
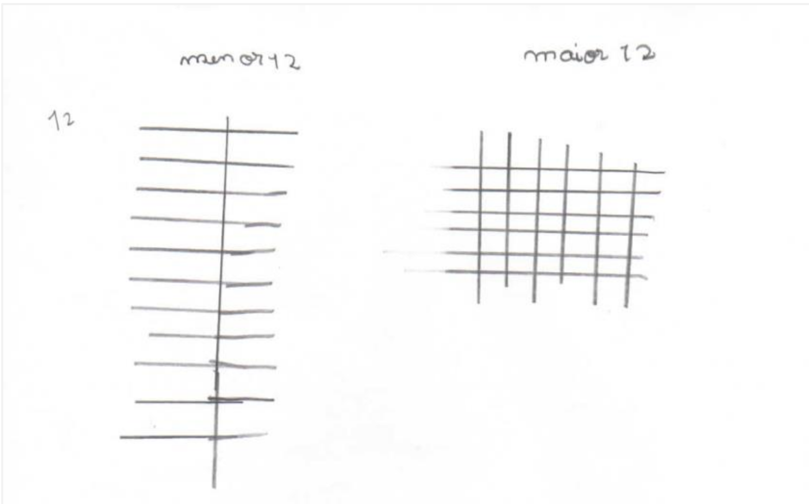


Figura 88 - Resolução da Catarina à quarta questão da tarefa "Cruzamentos".

Como é possível observar através da resolução da aluna, não aparenta ter sentido dificuldades significativas, recorrendo a modelos organizados que transparecem perfeccionismo e brio na apresentação, aspetos que normalmente alunos desta faixa etária ainda estão a aprender a valorizar.

A quinta questão sugeria que os alunos investigassem novamente o menor e o maior número de cruzamentos, mas agora para 10, 12 e 14 palhinhas. Para os alunos que já tinham detetado a regularidade que os levaria diretamente a construir o modelo correspondente quer ao número máximo, quer ao número mínimo de cruzamentos para um número qualquer de palhinhas, esta tarefa tornou-se simples e objetiva. Se pelo contrário, os alunos responderam às questões anteriores apenas por tentativas, não observando os modelos que iam construindo e suas relações, esta tarefa acabou por se revelar trabalhosa, consumindo bastante tempo para a sua resolução. Positivamente, a grande maioria dos alunos da turma integra o primeiro grupo, e rapidamente respondeu à questão apresentando os respetivos modelos. A Catarina foi uma das alunas que integrou este grupo de alunos, vejamos.





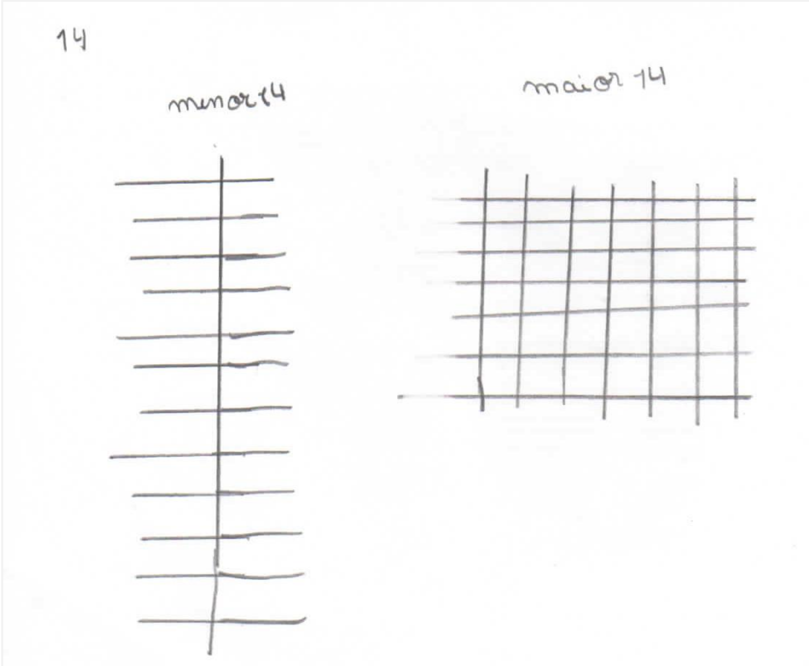
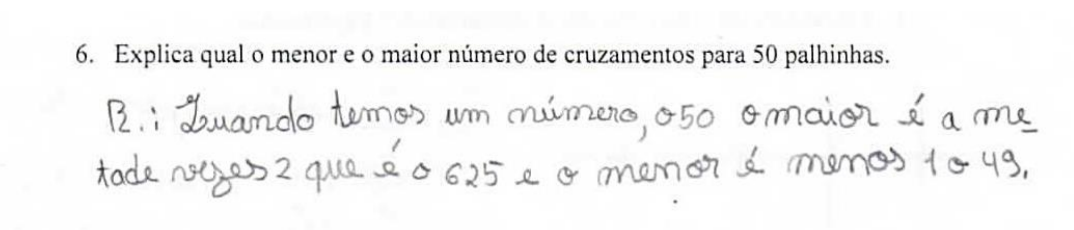


Figura 89 - Resolução da Catarina à quinta questão da tarefa "Cruzamentos".

Analisando a resolução da Catarina à questão nº5 podemos constatar que a aluna para conhecer o número máximo e mínimo de cruzamentos possíveis com 10, 12 e 14 palhinhas não necessitou de recorrer à experimentação uma vez que já conhecia os modelos visuais correspondentes a cada um destes formatos. A aluna desenhou os mesmos de forma objetiva e segura, partilhando o seu raciocínio.

Por fim, com o intuito de promover uma generalização distante, é solicitado aos alunos que expliquem qual o menor e o maior número de cruzamentos para 50 palhinhas. A Catarina apresentou-nos a resolução que se segue.


6. Explica qual o menor e o maior número de cruzamentos para 50 palhinhas.

R.: Quando temos um número, o 50 o maior é a me
tade vezes 2 que é o 625 e o menor é menos 1 o 49.

Figura 90 - Resolução da Catarina à última questão da tarefa "Cruzamentos".

Embora a Catarina apresente uma justificação um pouco confusa, recorrendo a uma terminologia que não corresponde ao que se pretende referir e apresentando uma construção frásica e pontuação, pouco adequadas, é possível compreender-se o raciocínio que adotou. No entanto recorreu-se, como habitual, à realização de uma conversa informal entre a aluna e a investigadora de modo a compreender melhor as estratégias adotadas e os raciocínios estabelecidos.

Desta forma, assim que refere “Quando temos um número, o 50 o maior é a metade vezes 2 que é o 625 (...)”, a aluna pretendia referir que para 50 palhinhas o maior número de cruzamentos possível seria 625, correspondendo à “metade de 50 vezes a metade de 50”, e não à “metade vezes 2” como havia referido na resolução escrita (Catarina, 20 de Janeiro de 2014, tarefa nº6). Posto isto, houve uma pequena confusão entre “multiplicar por dois” e “multiplicar dois valores iguais”, pelo que a aluna realizou a operação correta e pensou de forma adequada, efetuando apenas uma confusão no momento de justificar por escrito o seu raciocínio.

Na sua resolução, relativamente ao menor número de cruzamentos possível com 50 palhinhas, a Catarina referiu “(...) e o menor é menos 1, o 49.”, o que significava que para conhecermos o menor número de cruzamentos, ao número de palhinhas, 50, deveríamos retirar uma, obtendo assim o número de cruzamentos, 49 (Catarina, 20 de Janeiro de 2014, tarefa nº6).

Uma vez que já nos encontrávamos na última tarefa de uma sequência de tarefas propostas, que a Catarina é uma aluna bastante perspicaz, e que já anteriormente por iniciativa própria recorreu a conjeturas utilizando adequadamente terminologias como *“n”*, aquando da conversa informal, a investigadora incentivou-a a sugerir uma conjetura para um número qualquer de palhinhas.

> Investigadora: Agora vou-te fazer outra proposta que não aparecia na tarefa mas que julgo seres capaz de me responder.
> Catarina: Ahhh, sim!
> Investigadora: Vamos pensar numa regra para um número qualquer de palhinhas. Qual o número máximo de cruzamentos possível?
> Catarina: *n* a dividir por...
> Investigadora: O que representa *n?*
> Catarina: Um número qualquer de palhinhas!
> Investigadora: Então eu preciso saber o número máximo de cruzamentos que é possível com esse “número qualquer de palhinhas”.
> Catarina: *n* a dividir por dois é igual a tal, tal, tal...e depois é tal, tal, tal mais outro tal, tal, tal... mais o número igual (....) mais o mesmo número vezes... Não! Espere!
> Investigadora: Estavas a ir bem, reformula lá melhor o discurso.

> Catarina: O número qualquer a dividir por dois é igual a outro número qualquer que vai dar. Esse número qualquer que deu vezes esse número outra vez é igual a tal, tal, que é o número de cruzamentos maior.
> Investigadora: Muito bem! E se eu te pedir o mesmo para...
> Catarina: O menor!
> Investigadora: Sim, para o menor número de cruzamentos possível.
> Catarina: *n* menos um é igual a tal, tal, tal.

Como podemos constatar através do diálogo anterior, a Catarina já consegue adotar um pensamento mais abstrato recorrendo a conceitos como *número qualquer (n)* para elaborar e justificar conjeturas que a levam à realização de generalizações distantes, aplicáveis a números pares de palhinhas. Para que isto fosse possível houve um trabalho gradual com a turma, quer por parte da professora titular da turma, quer através do trabalho desenvolvido pelas estagiárias neste âmbito, de forma a preparar os alunos para pensar abstratamente. Contudo, é importante salientar que nem todos os alunos desta turma adotavam raciocínios deste nível, nem justificavam as estratégias adotadas com tanta facilidade como a Catarina o faz, pois ressalve-se que estes alunos se encontravam no início do 3º ano de escolaridade.

Da resolução da Catarina à tarefa "Cruzamentos" podemos referir que a aluna, tal como nas tarefas anteriores, leu e interpretou corretamente o enunciado da tarefa. Para dar resposta aos desafios propostos, selecionou e aplicou estratégias adequadas que a levaram à formulação de conjeturas válidas. Resolvendo por completo o problema, efetuou com facilidade quer generalizações próximas, quer generalizações distantes tendo por base as conjeturas que definiu e testou. Apresentou resoluções completas, recorrendo a diferentes estratégias de justificação, preocupando-se ainda com a estética, o que originou um trabalho organizado, claro e brioso. Apesar de ser uma aluna, como já foi referido, com bastante facilidade em expressar-se, por vezes a nível escrito a Catarina apresentou respostas um pouco confusas, não respeitando devidamente a pontuação e as regras de construção frásica. No entanto, assim que iniciou o diálogo com a investigadora a aluna justificou de forma mais clara todas as suas opções, quase não necessitando que o adulto conduzisse a conversa, uma vez que já se encontrava familiarizada com os objetivos da mesma.

Síntese.

Observando o quadro síntese (Quadro 3) conclui-se que a Catarina, excetuando a segunda tarefa, revela um percurso bastante satisfatório.

Categorias		T1	T2	T3	T4	T5	T6
Desempenho na resolução da tarefa	Lê e interpreta corretamente o enunciado do problema	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Escolhe uma estratégia adequada	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Aplica corretamente a estratégia selecionada	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Apresenta uma conjetura válida	✓	X	✓	✓	✓	✓
	Resolve completamente o problema	✓	-	✓	✓	✓	✓
	Resolve parcialmente o problema	-	X	-	-	-	-
	Indica uma resposta coerente	✓	✓	✓	✓	✓	X
Tipo de Generalização	Efetua generalização próxima	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Efetua generalização distante	✓	X	✓	✓	✓	✓
Justificação	Argumenta, justificando as estratégias adotadas	✓	X	✓	✓	✓	✓

Quadro 4 - Quadro síntese caso Catarina

Geralmente, e como podemos constatar através dados apresentados, a aluna não apresenta dificuldades ao nível da interpretação, tendo, portanto, efetuando uma leitura e interpretação correta do enunciado dos problemas propostos.

Ao nível da seleção de estratégias, a Catarina revelou bastante maturidade e sentido crítico ao abandonar estratégias que se demonstraram inapropriadas, fazendo em seguida escolhas bastante acertadas. As estratégias adotadas foram sempre corretamente aplicadas.

A Catarina é uma aluna com elevado gosto pela matemática, não optando sempre pelo caminho mais fácil, mas sim pelo mais desafiante. Desta forma, a elaboração de conjeturas constitui uma das suas estratégias preferidas, nas quais obtém geralmente muito sucesso. Desta forma, apresentou sempre conjeturas válidas, com exceção da segunda tarefa, para a qual nem se esforçou para resolver a questão que prossupunha a realização de generalização distante. Os motivos que levaram a aluna a adotar esta atitude já forem referidos anteriormente, os quais refletem as razões que originam o registo na tabela “resolve parcialmente o problema”, “não efetua uma generalização distante” e “não argumenta, justificando as estratégias adotadas”. Contudo, apesar destes registos, e como já foi mencionado, aquando da correção em grande grupo, a

Catarina participou ativamente revelando-se capaz de apresentar uma conjetura válida, devidamente justificada, argumentando oralmente as estratégias a que recorreu.

Não resolvendo por completo apenas a segunda tarefa, procurou apresentar sempre respostas coerentes, tarefa na qual apresenta alguma facilidade. Contudo, na última tarefa nem sempre conseguiu expressar de forma totalmente clara o seu raciocínio.

Ao nível da generalização mostrou ser capaz de efetuar generalizações próximas e distantes com muita facilidade, excetuando a segunda tarefa, na qual não respondeu à questão de generalização distante.

Como tem vindo a ser referido, a aluna revela alguma facilidade em comunicar quer por escrito quer oralmente, justificando de forma segura e até mesmo obstinada as estratégias e raciocínios adotados.

Síntese comparativa da turma e dos dois casos.

Observando as resoluções relativas a uma sequência de tarefas propostas ao longo de várias semanas, bem como o quadro (Quadro 5) comparativo do desempenho da turma e dos dois alunos caso, podemos afirmar que todos apresentaram um desempenho bastante satisfatório, superando as expectativas.

Categorias		T1			T2			T3			T4			T5			T6		
		T	L	C	T	L	C	T	L	C	T	L	C	T	L	C	T	L	C
Desempenho na resolução da tarefa	Lê e interpreta corretamente o enunciado do problema	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Escolhe uma estratégia adequada	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	X	✓
	Aplica corretamente a estratégia selecionada	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	✓
	Apresenta uma conjetura válida	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	✓
	Resolve completamente o problema	✓	✓	✓	✓	✓	-	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Resolve parcialmente o problema	-	-	-	-	-	✓	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Indica uma resposta coerente	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	X
Tipo de Generalização	Efetua generalização próxima	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	✓
	Efetua generalização distante	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	X	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓	✓
Justificação	Argumenta, justificando as estratégias adotadas	✓	✓	✓	✓	X	X	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	X	✓	✓	✓	✓

Quadro 5 - Quadro síntese da turma e dos dois casos.

Ao nível da interpretação de enunciados os alunos demonstraram ter realizado esta tarefa com sucesso, não apresentando respostas nem resoluções erradas devido a este fator. Ler e interpretar o enunciado são as primeiras tarefas a serem executadas na resolução de problemas, adquirindo grande importância, pois é a partir destas que são estabelecidos os raciocínios, pelo que uma interpretação errada poderá originar resoluções desadequadas. Com o intuito de diminuir a probabilidade de ocorrer esta situação, todas as tarefas foram lidas quer silenciosamente pelos alunos, quer em voz alta para o grande grupo por parte da professora estagiária. Contudo, a interpretação é considerada sempre uma tarefa individual, sendo que os alunos caso, que normalmente adquirem comportamentos de impaciência e precipitação que os levam algumas vezes a interpretações desadequadas, realizaram esta tarefa adquirindo uma postura de concentração e maturidade. Destes dois casos, o Luís foi o aluno que revelou mais dificuldade ao nível da interpretação, visto que colocou por vezes questões que revelavam isso mesmo, sendo aconselhado a ler o enunciado com mais atenção.

No que diz respeito às estratégias selecionadas, estas foram adequadas e os alunos aplicaram-nas de forma eficaz na resolução dos problemas. A tarefa onde a maioria dos alunos revelou mais dificuldades, constatando-se um maior número de estratégias desadequadas foi a tarefa "Circunferências". Alguns alunos adotaram estratégias de duplicação numérica baseadas em relações de proporcionalidade, o que não se adequou à resolução da tarefa em questão. Em oposição, as tarefas com maior taxa de sucesso foram a primeira e a quarta, "As pontas das estrelas" e "Clipes" respetivamente, o que pode relacionar-se com o facto de a primeira apresentar um grau de dificuldade mais reduzido, e a tarefa "Clipes" ter representado uma estrutura e um padrão similar aos que já tinham vindo a trabalhar.

O Luís é um aluno muito inconstante, apresentando quer propostas brilhantes quer sugestões com pouco sentido. Todavia, é de ressalvar que ao longo da sequência de tarefas o aluno adotou uma postura bastante equilibrada, superando as expectativas. Desta forma, tal como a Mariana, sentiu mais dificuldade na tarefa "Circunferências" não adotando uma estratégia de generalização distante muito adequada. Contudo obteve uma taxa de sucesso grande no que diz respeito à tarefa "Berlindes", na qual selecionou e aplicou estratégias que o levaram a uma conjetura válida.

Dos restantes alunos da turma, a Catarina foi a aluna que recorreu a estratégias mais originais para resolver as tarefas propostas. Para quem acompanha o percurso escolar da Catarina este facto não é de surpreender uma vez que a aluna geralmente apresenta raciocínios distintos, seleciona estratégias bastantes coerentes, e aplica-as de forma crítica. Contrariamente aos restantes colegas, a tarefa onde apresentou melhor desempenho foi a "Circunferências" adotando um raciocínio organizado e propondo estratégias que levaram à formação de uma conjetura válida. Apesar de apresentar um percurso bastante linear ao nível da resolução das tarefas, no caso da segunda – denominada "Ana"- a taxa de sucesso da aluna não foi tão grande como nas restantes, uma vez que não apresentou por escrito uma estratégia ou conjetura. A razão que originou este facto encontra-se descrita na seção "Caso Catarina" na tarefa correspondente.

Embora os alunos selecionassem estratégias de resolução, nem sempre apresentaram formalmente uma conjetura, efetuando, no entanto, as generalizações solicitadas. Ao nível da definição de conjeturas a Catarina destacou-se positivamente dos restantes alunos uma vez que, mesmo que não lhe tivesse sido solicitado, procurou pensar de modo mais abstrato e formular as conjeturas recorrendo a terminologias como "número qualquer", associadas à variável *n.*

Os dois alunos procuraram resolver sempre a totalidade das tarefas, com exceção da última questão da tarefa "Ana" a que a Catarina não respondeu.

Ao nível da generalização, descobriram rapidamente termos através de abordagens recursivas e desenhos, que os levaram a conhecer termos próximos; Quando necessitaram de identificar termos mais distantes, os alunos selecionaram estratégias para identificar leis de formação, formulando conjeturas que lhes permitiram efetuar generalizações distantes. (Stacey, 1989)

Por fim, no que concerne às justificações, os alunos esforçaram-se para argumentar as estratégias que adotaram, sendo notória alguma evolução ao longo da sequência de tarefas apresentada. No entanto, e como previsto, este foi e continua a ser o ponto menos positivo de todos os alunos, pois apresentam dificuldades na capacidade de se expressar, principalmente pela via escrita. Por vezes recorriam ao auxílio dos adultos, pois como afirmavam "eu sei dizer por palavras, mas não sei escrever". Contudo, como este era um dos tópicos de análise, não houve influência do adulto na construção escrita dos raciocínios, estando garantida a sua autenticidade. Apesar das dificuldades que sentiram, os alunos desta turma, destacando os dois alunos caso, estiveram bem na tarefa de justificação, pois já existia anteriormente uma cultura de sala de aula onde eram incentivados a fazê-lo, oralmente ou por escrito. Além disso, durante o período de estágio, as professoras estagiárias procuraram manter essa mesma cultura, incentivando-os sempre a argumentar para justificar, construindo em grande grupo justificações completas e adequadas que servissem de bons exemplos.

Conclusões do estudo

Com a realização deste estudo procurou-se compreender de que forma as tarefas centradas na exploração de padrões contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Neste sentido foi analisado o trabalho desenvolvido por uma turma do 3º ano de escolaridade e, em particular, por dois alunos caso.

De forma a atingir o objetivo proposto foram consideradas as seguintes questões que orientaram o trabalho:

1. Que aspetos do pensamento algébrico são evidenciados em tarefas de exploração de padrões?
2. Qual a via, oral ou escrita, através da qual os alunos melhor justificam as suas opções?
3. Houve evolução positiva no desempenho dos alunos nas tarefas apresentadas?

Neste estudo optou-se por uma metodologia qualitativa, e seguiu-se um design de estudo de caso, para o qual foram selecionados dois alunos que constituíram os casos. Para a recolha de dados foram utilizadas as seguintes técnicas: observação participante, notas de campo, conversas informais, gravação áudio e fotografia, tarefas e análise de documentos.

Analisando as sínteses de cada caso, bem como a síntese comparativa dos casos, apresentam-se as conclusões relativamente aos três aspetos seguintes – Pensamento Algébrico e Generalização, Justificação, Dificuldades – no sentido de responder às questões do estudo.

Pensamento Algébrico e Generalização.

Relativamente à primeira questão deste estudo pode considerar-se que ao longo da realização das tarefas de uma sequência apresentada à turma foram observáveis sinais da emergência do pensamento algébrico. Neste sentido são evidenciados aspetos já referidos na literatura como a exploração de padrões e relações, a generalização e ainda a simbolização.

Como já foi referido anteriormente, o tema deste estudo foi originado pelo interesse demonstrado pela maioria dos alunos desta turma por tarefas desafiantes, que envolvessem a descoberta de regularidades e análise de padrões. Assim, a sequência proposta veio responder às necessidades e motivações reveladas pela turma, além do papel preponderante que assumiu no sentido de promover o desenvolvimento do pensamento algébrico, tal como vemos referido ao nível da literatura. Desta forma, a investigação alerta-nos para os benefícios que as tarefas que englobam a exploração de padrões podem trazer para os alunos, nomeadamente, a promoção da interação e comunicação entre os mesmos (Alvarenga, 2006), o incentivo à experimentação, investigação, conjetura e prova (Vale & Pimentel, 2005), além de envolverem diversos tópicos matemáticos (Zazkis & Liljedahl, 2002) e serem encaradas como interessantes e desafiadoras (Alvarenga, 2006; Vale & Pimentel, 2005).

Os alunos desta turma, e mais precisamente os alunos caso, apresentaram bastante maturidade ao nível da interpretação dos enunciados das tarefas, bem como da observação e análise das respetivas sequências de padrões apresentadas, procurando *ver* o padrão, como referem Lee e Freiman (2006). Deste modo, quando partiam para a resolução escrita da tarefa já tinham detetado, na maioria das vezes, as relações presentes nos padrões apresentados e pensado na estratégia a aplicar.

Contudo, nem todos os alunos funcionaram da mesma maneira na procura de regularidades ao longo das tarefas propostas. Enquanto uns procuraram estabelecer uma diversidade de relações, quer por recorrência quer funcionais, promovendo a flexibilidade do pensamento e apresentando propostas mais espontâneas e ricas, outros descobriram casos mais simples, considerando-os como suficientes para realizar a resolução. Os alunos caso foram selecionados por integrarem o primeiro grupo, uma vez que habitualmente exibiam raciocínios originais e até mesmo inesperados, revelando uma boa capacidade em *ver* padrões e justificar raciocínios.

Um dos desafios pelos quais os alunos demonstraram maior interesse, e consequentemente sucesso, relacionou-se com a continuação de padrões. Esta era, geralmente, a primeira tarefa solicitada aos alunos, na qual tinham oportunidade de aplicar as relações que detetaram após a observação da sequência apresentada no enunciado. Desta forma, os alunos recorreram a ferramentas como a continuação do padrão, a análise da variação ao longo dos termos da sequência, a utilização de simbologia para criar e expressar a generalização, favorecendo, de acordo com Billings (2008), o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Ao nível da generalização, como é possível observarmos na secção anterior, os alunos desta turma recorreram a diferentes estratégias para generalizar. Este aspeto era já esperado uma vez que, de acordo com Rivera e Becker (2008), a investigação sustenta que ao observar um mesmo padrão existe uma tendência para este ser visto de diferentes formas pelos observadores, o que leva à produção de diferentes generalizações.

A primeira tarefa que os alunos resolveram - “As pontas das estrelas” - apresentou uma taxa de sucesso bastante elevada. Detetaram com facilidade as regularidades presentes na sequência de estrelas apresentada, recorrendo maioritariamente a estratégias como a elaboração de uma nova tabela cujos valores estabeleciam uma relação de proporcionalidade com os da tabela original, e ainda conjeturas como, por exemplo: o número de estrelas da figura solicitada vezes o número de pontas que compõe uma estrela, cinco.

Na segunda tarefa proposta à turma, “Ana”, foram utilizadas estratégias de contagem e continuação do padrão apresentado no enunciado. Por vezes alguns alunos combinaram as duas estratégias anteriores. No que respeita à generalização distante a maioria dos alunos da turma e os alunos caso obtiveram sucesso na formulação de conjeturas, as quais lhes permitiram responder corretamente à questão proposta.

A tarefa que se seguiu, “Berlindes”, não foi tão clara quanto à realização de generalizações. Contudo, quer através da tabela que preencheram, quer das respostas que apresentaram relativamente às questões foram percetíveis as relações que identificaram, inclusive uma das alunas caso fez referência a uma regra de generalização distante que a própria definiu.

Relativamente à quarta tarefa, “Clipes”, os alunos realizaram facilmente generalizações próximas recorrendo a estratégias diversificadas como o desenho, listas organizadas, retas numéricas e ainda, em alguns casos, conjeturas. No momento de efetuar uma generalização distante denotam-se algumas dificuldades, uma vez que muitos alunos não adaptaram as suas estratégias, ou não as aplicaram corretamente. Em alguns casos as estratégias selecionadas para realizar generalizações próximas deixaram de ser válidas para realizar generalizações distantes. Desta forma, os alunos que tiveram sucesso na realização de generalizações distantes foram os que optaram por uma estratégia baseada numa conjetura.

A quinta tarefa, "Circunferências", é realçada pela maior adoção de estratégias desadequadas observáveis ainda na fase da realização de generalizações próximas, contrariamente ao que tinha acontecido até ao momento. A estratégia desadequada mais utilizada baseou-se num raciocínio proporcional, que poderá ter sido motivado pelo facto de os números serem apelativos do ponto de vista multiplicativo (Sasman, Olivier & Linchevski, 1999). Ao nível da generalização distante os alunos recorreram novamente a várias estratégias pouco adequadas como a utilização da proporcionalidade ou até mesmo do desenho que, neste tipo de generalização, origina representações exaustivas, não os levando a obter sucesso. A estratégia mais adequada, utilizada apenas por alguns alunos da turma, incluindo os alunos caso, surge com a formulação de uma conjetura.

A última tarefa – "Cruzamentos" - apresentou um cariz mais exploratório, na qual os alunos procuraram livremente relações e selecionaram estratégias de resolução. Para efetuarem generalizações próximas recorreram maioritariamente ao desenho, apresentando representações visuais, as quais foram o ponto de partida para a realização de generalizações distantes com base numa regra.

De forma geral, com base nas resoluções apresentadas pelos alunos da turma, podemos concluir que revelaram maior facilidade na generalização próxima do que na generalização distante. No entanto, os alunos caso mostraram-se mais à vontade com a generalização distante do que a maioria dos alunos da turma uma vez que generalizaram, reconhecendo o que existia de semelhante em termos específicos da sequência, elevando o raciocínio a um foco que deixou de estar centrado nos termos considerados inicialmente, passando para termos distantes (Kaput, 1999), o que evidencia a identificação de relações funcionais. Compreenderam, portanto, o que existia de comum entre alguns termos, detetando uma propriedade ou relação invariante, que aplicaram seguidamente a todos os termos da sequência (Radford, 2006).

Embora vários autores como Lannin, Barker e Townsend (2006), Noss, Healy e Hoyles (1997), e ainda Orton e Orton (1999), referiram que os alunos tendem a generalizar recursivamente em vez de formularem uma regra de generalização funcional, os resultados deste estudo em função do grupo de alunos observado e analisado, não refletem a predominância desta estratégia.

A exploração destas tarefas, com enfoque na descoberta de padrões e suas relações, foi sempre sucedida por momentos de discussão em grande grupo, nos quais os alunos tiveram oportunidade de apresentar as estratégias de generalização adotadas, partilhando descobertas, debatendo alternativas, procurando entender raciocínios, o que contribuiu para melhorar os seus desempenhos ao nível da generalização e da comunicação. Este último aspeto será clarificado de seguida.

Justificação.

Através da análise das resoluções escritas dos alunos, bem como das justificações orais que apresentaram, foi percetível a dificuldade que revelam na utilização de linguagem apropriada na descrição de regras. Neste sentido, Warren (2008) considera que as dificuldades na descrição de um padrão constituem um dos maiores obstáculos à generalização. Muitas vezes alguns alunos, por não dominarem bem a linguagem específica da matemática, recorreram a termos pouco adequados, conseguindo, no entanto, formular as suas conjeturas.

As discussões coletivas no final das tarefas permitiram o confronto de ideias, através das quais os alunos colocaram à prova as suas conjeturas, percebendo se elas eram compreendidas e aceites pelos colegas. Com este tipo de partilha surge a oportunidade de utilizar linguagem matemática apropriada, efetuando simultaneamente correções e aperfeiçoamentos, assumindo uma dimensão social, dado que a validação das suas ideias esteve dependente da aceitação dos elementos da comunidade onde se encontram inseridos (Fonseca, 2009; Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira & Varandas, 1999; Ponte & Serrazina, 2000).

Falar e escrever são ferramentas importantes no que diz respeito à comunicação. A linguagem oral serve de suporte ao pensamento e ao desenvolvimento da competência matemática (Fonseca, 2009; Ponte, Guerreiro, Cunha, Duarte, Martinho, Martins, *et al.*, 2007) podendo ser usada como apoio à escrita, que por sua vez favorece a estruturação de conceitos e procedimentos através de uma reflexão mais cuidada, promovendo a interação (Huinker & Laughlin, 1996).

Ao longo da sequência de tarefas apresentada, os alunos desta turma revelaram-se mais confortáveis quando comunicavam oralmente do que por escrito. Muitas vezes solicitaram a ajuda do professor para transpor o seu raciocínio, o qual explicavam oralmente, para a via escrita, referindo "Eu sei dizer, mas não sei escrever". Assim, como já era de prever, a oralidade apresentou-se mais rica e consistente do que os registos escritos uma vez que, do ponto de vista do aluno, estes exigiam alguma formalidade, maior organização de ideias e poder de síntese, aspetos ainda complexos para alunos desta faixa etária, início do 3º ano de escolaridade. Observa-se, portanto, um retrocesso da passagem da expressão oral para a escrita, que não reflete a qualidade das justificações orais habitualmente apresentadas pelos alunos. Apesar da dificuldade expressa e no sentido de ajudar os alunos a ultrapassá-la considera-se necessário insistir na comunicação escrita das ideias e descobertas dos alunos.

Dificuldades.

No que diz respeito às dificuldades apresentadas pelos alunos, estas foram mais evidentes ao nível das tarefas "Ana", "Clipes" e "Cruzamentos".

Uma das principais dificuldades surgiu na fase inicial da resolução onde se pretendia que analisassem a estrutura do padrão apresentado e identificassem regularidades, o que nem sempre sucedeu. Para Lee e Freiman (2006) o primeiro passo na exploração de padrões é *ver* o padrão, sendo que, de acordo com Radford (2008) apenas ocorre generalização quando existe a identificação de uma regularidade local, em alguns membros da sequência, o que implica que exista um reconhecimento entre o que se mantém igual e o que é diferente.

Assim que ultrapassavam esta primeira grande dificuldade, e como podemos constatar através dos quadros síntese da turma e dos casos, o obstáculo seguinte com que deparavam era com a escolha adequada de uma estratégia de resolução e a sua consequente aplicação. Para alguns alunos este aspeto constituiu um problema na medida em que nem sempre as estratégias que adotaram inicialmente se revelaram válidas, necessitando posteriormente de serem descartadas, reformuladas ou reajustadas. O fator que originou maioritariamente esta situação relaciona-se com o caráter impulsivo, e por vezes imaturo, que os alunos apresentam, preocupando-se apenas em resolver rapidamente a tarefa, através da primeira ideia que lhes surge, não refletindo na sua viabilidade. Embora constituindo uma minoria, também foi possível depararmo-nos com alunos mais pacientes, ponderados, e com uma capacidade reflexiva e crítica que se desvia dos padrões caraterísticos desta faixa etária. Estes alunos geralmente necessitavam de mais tempo para delinear estratégias, apresentando, contudo, resoluções mais bem estruturadas e justificadas.

No que concerne ao tipo de generalização, os alunos revelaram mais dificuldades em definir uma estratégia de generalização para valores distantes do que para valores próximos. Esta dificuldade poderá associar-se à fase inicial de análise do padrão, e de visualização da sua estrutura.

Por fim, o aspeto no qual foram mais evidentes as dificuldades dos alunos prendeu-se com as justificações quer escritas, quer orais. Analisando o percurso dos alunos desta turma surgem alguns aspetos que poderão justificar tais dificuldades.

Se atentarmos, por exemplo, no nível escolar dos agregados familiares dos alunos desta turma, constatamos que é na sua maioria baixo, o que origina léxicos ativos pouco diversificados, refletindo-se na comunicação diária dos mesmos.

Consultando os Planos de Turma dos anos letivos anteriores, verificou-se que um dos principais problemas diagnosticado, em todos eles, se prendia com o "não saberem escutar", mesmo que o grande objetivo traçado no início de cada ano letivo tenha sido sempre a promoção de uma escuta atenta, incentivando a ouvir. Contudo, estes alunos apresentam ainda algumas caraterísticas egocêntricas, preocupando-se apenas em falar e partilhar vivências pessoais, mesmo que isso não seja oportuno para o momento da aula.

Como não sabem escutar atentamente os outros, demonstram algumas dificuldades em refletir, não desenvolvendo por isso, adequadamente a comunicação. Ainda relacionado com este aspeto, deve ressalvar-se que existe um grupo de alunos, o qual integra os alunos caso deste estudo, que por raciocinarem mais rápido que os restantes, tendem a dominar excessivamente as discussões em grande grupo. Por este motivo, e de forma a promover algum equilíbrio, este grupo de alunos exige um constante acompanhamento por parte do professor, que tem a importante função de gerir as intervenções.

Como é habitual, nos primeiros anos de escolaridade os alunos ainda não possuem muitas competências ao nível da escrita, havendo por isso um maior recurso à via oral. Desta forma, o desenvolvimento da comunicação oral precede o da comunicação escrita, facto que poderá explicar a razão pela qual estes alunos, que se encontravam no início do 3º ano de escolaridade, se sentirem mais confiantes quando recorrem à via oral. Além disso, como o período em que ocorreu este estudo coincidiu com o momento em que os alunos começaram a atingir mais eficiência na escrita, houve a preocupação da parte da investigadora/professora estagiária em promover o uso de linguagem mais formal e terminologias adequadas. Ressalve-se ainda que foi neste ano de escolaridade que se iniciou a introdução da maioria dos conetores discursivos, que permitem a coesão do discurso, ordenando a informação, explicitando e concretizando as ideias. Assim, caso o período em que decorreu o estudo tivesse sido mais alargado, talvez os resultados obtidos ao nível da escrita se revelassem mais positivos.

De forma global, analisando o percurso evolutivo da turma, bem como dos dois casos, podemos referir que as conclusões são bastante satisfatórias. Aquando da iniciação deste estudo os alunos estavam habituados a resolver tarefas semelhantes à primeira proposta apresentada, "As pontas das estrelas", detetando-se, de forma ainda pouco clara, alguns aspetos decorrentes da emergência do pensamento algébrico. Ao longo da implementação da sequência de tarefas, os alunos foram-se familiarizando com diferentes formas de apresentação de padrões, desenvolvendo a capacidade de visualização, aumentando a quantidade e variedade de experiências neste âmbito. Além destes aspetos, procuraram resolver sempre a totalidade das tarefas, recorrendo a estratégias diversificadas, as quais se vão revelando cada vez mais adequadas ao longo da sequência de tarefas. Ressalve-se que o grau de dificuldade das mesmas era crescente, e que a tarefa “Circunferências”, embora não tivesse sido a última, foi a que do ponto de vista do aluno se revelou a mais difícil. Ao nível da generalização, os alunos identificaram termos de ordem próxima de forma rápida e eficaz, caraterísticas que se foram destacando conforme o número de tarefas já resolvidas. No momento de identificar termos de ordem distante, revelaram maturidade e espírito crítico, adotando, descartando e reformulando estratégias de acordo com a sua aplicabilidade. Recorreram à formulação de conjeturas, principalmente nas últimas tarefas da sequência, destacando-se aspetos como a simbolização. No que diz respeito à justificação, este foi o aspeto que adquiriu maior destaque uma vez que é mais visível a sua evolução. Numa fase inicial os alunos apresentavam justificações muito incompletas, ou até mesmo ausência delas, e recorriam frequentemente ao apoio do adulto para transporem para a forma escrita os seus raciocínios. Ao longo do estudo, com o incentivo da professora estagiária/ investigadora para que fossem autónomos, com a apresentação de bons exemplos de justificações claras e coerentes aquando das discussões em grande grupo, os alunos foram melhorando significativamente os seus registos escritos. Apesar desta evidente evolução, continuam a sentir maior conforto a argumentar oralmente, uma vez que já existe uma cultura de sala de aula a este nível.

Limitações do estudo e perspetivas para investigação futura.

Apesar de todos os aspetos positivos já referidos, este estudo manifestou algumas limitações características do tipo de investigação utilizada. Entende-se que um trabalho desta natureza, de acordo com o *design* que apresenta, requeria mais tempo de forma a permitir compreender o fenómeno em estudo pormenorizadamente.

Destaque-se o tempo dedicado à implementação da proposta didática, bem como o duplo papel de investigadora e professora estagiária da turma, que trouxe algumas vantagens, mas também desvantagens. A sequência de tarefas proposta à turma deveria ter tido períodos de aplicação mais espaçados de forma a facilitar o desapego da tarefa anterior, bem como das estratégias utilizadas. Teria sido igualmente importante explorar as tarefas com mais tempo de forma a permitir um maior envolvimento dos alunos, principalmente nas discussões em grande grupo, as quais integravam uma das tarefas prediletas dos alunos, contribuindo fortemente para a sua aprendizagem e autoestima. Ressalve-se que este momento de partilha tinha como objetivo a defesa e justificação de ideias matemáticas, promovendo a capacidade de comunicação e aceitação de estratégias diversificadas.

O duplo papel de investigadora e professora estagiária, assumido aquando da aplicação do estudo, permitiu uma observação participante com maior envolvimento no contexto e compreensão do fenómeno em estudo. No entanto esta dupla função trouxe também alguns constrangimentos, nomeadamente, ao nível dos registos das observações realizadas, que nem sempre poderiam ser elaborados com pormenor ou no momento mais indicado, no doseamento entre a observação e a participação, e no que respeita ao tempo dedicado a cada uma destas funções, que inevitavelmente era sempre mais para a função de professora estagiária.

Apesar dos constrangimentos referidos, considera-se que de acordo com as condições, esta foi a forma mais apropriada de perceber e interpretar os fenómenos uma vez que, o objetivo deste estudo não seria generalizar resultados. É importante salientar que as conclusões deste estudo estão estritamente relacionadas com a turma que nele participou, destacando os alunos que constituíram casos por apresentarem determinadas caraterísticas, e com o tipo de ensino a que têm vindo a ser submetidos pela professora titular desde o primeiro ano de escolaridade. Por este motivo, estas conclusões não devem ser generalizadas, pois também não era esse o grande objetivo, podendo, no entanto, constituir um contributo para a compreensão global da temática.

O pensamento algébrico é uma temática bastante abrangente que poderá relacionar várias componentes. Desta forma, penso que seria interessante desenvolver outros estudos relacionados com diferentes aspetos do pensamento algébrico, como por exemplo: a área da visualização, onde seria interessante procurar compreender quais as dificuldades que os alunos evidenciam ao nível da visualização; a área da comunicação e justificação, na qual se poderia fazer um estudo aprofundado sobre os métodos que os alunos utilizam para justificar e defender as suas ideias; e ainda ao nível da criatividade, apresentando uma sequência de tarefas de caráter aberto e exploratório, investigando as formas de resolução, bem como a criação de novos padrões.

Considerações finais.

Este estudo contribuiu de forma significativa para o desenvolvimento profissional da investigadora uma vez que foi ao encontro das suas aspirações, alimentando o seu gosto pela área da matemática, superando as suas expectativas.

Várias investigadoras como Branco (2008), Barbosa (2009), Martins (2010) Pinheiro (2013), entre outros, que desenvolveram estudos nesta área de interesse, cujos temas se relacionaram com o pensamento algébrico no 2º ciclo, sugeriram a realização deste tipo de estudos em níveis mais elementares, pois de acordo com Kaput (1999) o pensamento algébrico deve ser introduzido desde os primeiros anos de idade. Assim, este estudo surgiu não apenas das motivações pessoais da investigadora e da turma alvo, mas também no seguimento das sugestões apresentadas pelas investigadoras referidas.

Ao longo da sequência de tarefas propostas os alunos evidenciaram bastante gosto pela exploração de padrões, podendo apreciar a beleza da Matemática e desenvolver o seu poder matemático (NCTM, 1989). Além disso, foi notório o contributo destas tarefas no que diz respeito à capacidade de visualização, identificação de relações, capacidade de generalizar adotando estratégias diversificadas, formulação de conjeturas e ainda ao nível da justificação, por escrito ou oralmente. Toda esta sequência proporcionou aos alunos experiências diversificadas com padrões que, de acordo com Vale et al. (2011), diminui as suas dificuldades neste contexto.

Em jeito de conclusão pretendo realçar que este estudo foi muito importante para o meu percurso académico, profissional e ainda pessoal, na medida em que fui surpreendida com uma turma de alunos muito comunicativos, interessados em aprender, e sempre dispostos a novos desafios. Tudo o que observei e presenciei fez-me desvalorizar algumas opiniões comuns, menos positivas, sobre a postura das nossas crianças da atualidade, principalmente em relação à matemática. Assim, face a esta experiência, não poderei estar mais de acordo com a ideia que defende que a visão dos alunos em relação à matemática depende muito das práticas de sala de aula. No mesmo sentido, Oliveira, Teles & César (2002) referem que:

> as práticas de sala de aula podem melhorar significativamente as representações sociais que os alunos têm da Matemática e, consequentemente, a sua predisposição para a disciplina, nomeadamente quando se implementam interacções entre pares na sala de aula. (p.3)

CAPÍTULO III - REFLEXÃO GLOBAL SOBRE O PECURSO REALIZADO NA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADA (PES I E PES II)

Desde que me lembro de ter começado a tomar consciência de tudo o que me rodeava que o tema da educação em Portugal inquietava a sociedade e, inconscientemente, despertava o meu interesse. Ao longo do meu crescimento, da minha formação nos diferentes níveis do ser humano, fui-me tornando uma cidadã atenta, observadora, preocupada e crítica. Desta forma, a convicção de que uma sociedade é tanto melhor quanto melhor for o seu sistema de ensino, bem como as breves experiências que fui estabelecendo na área da educação definiram, obstinadamente, o meu caminho nesta grande área de interesse.

Esta caminhada inicia-se com o ingresso na licenciatura em educação básica, a qual não poderia deixar de referenciar nesta reflexão, estendendo-se seguidamente para o mestrado em educação pré-escolar e ensino do 1ºciclo do ensino básico, o qual integra as práticas de ensino supervisionadas nos dois níveis de ensino. Assim, de seguida é feita uma breve referência a todo este percurso, enfatizando pontos fortes e fracos, bem como as aprendizagens associadas.

Ao longo da licenciatura, com duração de três anos, tive a oportunidade formar e solidificar a base dos meus conhecimentos quer científicos numa fase inicial, quer didáticos e pedagógicos posteriormente. Convicta de que um bom profissional na área da educação deverá atingir o equilíbrio entre estes diferentes aspetos, procurei não só reter vários conteúdos teóricos, como usufruir ao máximo das experiências práticas que me foram proporcionadas, nos diferentes níveis. Embora breves, permitiram-me um primeiro contacto, enquanto futura profissional da área, com diferentes contextos e faixas etárias, mas acima de tudo levaram-me a perceber que, independentemente destes fatores, me sentia confortável simplesmente pelo facto de estar rodeada por crianças. A ideia de que posso contribuir de alguma forma para a formação base de pequenos cidadãos críticos, cujo objetivo é dar-lhes asas para que possam um dia, autonomamente, voar, faz-me atingir um nível de realização inexplicável. Assim, com a conclusão de uma licenciatura que me deu algumas ferramentas para trabalhar rumo ao meu grande objetivo, chega o momento de conduzir o meu percurso, através do mestrado, direcionando-o para o pré-escolar e 1º ciclo do ensino básico.

Como até aqui, num primeiro momento, enfatizou-se a parte teórica destacando-se as didáticas (português, matemática, conhecimento do mundo, expressões) que mais do que transmitir conhecimentos tinham como objetivo ensinar-nos a aplicar os mesmos, ou seja, “ensinar a ensinar”. Reconhecendo a utilidade que estas unidades curriculares (UC) adquiriam no meu percurso, apenas lamento a sua reduzida durabilidade, pois sinto que mais haveria a aprender com os profissionais de excelência com os quais contactamos. Desta forma, devido à elevada importância que estas UC adquiriram para a prática profissional, fornecendo-me ferramentas úteis para trabalhar distintamente, em linguagem bastante comum arrisco-me a afirmar que “soube a pouco”. Na minha perspetiva, de forma a remediar esta situação, talvez o aumento da durabilidade do mestrado, passando de três semestres para quatro, podendo desta forma dedicar dois semestres à componente teórica e outros dois à prática fosse uma boa opção. Contudo é apenas uma sugestão de uma aluna motivada pela ânsia de aprender sempre mais, procurando práticas atuais, inovadoras, adaptáveis a uma sociedade constantemente insaciada. Talvez eu própria, enquanto profissional e constante aprendiz, seja reflexo disso mesmo, procurando saber sempre mais e melhor, colocando a minha pitada de perfecionismo em tudo o que faço.

Terminada a parte teórica, na qual reuni materiais e estratégias úteis para a prática, chega o momento mais esperado de todo este longo caminho, o contacto direto com os contextos. Inicio esta viagem num jardim-de-infância na cidade de Viana do Castelo, com um grupo heterogéneo de 25 crianças, com idades compreendidas entre os 3 e os 6 anos de idade.

Embora tenha sido bem recebida quer pela educadora cooperante e pessoal não docente, quer pelas crianças, quando me apercebi da cultura particular desta sala de atividades, senti-me um pouco assustada, confesso. Os comportamentos agitados caraterísticos de crianças que vivem em ambientes citadinos, constantemente expostas a estímulos, uma cultura de sala proporcionada pela educadora cooperante, cuja filosofia se baseava em “aprender pela brincadeira”, o distanciamento entre faixas etárias e respetivo desenvolvimento foram alguns dos aspetos que provocaram este “choque” inicial. Passada a fase de observação, apercebi-me de que talvez uma sala regida pela liberdade de escolha, por um ensino não formalizado baseado nas motivações momentâneas das crianças, e até mesmo pelo incentivo às mais velhas em cooperarem na proteção, formação e desenvolvimento das mais novas, fosse o ambiente mais adequado ao crescimento. Aquela ideia de confusão, desorganização, sem regras ou rotinas, quando apreciada atentamente, afinal era o retrato de um contexto onde as crianças eram realmente felizes, no qual desenvolviam atividades que, embora aparentassem improvisos, tinham sido de alguma forma planeadas, apresentando intencionalidade educativa. Contudo, esta conclusão foi tão instantânea quanto a consciência de que este ambiente fluido só era possível devido à grande experiência que a educadora cooperante carregava.

Tomando como exemplo as boas práticas da educadora cooperante, houve a preocupação em trabalhar colaborativamente, procurando manter a cultura a que as crianças já se encontravam habituadas. Desta forma, tendo em conta que este contexto era bastante diferente de todos os que foram retratados pelas minhas colegas, parece-me relevante descrever alguns aspetos que o tornam tão distinto, permitindo compreender de forma mais clara a metodologia adotada neste período de implementação, a qual será esclarecida mais à frente.

Contrariamente ao habitual não existiam manhãs repletas de rotinas diárias que, para além de por vezes se tornarem aborrecidas, encurtavam o tempo útil para a execução das atividades. Desta forma, à medida que iam chegando, as crianças eram carinhosamente recebidas pelas educadoras, cooperante e estagiárias, vestindo a bata, e dirigindo-se, autonomamente, ao quadro das presenças, com o intuito de marcar a sua. De seguida, cada criança iniciava uma tarefa à sua escolha, que na maioria se prendia com a elaboração de um desenho ora livre, ora com base numa temática sugerida pela educadora ou pelas crianças. Como esta escolha diária era feita, normalmente e de forma livre, pela totalidade das crianças do grupo, naturalmente acabou por surgir uma rotina, que não era obrigatória nem forçada. Todos os desenhos eram diariamente afixados, contendo apenas o nome do autor escrito pela criança ou adulto, dependendo da faixa etária, não existindo qualquer tipo de intervenção extra do adulto. Recorria-se mensalmente à capa dos desenhos de cada criança, analisando a sua evolução, partilhando-a com a ela, motivando-a ao aperfeiçoamento e criatividade. Esta era uma tarefa que as crianças apreciavam, pois sentiam que as suas criações eram valorizadas e não tinham sido arrumadas e esquecidas. Outro aspeto que considerei bastante interessante foi o companheirismo existente entre as crianças, mesmo no momento de desenhar, tarefas que normalmente consideramos mais pessoais e individuais. As crianças gostavam de desenhar em conjunto na mesma folha de desenho, quer com colegas da mesma faixa etária ou de outras, partilhando ideias, distribuindo tarefas de forma autónoma.

Além destas tarefas tivemos oportunidade de implementar uma atividade semanalmente, sugerida pela educadora cooperante no sentido de trabalhar o tema "profissões", o qual tinha acabado de ser iniciado aquando da nossa chegada. Esta atividade consistiu em convidar os encarregados de educação das crianças a deslocarem-se até à sala de atividades, um em cada semana, dialogando com elas sobre a sua profissão, vestindo-se de acordo com a mesma, podendo desenvolver uma atividade neste âmbito. Os encarregados de educação aderiram quase na totalidade, tornando-se esta iniciativa muito rica do ponto de vista pedagógico, já que as aprendizagens das crianças se revelaram muito mais significativas. Além disso, é importante envolver a família no contexto onde as crianças passam, diariamente, a maioria do seu tempo, proporcionando maior interação entre a família e o contexto escolar, como nos recomenda as OCEPE (ME, 1997):

> A família e a instituição de educação pré-escolar são dois contextos sociais que contribuem para a educação da mesma criança; importa por isso, que haja uma relação entre estes dois sistemas. (p.43).

De uma forma divertida, as crianças conheceram algumas profissões, mais ou menos comuns, esclarecendo as suas dúvidas, alimentando a curiosidade natural caraterística desta faixa etária.

Analisando este contexto sobre o qual já foram descritos alguns aspetos que o distinguem, onde reinava uma cultura democrática, e no qual tudo parecia surgir de forma natural e fluente, a preocupação em manter tudo isto era cada vez mais constante.

Após uma breve experimentação em trabalhar semanalmente por temas, concluímos que esta estratégia, tendo em conta o contexto em questão, não era a mais adequada. Apesar do nosso esforço em proporcionar atividades, que embora planeadas devido à nossa inexperiência, transparecessem harmonia e fluência, autonomamente nos apercebemos que talvez um grupo tão heterogéneo e estimulado necessitaria de algo inovador, que acompanhasse o trabalho até ali desenvolvido pela educadora cooperante. Além disso, a dificuldade constante em interligar as diferentes áreas, bem como em planear atividades que se adequassem às diferentes faixas, constituíram o impulso para a mudança.

Conduzidas pela motivação em realizar uma prática baseada no "aprender pela brincadeira" capaz de envolver todas as crianças das diferentes faixas etárias, na qual existisse um fio condutor e unificador entre as propostas apresentadas surge o trabalho por projeto. Após várias reflexões, pesquisas bibliográficas e diálogos com profissionais da área, concluímos que o trabalho por projeto seria uma opção inteligente, uma vez que diminuiria as dificuldades sentidas até ao momento.

Baseado no modelo curricular *Movimento da Escola Moderna* (MEM), de acordo com Leite, Malpique e Santos (1989, como citado em Vasconcelos et al, 2012.), o trabalho de projeto pode ser considerado "uma metodologia assumida em grupo que pressupõe uma grande implicação de todos os participantes, envolvendo trabalho de pesquisa no terreno, tempos de planificação e intervenção com a finalidade de responder aos problemas encontrados" (p.10). Neste sentido, o projeto "Vamos criar a nossa empresa", cujo objetivo era, entre outros, promover o empreendedorismo infantil, foi sugerido pelas educadoras estagiárias, e recebido com muito agrado por parte das crianças. Partindo do que estas já sabiam foram trabalhados alguns conceitos, como por exemplo, o conceito de "empresa", e de seguida elaborado conjuntamente um plano de tarefas a realizar para a criação da mesma. Deve ainda ressalvar-se que as educadoras estagiárias apenas conduziram e geriram o projeto, sendo que todas as decisões e respetiva execução foram da responsabilidade das crianças.

Assim, trabalharam colaborativamente, tomando decisões de forma democrática e executando as tarefas, distribuindo-as de acordo com as faixas etárias, trabalhando para um mesmo objetivo – a criação de uma empresa. Nesta linha de pensamento, Niza (1998, como citado em Monteiro, 2012) destaca “a cooperação, como processo educativo em que os alunos trabalham juntos (em pequeno grupo ou a pares) para atingirem um objetivo comum, [se] tem revelado a melhor estrutura social para a aquisição de competências, o que contraria frontalmente, toda a tradição individualista e competitiva da organização do trabalho na escola” (p. 38).

Desta forma as crianças foram encaradas como seres competentes e capazes, projetando uma empresa que chegaria até às pessoas através de uma banca de venda de produtos alimentares. Isto permitiu o trabalho ao nível das diferentes áreas: Formação Pessoal e Social- promovendo o trabalho colaborativo, tomando decisões democraticamente, aprendendo a discutir ideias escutando e esperando pela vez para falar, etc.; Conhecimento do Mundo – trabalhando conceitos associados à alimentação, como por exemplo, a roda dos alimentos; Expressão e Comunicação – Vestindo o papel de crianças empreendedoras e vendedores (domínio da expressão dramática); Decorando e montando a banca de venda e respetivos acessórios, elaborando o logotipo da empresa (domínio da expressão plástica); criando o nome para a empresa tendo em atenção as caraterísticas que deveria possuir, elaborando meios de publicidade como um vídeo promocional e alguns cartazes, elaborando convites (domínio da Linguagem Oral e Abordagem à Escrita); abordagem do tema dinheiro e quantidades (domínio da Matemática).

Além destes aspetos referidos de uma forma muito geral, o projeto ainda envolveu a comunidade escolar e a família, uma vez que para a inauguração da empresa foram convidadas as crianças, educadoras e auxiliares da ação educativa das outras salas do jardim-de-infância, bem como um encarregado de educação cuja profissão se relacionava com o empreendedorismo. Desta forma, o projeto implementado foi ao encontro dos princípios estabelecidos pelo modelo adotado, como refere Filipe (2012) “outro princípio deste modelo (MEM) é a partilha, todo o conhecimento construído pelas crianças é partilhado, com os colegas do grupo, a outras salas, às famílias ou a outros elementos da comunidade” (p.60). Todas as etapas do projeto foram acompanhadas pelos familiares através das partilhas diárias das crianças em casa, e ainda do *blog* do jardim-de-infância.

Analisando globalmente o meu percurso peculiar pela educação pré-escolar, muito há a refletir. De forma geral, toda a minha estranheza inicial face a uma metodologia um pouco diferente daquilo que é considerado comum, acabou por se transformar em motivo de admiração e fascínio. As dificuldades de adaptação bastante superiores às das minhas colegas de outros contextos conduziram-me à procura de soluções, que me permitiram experimentar situações diversificadas, e ainda um modelo curricular, para mim desconhecido, que foi ao encontro das caraterísticas do contexto em que estava inserida. Todo este processo, embora trabalhoso, fez-me crescer profissionalmente e compreender que o educador, independentemente da experiência que possua, deve selecionar e adequar modelos e estratégias em função das necessidades do grupo de crianças. Assim, como a estratégia selecionada numa fase inicial não estava a ser viável para um grupo tão grande de crianças, com faixas etárias tão diversificadas, houve a necessidade de reformulá-la. Como já era previsível, a nossa inexperiência trouxe-nos trabalho acrescido uma vez que houve a necessidade de pesquisar, experimentar, refletir, para posteriormente remediar.

Outro aspeto que me ajudou a crescer e aprender enquanto educadora estagiária foi o trabalho colaborativo com a educadora cooperante. Além de ter servido de ótimo modelo, apresentando boas práticas centradas no bem-estar da criança, deu-me liberdade para trabalhar com o grupo da forma que melhor entendesse. Embora boa conselheira sempre que solicitada, regia-se pela filosofia de que, independentemente da opinião dela, deveria experimentar na prática as minhas propostas e ser eu própria a concluir se eram, ou não, aplicáveis. Desta forma, eram valorizados os momentos de reflexão, nos quais havia a partilha de ideias, conclusões e de sugestões de adequação das propostas ou estratégias adotadas.

A minha passagem pela educação pré-escolar levou-me a concluir que, embora o ensino ainda não seja formalizado, existem diversas formas de proporcionar às crianças experiências ricas, carregadas de intencionalidade educativa, fomentado constantemente a curiosidade natural da criança. Contudo, de acordo com Arroz, Figueiredo & Sousa (2009) a ideia que aprender é manter as crianças "quietinhas" a fazer "coisas a sério" está completamente ultrapassada, sendo que os educadores devem proporcionar ao seu grupo de crianças atividades dinâmicas, envolventes e motivadoras. Numa sociedade em que estas estão constantemente expostas a estímulos, a educação pré-escolar torna-se cada vez mais exigente. É necessário que os educadores continuem a apostar na formação contínua, atualizando-se, e recorram a materiais e estratégias capazes de motivar as crianças da "Era das Tecnologias", fazendo uso das mesmas de forma consciente e apropriada. Além de todos estes fatores, importa relembrar que na educação pré-escolar, na qual as crianças são ainda muito novas, começam a passar a maioria do seu tempo semanal numa instituição, longe do ambiente familiar. Por este motivo, importa recriar esse mesmo ambiente, tornando os espaços acolhedores, e principalmente procurando estabelecer uma relação de proximidade com as mesmas. A capacidade de comunicar, a confiança, a recetividade, a escuta ativa, a atenção, o carinho e a importância do toque são aspetos fundamentais para criar relações de afetividade com as crianças.

De forma geral, de modo a concluir esta reflexão sobre o meu percurso pela educação pré-escolar, gostaria de destacar que, apesar das dificuldades de adaptação que senti numa fase inicial relativamente ao contexto e práticas adotadas pela educadora cooperante, assim que defini um modelo e respetivas estratégias a seguir, que se revelassem mais adequadas ao contexto, todo o processo se tornou mais fácil. Assim, a oportunidade que acabei por ter para experimentar o trabalho por projeto, bem como os *feedbacks* positivos que recebi dos professores supervisores, encarregados de educação, da comunidade escolar, e principalmente das crianças, fez-me ter a perceção de que o trabalho que realizei tinha sido do agrado de todos. Além destes *feedbacks* positivos que me deixaram orgulhosa, a consciência de que me tinha esforçado para proporcionar o melhor ao grupo de crianças, bem como a satisfação de ter conseguido ultrapassar as dificuldades, desenvolvendo um projeto do meu agrado e de todos os que nele participaram, traz-me o sentimento de missão cumprida.

Terminado o percurso pela educação pré-escolar chega o momento tão ansiosamente esperado, o de contactar com um novo ciclo de ensino, o primeiro ciclo. Esta nova fase inicia-se repleta de dúvidas, receios e inseguranças, mas também de uma vontade enorme em viver uma nova experiência, capaz de testar as minhas capacidades de improviso, gestão de conflitos, organização e planeamento, que correspondesse às minhas expectativas, bem como às dos alunos e professores que me acompanhavam.

O contexto com o qual contactei era composto por uma turma do 3º ano de escolaridade, com 21 alunos, integrando um Centro Escolar no concelho de Viana do Castelo. O primeiro contacto com a turma foi ótimo, pois os alunos aguardavam ansiosamente a nossa chegada, referindo que as "estagiárias" lhes propunham sempre atividades divertidas para aprenderem. Desta forma, foi muito agradável quando me apercebi que as experiências que aquela turma tinha vivenciado com outras professoras estagiárias com origem na mesma instituição que eu tinham, de certa forma, deixado uma "pegada" positiva, o que nos proporcionou tal receção calorosa. Contudo, este impacto inicial tão positivo transpareceu as expectativas que os alunos depositavam sobre nós, o que nos fez sentir ainda mais responsabilidade e receio em não corresponder às mesmas.

Numa fase em que novos programas e metas curriculares estavam a ser analisados por professores para serem aplicados, surgem as primeiras dificuldades para professores estagiários, uma vez que a nossa inexperiência, nos exige tempo acrescido para compreender e aplicar todas as mudanças necessárias. Assim, posso considerar que a minha maior dificuldade ao longo de todo o percurso passou pelos momentos de planeamento, os quais tinham que ser norteados pelos novos documentos orientadores, que nem sempre estavam de acordo com as necessidades daquela turma. Trabalhando colaborativamente com a professora cooperante, foi necessário analisar se a turma já tinha ou não atingido determinadas metas propostas e adequar as novas sugestões, pois por vezes ou a turma já as tinha atingido, ou seria necessário trabalhar algo que estabelecesse conexão entre o que os alunos já sabiam e o que era proposto que atingissem. Embora tivesse sido um processo trabalhoso e constante ao longo de todo o percurso, impulsionou o trabalho cooperativo entre as professoras estagiárias e a professora cooperante, assim como com outras professoras da escola a lecionar o mesmo nível de ensino.

Além desta grande dificuldade, surge novamente a difícil tarefa de relacionar as diferentes áreas curriculares, de forma a proporcionar um ambiente com aprendizagens fluídas e interligadas. Foi necessário refletir, discutir ideias, e procurar uma solução que resolvesse aquilo que se tornava novamente um problema. Após este período inicial de definição de estratégias, concluímos que não poderíamos recorrer à que havíamos utilizado para a educação pré-escolar – o trabalho por projeto - pois necessitaríamos de muito mais tempo para consolidar os conteúdos, mesmo que a proposta fosse desafiadora. Não possuindo o tempo necessário para desenvolver uma proposta deste cariz, optamos por algo mais viável e apropriado, trabalhando no seguimento da professora cooperante, ou seja, por temas semanais.

Assim que definimos as estratégias a adotar o momento de planear tornou-se um pouco mais acessível, sendo considerado, no entanto, demasiado exaustivo, consumindo muita energia ao próprio professor. Contudo, a sua importância, principalmente em professores ainda em formação, é sem dúvida reconhecida. Importa referir, que mesmo auxiliada pelo planeamento, muitas vezes houve a necessidade de improvisar, flexibilizar ou dar mais importância a determinados aspetos da planificação, conforme as necessidades e motivações dos alunos no momento. Desta forma, mesmo que por vezes desviada da minha total área de conforto, tive a capacidade de detetar, momentaneamente, as necessidades dos alunos, colocando-os no foco da aprendizagem.

Porém, ser professor de alunos desta faixa etária exige algum equilíbrio e capacidade de conduzir a aprendizagem. Se por vezes foi necessário colocar de lado a planificação, procurando dar resposta às dúvidas e necessidades dos alunos naquele que era o momento oportuno, em outras alturas foi necessário conduzir a aprendizagem, terminando as tarefas iniciadas, referindo que posteriormente voltaríamos àquele tema, e todas as dúvidas seriam esclarecidas. Esta última situação acontecia frequentemente devido a caraterísticas dos alunos como excesso de curiosidade, necessidade de colocar alguma questão mesmo que esta não fosse pertinente, e ainda de chamar a atenção expondo o seu egocentrismo. Contudo, através de uma gestão consciente dos tempos de aprendizagem, havia momentos em que os alunos deveriam apenas escutar ou a professora ou os colegas, e ainda outros em que poderiam colocar questões e partilhar ideias.

Nestas faixas etárias não pode ser descuidado o importante papel de educar. É necessário trabalhar diariamente, de forma oportuna, conceitos de cidadania, incutindo valores essenciais para a vida em sociedade. Desta forma, o professor não pode focar a sua atenção apenas nos conteúdos a abordar, procurando gerir conflitos de forma justa e assertiva, uma vez que é tido pelos seus alunos como um "modelo" a seguir. Além destes aspetos deve manter-se atento e preocupado com cada um dos seus alunos, identificando situações problemáticas, reportando-as, cooperando na sua resolução.

A par deste trabalho contínuo surge o habitual trabalho decorrente ao nível das diferentes áreas, que não devem ser de forma alguma suprimidas pela existência de AECs (Atividades de Enriquecimento Curricular). É necessário dedicar tempo para as diferentes áreas, não colocando apenas em destaque o Português e a Matemática, como várias vezes acontece. Contudo, relativamente às restantes, é do reconhecimento de todos que estas duas áreas necessitam de mais horas semanais para serem trabalhadas, uma vez que é nestas que os alunos geralmente apresentam mais dificuldades.

No contexto onde me encontrava inserida, a professora cooperante era muito dedicada, metódica e organizada, respeitando sempre o tempo dedicado a cada uma das áreas. Por este motivo, os alunos preservavam fielmente a área das expressões, demonstrando o seu entusiasmo e apreço principalmente pelos momentos de expressão plástica e atividade física. No seguimento desta cultura de sala de aula, procuramos dar seguimento ao trabalho desenvolvido pela professora cooperante. Assim, todos os momentos previstos para cada área, bem como os de lazer, eram religiosamente respeitados.

No que respeita à área do Português tive oportunidade de trabalhar várias obras literárias que conhecia, e ainda outras que passei a conhecer. Os alunos revelavam-se muito motivados para a aprendizagem, e por vezes levavam para a sala de aula algumas obras que possuíam e queriam partilhar com a turma. Esta atitude de partilha era valorizada, e as obras dadas a conhecer aos alunos. Sempre que era possível, e se tornavam oportunas, procurei utilizá-las em prol da aprendizagem e consolidação de conteúdos, tornando-as assim ainda mais úteis.

A oralidade era trabalhada constantemente, auxiliando e incentivando os alunos a organizar as ideias e a reformular o discurso sempre que este não era apresentado de forma coerente. Além disso, procurei pedir sempre aos alunos que justificassem as suas respostas e raciocínios, colocando de parte respostas de apenas “sim e não”. Desta forma, melhoraram significativamente o seu discurso, adquirindo uma cultura justificativa, recorrendo mais vezes a conjunções e conectores discursivos.

Ao nível da escrita, por se encontrarem no início do 3ºano de escolaridade, ainda apresentavam várias dificuldades, uma vez que até aqui era dada prioridade à linguagem oral por ser a forma que habitualmente recorriam para comunicar. Assim, procurei trabalhar diversos tipos de texto, com recurso a vários materiais, bem como fornecer-lhe ferramentas que lhes permitisse elaborar e autocorrigir as suas produções escritas. Esta foi uma área onde trabalhei de forma diversificada, recorrendo a material multimédia, reciclado, solicitando a partilha de materiais, etc. Importa salientar que as condições que a instituição apresentava eram ótimas, pelo que aproveitei para fazer uso das mesmas, recorrendo várias vezes à utilização do quadro interativo, da projeção, de materiais da biblioteca, etc. De acordo com Lopes e Silva (2010) os recursos multimédia, quando utilizados como complemento no ensino, têm como objetivo facilitar a aprendizagem dos alunos.

Ao nível do Estudo do Meio, esta revelou-se a área preferida da maioria dos alunos, uma vez que trabalhava temas que lhes permite conhecer o mundo, e compreender alguns fenómenos que os rodeiam. Assim, nos momentos dedicados á área de estudo do meio, era percetível uma turma carregada de entusiasmo, ânsia e curiosidade. Era aqui que os alunos mais necessidade demonstravam em partilhar histórias, vivências pessoais, e aquilo que já sabiam sobre o tema que estava a ser abordado. Por este motivo, estes eram momentos muito ricos para a aprendizagem e a partilha, mas que exigiam me exigiu uma gestão mais cuidada, quer de tempo, quer das intervenções dos alunos, que tendiam a desviar-se do tema. Foi também nestes momentos que me apercebi que os alunos mais tímidos, se sentiam motivados a participar e a contribuir para as discussões de grupo, aproveitando assim, para lhes dar algum destaque, confiança, valorizando a sua atitude, incentivando-os a participar novamente e em outras ocasiões.

Esta foi uma das áreas que mais gostei de trabalhar, não apenas pelo meu gosto pessoal, mas também pela forma disponível e recetiva que os alunos se revelavam para aprender. O tema do corpo humano, e respetivos sistemas associados, foi algo que me marcou uma vez que se prolongou ao longo de várias semanas, além disso, permitiu-nos recorrer a cartazes de grandes dimensões, vídeos, elaboração de esquemas, livros didáticos, bonecos a três dimensões, atividades laboratoriais, etc. Enquanto professora estagiária foi gratificante alimentar a curiosidade natural dos alunos nesta área de interesse, e sentir que as atividades correspondiam e, por vezes superavam, as suas expectativas. Além disso, como eram momentos onde geralmente se discutiam e partilhavam ideias, se realizavam trabalhos de grupo e se recorriam a materiais apelativos, deparei-me com o grande desafio da gestão simultânea do grupo, das intervenções, da utilização dos materiais, do tempo, etc. Numa fase inicial sentia-me sempre um pouco receosa dos momentos alusivos ao estudo do meio, devido a toda esta gestão que era necessário fazer e há minha inexperiência, contudo, à medida que me fui integrando melhor e ganhando mais confiança, acabou por se tornar até para mim num dos momentos mais esperados da semana.

No que concerne à área da Matemática, a par do Estudo do Meio, esta constituía grande parte das preferências dos alunos. Ainda no período de observação apercebi-me que os alunos apresentavam raciocínios muito peculiares, bem estruturados, e era valorizada a sua diversidade e criatividade. Assim, contrariamente ao habitual, deparei-me com uma turma onde quase a totalidade dos alunos apresentava uma atitude bastante positiva face à matemática, reflexo do gosto pessoal da professora cooperante, e da confiança que esta lhes transmitia. As estratégias que utilizava para motivar os alunos, a forma como os questionava e orientava, o tipo de propostas ricas e diversificadas que lhes apresentava, fez-me acreditar que aquela era a aplicação quase perfeita de tudo o que me havia sido ensinado na minha formação. Uma professora já com tantos anos de experiência poderia recorrer a métodos antiquados, os quais lhe tinham sido ensinados aquando da sua formação, e as formações contínuas a que submetia pouco ou nada poderiam contribuir para sua evolução. Pois bem, fiquei simplesmente fascinada, pois parecia que aquela professora tinha passado pelo ensino superior em simultâneo comigo. As estratégias de ensino a que recorria para ensinar eram totalmente atuais e eficazes, apresentando tarefas aos alunos que permitiam desenvolver o raciocínio, recorrendo ao questionamento para os incentivar a justificar as estratégias que selecionavam, fazendo uso de materiais manipuláveis que facilitavam a aprendizagem. Desta forma, foi surpreendente observar na prática a eficácia dos métodos de ensino da matemática que nos haviam sido apresentados, bem como dar continuidade ao trabalho até àquele momento desenvolvido, com recurso aos mesmos.

Nesta área tive oportunidade de aplicar estratégias diversificadas para o ensino da matemática, bem como recorrer ao uso de materiais manipuláveis, reconhecendo a sua utilidade quer para o ensino quer para a aprendizagem. Após o momento de observação, e assim que iniciei o período de regência, através dos raciocínios fascinantes que os alunos iam apresentando, bem como da forma obstinada e confiante com que defendiam os mesmos, apercebi-me que o meu estudo no âmbito da PES II passaria por esta área. Assim surgiu o presente estudo, que visou compreender de que forma as tarefas centradas na exploração de padrões que fui propondo à turma, contribuíram para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Desta forma deu-se início a uma rotina semanal onde era proposta à turma a realização de um desafio que consistia numa tarefa que envolvia padrões. Os alunos por serem bastante curiosos e confiantes nas suas capacidades matemáticas mostravam-se sempre recetivos a novos desafios, realizando-os de forma prazerosa, aguardando ansiosamente pelo desafio seguinte. Este tipo de tarefas, por mim planeadas, fizeram-me tomar consciência que os alunos necessitam de ser estimulados com propostas de cariz exploratório, não recorrendo sempre a exercícios rotineiros. Tudo isto permitiu a exploração de estratégias diversificadas para resolver uma mesma tarefa, trabalhar o poder de argumentação dos alunos, incentivando à justificação das suas ideias, escutando as dos colegas, refutando-as ou aceitando-as. A importância deste tipo de tarefas, e de outras semelhantes que fui propondo, não se esgota por aqui. Ressalve-se que estas tarefas contribuem também para a compreensão de que não existe apenas uma forma ou estratégia acertada para resolver um mesmo enunciado, levando a que os alunos aceitem que a resolução do colega, diferente da sua, pode estar igualmente correta. Ainda existem alguns conceitos pré-concebidos errados nas salas de aula, e transmitidos por vezes de geração para geração, que já não fazem sentido algum no ensino da atualidade, cabe aos professores moldarem os mesmos.

Além destas três áreas tive ainda oportunidade de trabalhar no âmbito da área das expressões, mais precisamente na expressão plástica, à qual aliava muitas vezes a expressão musical, e na atividade física. Esta área, por possuir um cariz mais lúdico, permitiu estabelecer laços afetivos mais fortes entre todos, bem como quebrar aquele ritmo de trabalho mais acelerado, introduzindo a componente de lazer. Apesar do ambiente mais descontraído que esta área proporciona foi exatamente aqui que me deparei com os primeiros grandes desafios de gestão de conflitos. A atividade física era realizada num pavilhão com fracas condições acústicas, e a expressão plástica envolvia variados materiais que os alunos ansiavam ser os primeiros a utilizar. Foi necessário criar regras, alertando a turma para a importância do seu cumprimento, e ainda utilizar estratégias que permitissem uma gestão equilibrada. Assim, ao nível da atividade física procurei criar gestos que eram associados a uma ação que os alunos deveriam realizar, criando assim momentos em que deveriam estar em silêncio e escutar as instruções do professor, e outros em que realizavam livremente o solicitado; no que respeita à expressão plástica foram definidas, em conjunto com a turma, regras de conduta foram posteriormente registadas numa tabela juntamente com o seu cumprimento diário. Todas estas estratégias se revelaram ótimas ferramentas de gestão, sendo alargada a sua utilização para as restantes áreas. Os alunos demonstraram-se bastante conscientes das atitudes e comportamentos a serem alterados, sugerindo que todas as semanas se esforçassem por corrigir um, surgindo assim o “objetivo da semana”.

Desta forma, gradualmente fui criando as minhas próprias estratégias de gestão adequadas a este grupo de alunos. Simultaneamente a todas as áreas iam sendo trabalhados valores, comportamentos e posturas, tão essenciais quanto a compreensão de outro conteúdo qualquer.

Em conclusão, todo este meu percurso pelo primeiro ciclo do ensino básico trouxe-me a certeza que, apesar do meu receio inicial, este era um ciclo de ensino, tal como o pré-escolar, no qual me integrei com muita facilidade, adquirindo mais confiança no meu desempenho. Foi uma etapa que exigiu bastante de mim enquanto professora estagiária, mas também ainda aprendiz, pois procurei sair da minha zona conforto, experimentando a utilização de estratégias, métodos e materiais diversificados. Por tudo isto, e com base em momentos reflexivos, atualmente possuo uma opinião formada, por experiência própria, sobre várias práticas a que recorri. Estas vivências permitiram-me "experimentar" no momento apropriado para a experimentação, fornecendo-me assim importantes ferramentas para uma prática futura.

Ao longo de todo o período de Prática de Ensino Supervisionada procurei recorrer assiduamente à utilização de materiais quer reciclados, quer de baixos custos, preparando-me para a falta de condições materiais e financeiras caraterísticas da maioria das escolas portuguesas, incentivando os alunos ao reaproveitamento de materiais, evitando o desperdício. Claro que tudo isto exigiu mais trabalho, mais tempo de planeamento e execução de materiais, e ainda mais recurso à criatividade. Contudo, penso que desenvolvi um bom trabalho neste âmbito, apresentando materiais adequados e de qualidade, que muitas vezes surpreenderam alunos e os professores supervisores. Mais importante ainda, preocupei-me, sempre que possível, que as crianças/alunos pudessem cooperar na execução desses materiais, valorizando os mesmos. Este aspeto foi ainda mais realçado ao nível do pré-escolar.

Todas estas aprendizagens foram ainda mais significativas devido ao envolvimento ativo das professoras cooperantes que me acompanharam nos dois níveis de ensino. Sinto-me muito satisfeita com os contextos com os quais contactei, pois nem sempre foram os mais simples devido às condições que apresentavam, contudo tornaram-se, sem dúvida, nos mais desafiantes. As professoras cooperantes foram ótimas conselheiras, partilhando materiais, experiências e conhecimentos. Além disso, foi uma honra ter contactado com docentes que utilizam práticas tão positivas, tornando-se assim ótimos modelos a seguir. Existindo, inevitavelmente, aspetos com os quais nos identificamos sempre mais ou menos, é de extrema importância que futuros professores ainda em formação tenham oportunidade de contactar com bons modelos, que recorram a boas práticas. Deste modo é de destacar o bom trabalho desempenhado pela coordenação do mestrado em que me insiro, uma vez que existe a preocupação constante em colocar os seus alunos em contacto apenas com aqueles contextos que considera apropriados à aprendizagem.

Finalmente, termino esta reflexão referindo que toda esta experiência pela prática foi extremamente essencial e gratificante, servindo de referência, uma vez que foi até agora a mais importante, na qual tive oportunidade de aplicar os conceitos teóricos e práticos adquiridos ao longo da minha formação nesta área. O contacto com docentes e não docentes, crianças e encarregados de educação permitiu-me perceber de todo o ambiente habitualmente vivido na comunidade escolar, e sentir mais de perto o que era ser professora. Consciente das dificuldades vividas atualmente na carreira docente, e de que o caminho a percorrer será longo e tumultuoso, a ânsia de poder contribuir para um sistema educativo melhor continua a sobrepor-se a todos os obstáculos.

Termino recorrendo à famosa obra de Saint-Exupéry, "O Principezinho", na qual se utilizam eufemismos aplicáveis à responsabilidade que um professor deve adquirir face aos seus alunos:

> Foi o tempo que tu perdeste com a tua rosa que tornou a tua rosa tão importante (…) Mas tu não deves esquecer-te dela. Ficas responsável para todo o sempre por aquilo que cativaste. Tu és responsável pela tua rosa (p. 86).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aires, L. (2011). *Paradigma Qualitativo e Práticas de Investigação Educacional.* Lisboa: Universidade Aberta.

Alvarenga, D. (2006). *A exploração de padrões como parte da experiência matemática de alunos do 2.º Ciclo.* (Tese de Mestrado). Braga: Universidade do Minho.

Arroz, A., Figueiredo, M., Sousa, D., (2009). *"Aprender é estar quietinho e a fazer coisas a sério" – perspectivas de crianças em idade pré-escolar sobre a aprendizagem.* (I. C. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, Ed.) Revista Iberoamericana de Educación , 1-18.

Barbosa, A. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico.* Dissertação de Doutoramento, Universidade do Minho, Portugal.

Barbosa, E. (2009). *A exploração de padrões num contexto de tarefas de investigação com alunos do 8.º ano de escolaridade.* (Tese de Mestrado). Évora: Universidade de Évora.

Billings, E. (2008). Exploring generalization through pictorial growth patterns. In C. Greenes, & R. Rubenstein (Eds.), *Algebra and algebraic thinking in school mathematics* (pp. 279-194). Reston: National Council of Teachers of Mathematics

Blanton, M., & Kaput, J. (2005). Characterizing a classroom pratice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education, 36*(5), 412-446.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação.* Porto: Porto Editora.

Branco, N. (2008). *O estudo de padrões e regularidades no desenvolvimento do pensamento algébrico.* Dissertação de mestrado, Universidade do Lisboa, Portugal.

Creswell. J. (2003) *Research Design: Qualitative, Quantitative and Mixed Methods Approaches*. London: Sage.

Darley, J., & Leapard, B. (2010). Aritmetic to algebra. *Teaching children mathematics, 17*(3) (Focus issue: teaching math in a flat world), 184-191.

Davis, P., & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática.* Lisboa: Gradiva.

Denzin, N., & Lincoln Y. (2000). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, CA: Sage.

Devlin, K. (2002). *Matemática: A ciência dos padrões.* Porto: Porto Editora.

English, L., & Warren, E. (1998). Introducing the variable trough pattern exploration. In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking* (pp. 141-149). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Fernandes, D. (1991). Notas sobre os paradigmas de investigação em educação. *Noesis (18),* (64-66).

Fernandes, C. A. (2000). Barroselas. Obtido em 28 de janeiro de 2014, de Freguesias de Portugal: http://www.freguesiasdeportugal.com/distritoviana/09/barroselas/barroselas.htm

Filipe, C. (2012). *Relatório de estágio de mestrado.* Madeira: Universidade da Madeira.

Fonseca, L. (2009). Comunicação matemática na sala de aula. Episódios do 1º ciclo do ensino básico. *Educação e Matemática*, 103, p. 2-6.

Garnica, A. (1997). *Some notes on qualitative research and phenomenology.* Interface — Comunicação, Saúde, Educação, v.1, n.1.

Guba, E., Lincoln, Y. (1985): *Effective evaluation*. New York: Jassey-Bass Publishers.

Huinker, D., & Laughlin, C. (1996). Talk your way into writing. Em P. Elliott & M. Kenney (Eds.), *Communication in mathematics k-12 and Beyond - Yearbook 1996,* (pp. 81-88). Reston, Virginia: NCTM.

Instituto Nacional de Estatística. (2011). Censos 2011. Obtido em 28 de janeiro de 2014, de Instituto Nacional de Estatística: http://censos.ine.pt/xportal/xmain?xpid=CENSOS&xpgid=ine_censos_indicador&contexto=ind&indOcorrCod=0005979&selTab=tab10

Kaput, J. (1999). Teaching and learning a new algebra with understanding. In E. Fennema, & T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: the role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante,* XVI(1), 5-26.

Lannin, J. (2005). Generalization and Justification: The Challenge of Introducing Algebraic Reasoning Through Patterning Activities. *Mathematical Thinking and learning, 7*(3), 231-258.

Lannin, J., Barker, D., & Townsend, B. (2006). Algebraic Generalisation Strategies: Factors Influencing Student Strategy Selection. *Mathematics Education Research Journal 18*(3), 3-28.

Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing algebraic thinking through pattern exploration. Mathematics teaching in the middle school, 11(9), 428-433.

Lincoln, Y., & Guba, E. (2000). Paradigmatic Controversies, Contradictions, and Emerging Confluences. In N. Denzin, & I. Lincoln (Eds.), Handbook of Qualitative Research (pp. 163-188). Thousand Oaks CA: Sage Publications.

Leão, C. (2012). *A exploração de padrões no desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 2º Ciclo.* Relatório de Projeto, Instituto Politécnico de Leiria, Portugal.

Martins, I. (2010). *O raciocínio matemático em actividades de investigação numa turma do 5º ano do ensino básico.* Dissertação de mestrado, Universidade do Algarve, Portugal.

Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran, & L. Lee (Eds.), *Aproaches to algebra: perspectives for research and teaching* (pp. 65-86). Dordretch, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Mason, J., Graham, A., Johnston-Wilder, S. (2005). *Developing Thinking in Algebra.* London: Sage (Paul Chapman).

Merriam, S. B. (1988). *Case study research in education: A qualitative approach*. S. Francisco, CA: Jossey Bass.

Mertens, D. (2010). *Research and Evaluation in Education and Psychology: Integrating Diversity With Quantitative, Qualitative, and Mixed Methods Third Edition.* Sage, US.

Ministério da Educação (ME) (1997). *Orientações Curriculares para a Educação Pré-Escolar.* Lisboa: ME.

Ministério da Educação-DEB (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: ME, Departamento da Educação Básica.

Ministério da Educação (ME) (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico.* Lisboa: ME-DGIDC.

Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e da Ciência.

Monteiro, R. (2012) *A aprendizagem cooperativa como estratégia de ensino na ação de educadores de infância e professores do 1.º ciclo do ensino básico.* Universidade dos Açores.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston:NCTM.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar.* Lisboa: APM.

Noss, R., Healy, L. & Hoyles, C. (1997). The Construction of Mathematical Meanings: Connecting the Visual with the Symbolic. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 203-233.

Oliveira, A., Teles, L. & César, M. (2002). As Duas Faces da Lua: Uma outra visão da Matemática. In *Actas do ProfMat2002*. Viseu: APM.

Orton, A., & Orton, J. (1999). Pattern and the Approach to Algebra. In A. Orton (Ed.), *Pattern and the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 104-120). London: Cassel.

Orton, A. (1999). *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 67-83). London: Cassel.

Orton, J. (1999). Children's perception of pattern in relation to shape. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematicas* (pp. 149-167). London: Cassel.

Pimentel, T., Vale, I., Fão, A., Alvarenga, D., & Freire, F. (2010). *Matemática nos primeiros anos - Tarefas e Desafios para a sala de Aula.* Lisboa: Texto Editores.

Ponte, J. P. & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo.* Lisboa: Universidade Aberta

Ponte, J. P., Ferreira, C., Brunheira, L., Oliveira, H. & Varandas, J. (1999). Investigando as aulas de investigações matemáticas. In P. Abrantes, J. P. Ponte, H. Fonseca & L. Brunheira (Eds.), *Investigações matemáticas na aula e no currículo* (pp. 133-151). Lisboa: Projecto MPT e APM.

Ponte, J.P. (2005). Gestão curricular em Matemática. Em GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular.* (pp.11-34).Lisboa:APM.

Ponte, J. P. (2005). Álgebra no currículo escolar. *Educação e Matemática, 85*, 36-42.

Ponte, J. P. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro, *Números e álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores – Actas do XIV EIEM* (pp. 5-27). Lisboa: SPCE.

Ponte, J. P. (2006). Estudos de caso em educação matemática. *Bolema, 25*, 105-132.

Ponte, J.P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., et al. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 39-74.

Ponte, J.P., Branco, N., & Matos, A.(2008). O simbolismo e o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Educação e Matemática, 100, pp. 89-96.* Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Branco, N. & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. In S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz, & A. Méndez (Eds.), *Proceedings of the 28th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. 1*, pp. 2-21. Mérida, México: Universidad Pedagógica Nacional.

Radford, L. (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. PNA, 4(2), 37-62.

Rivera, F., & Becker, J. (2008). Middle school children's cognitive perceptions of constructive and deconstructive generalizations involving linear figural patterns. *ZDM Mathematics Education, 40*, 65-82.

Saint-Exupéry, A. (2001). *O Principezinho.* Lisboa: Editorial Presença.

Santos, L. (2002). A investigação e os seus implícitos: Contributos para uma discussão. In J. Murillo, P. M. Arnal, R. Escolano, & J. M. Gairín (Eds.), *Actas del VI Simposio de la SEIEM* (pp. 157-170). Logroñ: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Sasman, M., Olivier, A., & Linchevski, L. (1999). Factors influencing students' generalization thinking processes. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23th International Conference for Psychology of Mathematics Education*, *4*, pp. 161-168. Haifa, Israel: Technion Printing Center.

Smith, E. (2003). Stasis and change integrating patterns functions and algebra throughout the k-12 curriculum. In J. Kilpatrick, W. Martin, & D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 136-150). Reston: NCTM.

Stake, R. (2009). *A arte da investigação com estudos de caso* (2.ª ed.). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Stacey, K. (1989). Finding and Using Patterns in Linear Generalising Problems. *Educational Studies in Mathematics,* 20(2), 147-164.

Vale, I. (2004). Algumas notas sobre investigação qualitativa em educação matemática, o estudo de caso. Em I. Vale e J. Portela (Eds.), *Revista da Escola Superior de Educação*, 5º Vol., pp.171-200.

Vale, I & Pimentel, T. (2005). Padrões: um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática,* 85, 14-20.

Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., & Borralho, A. (2006). Os padrões no ensino e aprendizagem da álgebra. In I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos, & P. Canavarro (Eds.), 167 *Números e Álgebra na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 193-213). Lisboa: SPCE.

Vale, I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. XX SIEM. In J. Fernandes, & F. Viseu(org.), *Actas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-63). Viana do Castelo: APM.

Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L. & Pimentel, T. (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da matemática: propostas curriculares para o ensino básico.* Viana do Castelo: ESEVC.

Vale, I., Barbosa, A., Borralho, A., Barbosa, E., Cabrita, I., Fonseca, L., & Pimentel, T. (2011). *Padrões em matemática: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico.* Lisboa: Texto Editores.

Vale, I. (2011). *Resolução de Tarefas com Padrões em Contextos Figurativos: exemplos de sala de aula.* Obtido em 27 de Outubro de 2013: http://www2.rc.unesp.br/gterp/sites/default/files/artigos/ivale-palestratexto.pdf

Vale, I., Pimentel, T., Alvarenga, D., & Fão, A. (2011). *Uma proposta didática envolvendo padrões (Material de apoio ao PMEB).* Obtido em 12 de dezembro de 2013, de http://area.dgidc.min-edu.pt/materiais_NPMEB/071_Tarefas_Padroes.pdf

Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na sala de aula: um desafio para professores e alunos. *Interacções, 20*, 181-207.

Vasconcelos, T., Rocha, C., Loureiro, C., Castro, J., Menau, J., Sousa,. Hortas, Maria., Ramos, M., Ferreira, N., Mel, N., Rodrigues, P., Mil-Homens, P., Fernandes, S. (2012). *Trabalho por projetos na educação de infância: Mapear aprendizagens, integrar metodologias.* Lisboa: ME-DGIDC.

Warren, E. (2008). Generalising the pattern rule for visual growth patterns: Actions that support 8 year olds' thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 171-185.

Yin, R. (2009). *Case study research: design and methods* (4th Ed.). Los angeles: Sage.

Zazkis, R., & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: the tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics, 49*, 379-402.

ANEXOS

Anexo 1 – Planificação do dia 2, 3 e 4 de dezembro.

Escola:		Ano /Turma: 3º	Data: 25/11/2013		
Mestrando: Ana Moura (a implementar) e Adriana Viana		Dia da semana: 2, 3 e 4 de Dezembro	Período: 1º		
Temas /Conteúdos /Blocos/ Domínios	**Objetivos específicos/ Objetivos gerais/ Descritores**	**Desenvolvimento da aula e propostas de trabalho**	**Materiais/recursos/espaços físicos**	**Tempo**	**Avaliação**
		Segunda-feira (2 de Dezembro)			
Leitura e Escrita	5. *Ler em voz alta palavras e textos* - Descodificar palavras com fluência crescente: bom domínio na leitura.	A aula inicia-se com a escrita do sumário no quadro. Os alunos transcrevem-no no caderno diário e posteriormente é lido por um dos alunos (respeitando uma ordem anteriormente estabelecida). Neste momento estabelece-se um diálogo sobre o mesmo com o intuito de planificarem as tarefas a realizar ao longo do dia. Se necessário, a professora prestará esclarecimentos sobre o plano de aula apresentado.	- Quadro; - Caneta; - Caderno diário.	10'	Copia, atempadamente, e lê corretamente o sumário;
	Refletir sobre o cumprimento do objetivo estabelecido na semana anterior; Definir um novo objetivo semanal.	Seguidamente realiza-se uma tarefa rotineira, planeada para o início da aula de todas as segundas-feiras. O grande grupo e a professora estagiária definem conjuntamente o objetivo da semana, registando-o num cartaz para o efeito e no caderno diário. Relembra-se a turma que a cada incumprimento do objetivo da semana, será registada uma "carinha triste" no nome do respetivo transgressor.	- cartaz do objetivo da semana; - tabela de registo das transgressões (anexo I).	15'	Reflete sobre o cumprimento do objetivo da semana anterior; Propõe o objetivo da semana
		Português			
	6. *Ler textos diversos.* Ler pequenos	A professora estagiária inicia a aula de português informando a turma que esta semana irão trabalhar um torno de uma estrutura de texto diferente: a banda desenhada. Seguidamente remete a atenção dos alunos para a página 158 do	- manual de português;	5'	- prepara a leitura do texto, lendo e

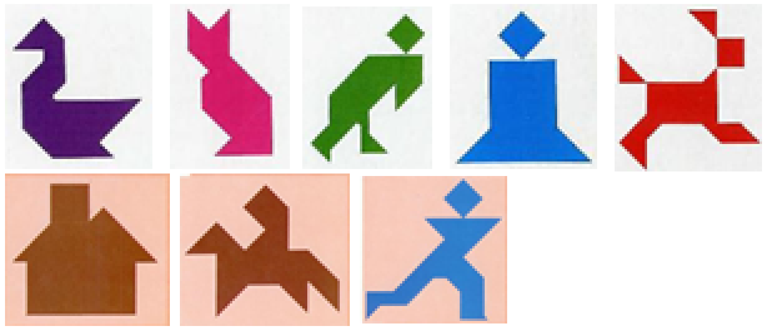
	textos narrativos, informativos e descritivos, notícias, cartas, convites e banda desenhada.	manual de português, indicando que terão 5 minutos para ler a banda desenhada em silêncio, as vezes que necessitarem, preparando a leitura (anexo II). Passado o tempo estipulado, uma vez que a história se encontra em formato de diálogo, representado pelos balões de fala, escolhe 3 alunos diferentes atribuindo-lhes uma função – um será o cientista Volt, outro o rato da família Stilton, e outro a ratazana da família Stilton. A professora estagiária assume o papel de narrador participando na leitura. Desta forma, o narrador inicia a leitura, as restantes personagens devem intervir na sua vez, e os restantes alunos devem acompanhar a leitura.		5'	relendo em silêncio; - lê um texto com articulação e entoação corretas;
Educação Literária	*22.Compreender o essencial dos textos escutados e lidos.* - Responder, oralmente, de forma completa, a questões sobre os textos.	Após a leitura são colocadas à turma as seguintes questões: • Quem chamou a família Stilton? (R: O cientista Volt) • Qual era a missão desta família? (R: Derrotar os gatos piratas e salvar a história!) • Qual era a função do tempógrafo criado pelo cientista? (R: O tempógrafo é um aparelho para manter a história sobre controlo.) • Em que cidade e país se encontravam os gatos piratas? (R: Na cidade de Khambalik, na China)		15'	-responde de forma coerente e correta às questões sobre o texto;
Leitura e Escrita	*10.Monitorizar a compreensão.* - Sublinhar as palavras desconhecidas, inferir o	De forma a contribuir para o enriquecimento lexical dos alunos, a professora questiona os alunos se encontraram durante a banda desenhada alguma palavra cujo significado não conheçam. Em caso afirmativo, pede que as indiquem registando-as no quadro, e remete os alunos para o uso do dicionário, com o intuito de descobrirem e partilharem o seu significado. Para o caso de os alunos não manifestarem desconhecer algumas palavras,	- dicionário; - quadro; - marcador;	10'	- consulta corretamente o dicionário de forma a obter o significado das palavras desconhecida

	significado a partir de dados contextuais e confirmá-lo no dicionário;	questiona-os – "Então quem me sabe explicar o significam as palavras dinastia e mercador?". Após o questionamento, a professora procura ouvir ordenadamente os alunos que mostrarem interesse em participar, apurando assim as suas conceções. No final, solicita dois alunos, que ainda não tenham participado, para procurarem no dicionário o significado das duas palavras em questão, atribuindo uma palavra a cada um deles. De seguida, deverão partilhar com a turma os significados encontrados. A professora estagiária indica que durante o dia, quando algum dos alunos da turma terminar uma tarefa antes do tempo previsto, deverá registar essa mesma palavra e respetivo significado, ao nosso banco de palavras (tarefa iniciada na semana anterior, que deverá ter continuidade até ao final do ano).	- Caixa do banco de palavras; - cartões de registo; - dicionário; - marcadores		s;
Gramática	*27. Conhecer propriedades das palavras.* - Identificar nomes próprios e comuns; - Identificar as três conjugações verbais. 28. *Analisar e estruturar unidades sintáticas* - Identificar os seguintes tipos de frase:	Com o intuito de continuamente trabalhar o domínio da gramática, sugere à turma uma nova tarefa – deverão, com base no texto da banda desenhada, escrever no caderno diário: três nomes, indicando seguidamente se são classificados como próprios, comuns, ou comuns coletivos; uma frase do tipo exclamativo; e dois verbos no pretérito perfeito (passado). Enquanto desenvolvem esta tarefa a professora estagiária irá preparar a próxima tarefa, montando o projetor associado ao computador.	- caderno diário; - lápis; -quadro - marcadores de cor diferente; - projetor; - computador - banda desenhada em powerpoint;	10' 10' 10'	- identifica nomes próprios, comuns e comuns coletivos; - Identifica frases do tipo exclamativo - identifica verbos conjugados no pretérito perfeito (passado);

Leitura e Escrita	declarativa, interrogativa e exclamativa. **19.** ***Escrever textos diversos.*** Escrever falas, diálogos ou legendas para banda desenhada.	Após terminarem a tarefa anterior, a professora estagiária projeta no quadro branco uma nova banda desenhada (anexo III). Esta banda desenhada encontra-se inicialmente incompleta, pelo que a turma, tendo em conta as opções apresentadas, deve apresentar propostas de maneira a completar a mesma. A professora estagiária regista no quadro as mesmas, e seguidamente procede à sua correção. Após a correção, seleciona um aluno para recontar a história do Tangram. Por fim, reaproveitando a projeção da banda desenhada, explica os componentes de uma banda desenhada - "Prancha", "Tiras", "Vinhetas", "legendas (cartuchos)", e "balões de fala" – ao mesmo tempo que os circunda no quadro com marcadores de cor diferente. **TPC:** Resolução da ficha da página 159 do manual de português (anexo IV).	- Desafio da semana - "Ana"; - lápis; - borracha	45'	- apresenta propostas de falas, diálogos ou legendas para a banda desenhada.
Números e Operações	**Multiplicação** 7.*Multiplicar números naturais* - Saber de memória as tabuadas do 2 e do 3. (2º ano) - Reconhecer os múltiplos de 2, inspeção do algarismo das unidades. - Efetuar uma generalização distante.	**Matemática** Como já é habitual, semanalmente é proposto aos alunos a resolução de um desafio individual. Assim, a professora estagiária informa a turma que chegou o momento de resolverem o habitual desafio da semana, e que por existir uma aluna na turma com o nome "Ana" e ela própria se chamar assim, optou por planear um desafio engraçado em torno desse nome (anexo V). Relembra ainda que, como já é do conhecimento da turma, o desafio é para resolver individualmente, e de forma autónoma.	-manual de matemática.	15'	Resolve, corretamente e autonomamente, o desafio matemático; - reconhece os múltiplos de 2 e 3; - efetua uma generalização distante.

	Números naturais *2. Contar até um milhão* - Efetuar contagens progressivas e regressivas, com saltos fixos, que possam tirar partido das regras de construção dos numerais cardinais até um milhão. **Adição e subtração** *5. Adicionar e subtrair números naturais* - Adicionar dois números naturais cuja soma seja inferior a 1000000, utilizando o	Conforme vão terminando, entregam o desafio à professora estagiária e realizam as fichas das páginas 67 e 68 do manual de matemática (Anexo VI).			- Efetua contagens progressivas e regressivas, com saltos fixos, que possam tirar partido das regras de construção dos numerais cardinais até um milhão. - Efetua operações de adição

	algoritmo da adição.				
		Almoço (12h – 13:30h)			
Oralidade **Educação Literária**	*3. Produzir discursos com diferentes finalidades, tendo em conta a situação e o interlocutor.* - Faz um pequeno discurso com intenção persuasiva (por exemplo, com o exercício "mostra e conta"). *22. Compreender o essencial dos textos escutados e lidos.* - Responder, oralmente, de forma	**Matemática** Após o almoço, a aula de matemática inicia-se com a correção conjunta do desafio (anexo VII). A professora estagiária escreve a sequência "AnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAna" no quadro, e, em cada questão, vai solicitando um aluno para se dirigir ao quadro com o intuito de responder à questão partilhando com os colegas a estratégia que adotou. A turma é ainda questionada, em cada proposta de resolução, se algum aluno o resolveu utilizando uma estratégia diferente. Caso respondam afirmativamente, a professora convida o aluno a partilhar a sua estratégia com a turma. O registo das estratégias é efetuado no caderno diário. Assim que terminarem a correção do desafio, a professora remete os alunos para a banda desenhada, que analisaram em português, sobre o tangram. Questiona a turma: • "Por quantas figuras geométricas é composto o tangram?" (R.: 7) • "Que figuras são essas?" (R.: Um quadrado; dois triângulos grandes, dois triângulos pequenos, um triângulo médio, e um paralelogramo.) À medida que os alunos vão respondendo, coloca no quadro as peças correspondentes de um *tangram* magnético. Seguidamente, recorre à ficha de exploração do tangram explicando aos alunos como deverão utilizá-la para realizarem a tarefa seguinte. O trabalho	- Desafio da semana - "Ana"; - Quadro; - Marcador; - Caderno diário; - tangram magnético; - ficha	30' 5' 15'	Apresenta, de forma audível e a através de um discurso coerente, a sua estratégia -responde de forma coerente e correta às questões sobre o texto;

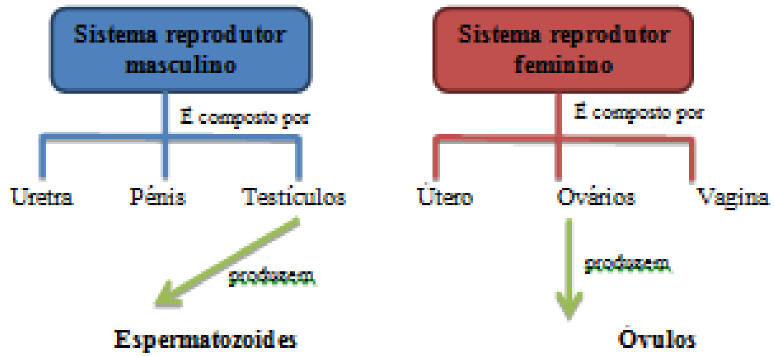
Geometria e Medida	completa, a questões sobre os textos. (2º ano) **Figuras geométricas** *2. Reconhecer e representar formas geométricas* -Identificar figuras geométricas numa composição e efetuar composições de figuras geométricas.	proposto será desenvolvido a pares, pelo que devem juntar-se ao colega do lado para rentabilizar o tempo de formação dos grupos. Assim, a professora distribuirá uma ficha de exploração do tangram, bem como o próprio material, por cada par (anexo VIII). O par deve, utilizando as peças do tangram tentar compor as figuras que se encontram na ficha de exploração. Como as figuras de cada ficha são diferentes, quando terminarem de explorar a sua, os pares poderão trocar de fichas entre si. As figuras presentes nas diferentes fichas são as seguintes:  No momento seguinte a professora estagiária propõe uma nova exploração do tangram, mas desta vez em grande grupo. Assim, indica aos alunos que um dos pares fica com o tangram que estavam a trabalhar, e distribui outro tangram ao outro membro do par. Desta forma, cada aluno terá um tangram para poder manipular individualmente; simultaneamente a professora utiliza no quadro o tangram magnético. No quadro, encontra-se projetada uma tabela que tem como objetivo relacionar as áreas das diferentes peças, a qual será preenchida à medida que se vão realizando as tarefas propostas. (anexo IX)	exploração do tangram (anexo VIII); - 12 tangrams - 24 tangrams		-identifica as figuras geométricas presentes na figura e compõe, com as peças do tangram, uma idêntica.

	(2º ano) **Figuras geométricas** *4. Medir áreas* - Comparar áreas de figuras utilizando as respetivas medidas, fixada uma mesma unidade de área.	Inicia-se a exploração solicitando aos alunos pequenas tarefas, exemplificando-as no quadro: **<u>Tarefa 1</u>** A professora estagiária coloca a questão: "Observando todas as peças que estão à vossa frente, qual é aquela que vos parece que ocupa menos espaço, ou seja, que possui menor área?" (R.: triângulo pequeno) De seguida indica que organizem, no cimo da mesa e em linha, as peças pela ordem – triângulos pequenos, triângulo médio, triângulos grandes, quadrado e paralelogramo. Quando todos se encontrarem devidamente organizados, indica: "Peguem no triângulo pequeno – esta peça será a nossa unidade de medida. Isto significa que, ordenadamente, vamos experimentar quantas vezes ela cabe dentro das outras, sem passar os limites da peça que estamos a medir. Vamos então experimentar! Peguem na primeira peça que se encontra na vossa linha de peças do tangram, o triângulo pequeno. Quantas vezes cabe o triângulo pequeno dentro do outro triângulo pequeno? (R.: Uma.)" A professora estagiária preenche a quadrícula correspondente às duas variáveis na tabela que relaciona as áreas das diferentes figuras, projetada no quadro. Nesta apenas ainda se encontra visível a linha que vamos preencher, de maneira a facilitar a leitura. Para "esconder" as linhas seguintes, uma vez que se encontra a utilizar o retroprojetor, coloca uma folha sobre a restante tabela do acetato. De seguida, utilizando o mesmo tipo de questionamento referido em cima, a professora estagiária em conjunto com a turma, explora todas as possibilidades de medir as diferentes peças com triângulo pequeno, a unidade de medida selecionada. À medida que exploram vão procedendo ao devido registo.	- 1 tangram magnético: - quadro - retroprojetor; - acetato com a tabela que relaciona as áreas das diferentes figuras.(anexo IX)		- compara e identifica a peça que possui menor área. - compara áreas através da sobreposição de figuras.

Números e Operações	(2º ano) **Divisão** *9. Efetuar divisões exatas de números naturais* Utilizar adequadamente os termos «metade», «terça parte», e «quarta parte», relacionando-os respetivamente com o dobro, o	Assim que terminarem de medir todas as peças com o triângulo pequeno, a professora indica que vão mudar de unidade de medida para o triângulo médio. Todo o processo será repetido da mesma forma com esta nova unidade. No entanto, surgirá algo de diferente – quando forem experimentar quantas vezes "cabe" o triângulo médio dentro do triângulo pequeno, aperceber-se-ão que não cabe nenhuma, pois o triângulo pequeno tem uma menor área que o triângulo médio. Desta forma, na segunda linha da tabela que relaciona as áreas das diferentes figuras, na quadrícula referente ao triângulo pequeno devem colocar 0 (zero) uma vez que ainda não trabalhar os conteúdos referentes aos números decimais ou fracionários. Apesar disto, como já possuem algumas conceções relativamente à metade, terça parte (etc.) discutem oralmente – "Se o triângulo pequeno "cabe" duas vezes dentro do triângulo médio significa que o espaço ocupado pelo triângulo médio é o dobro (2 vezes) do espaço ocupado pelo triângulo pequeno. Assim sendo, se pensarmos ao contrário, o espaço ocupado pelo triângulo pequeno que parte representa do espaço ocupado pelo triângulo médio? (R: metade). Desta forma o objetivo não será apenas trabalhar a área a partir da multiplicação, mas gradualmente, introduzir a divisão. O mesmo procedimento repete-se com todas as peças do tangram. No final, a tabela de registo encontrar-se-á totalmente preenchida e procederemos à sua análise conjunta para concluir que: • Os triângulos pequenos são os únicos com os quais conseguimos cobrir as figuras sem transpor os seus limites; • O triângulo grande é o único com o qual não conseguimos medir a área das restantes peças, uma vez que transpõe sempre os limites de todas; • O quadrado, o paralelogramo e o triângulo médio possuem a mesma área (2 vezes o triângulo pequeno).			-Utiliza adequadamente os termos os termos «metade», «terça parte», e «quarta parte», relacionando-os respetivamente com o dobro, o triplo, e o

	triplo, e o quádruplo.	Após a análise anterior, os alunos escrevem no caderno as conclusões a que a turma chegou. Se ainda faltar algum tempo para terminar a aula, transcrevem de seguida a tabela projetada, caso contrário, a professora tira uma fotografia à projeção e traz no dia seguinte a imagem impressa para que possam colá-la no caderno.			quádruplo.
À descoberta de si mesmo	**2. O seu corpo** - Conhecer as funções vitais (digestiva, respiratória, circulatória e reprodutora/sexual). - Conhecer alguns órgãos dos aparelhos correspondentes (boca, estômago, intestinos, coração e pulmões, genitais)	**Estudo do Meio** A aula de estudo do meio inicia-se com uma atividade de descoberta que tem como objetivo rever os conteúdos das aulas anteriores e introduzir a nova temática – o sistema reprodutor. A professora coloca à turma as seguintes questões/tarefas de revisão dos conteúdos trabalhados anteriormente: • O que formam um conjunto de células com a mesma função? (R.: Um tecido) • Explica o esquema da organização do organismo humano. (O nosso corpo é constituído por milhares de células, que quando possuem a mesma função se agrupam para formar um tecido. Por sua vez vários tecidos se unem para constituir um órgão com funções específicas. Orgãos que trabalham para o mesmo fim pertencem ao mesmo sistema. Os diferentes sistemas funcionam simultaneamente para formar o nosso organismo.) • Qual a função do sistema digestivo? (R.: Digerir os alimentos, transformando-os em nutrientes capazes de serem absorvidos pelo sangue.) • Descreve o percurso que os alimentos efetuam no nosso corpo. (R.: Os alimentos entram na boca, passam pela faringe e esófago, até chegarem ao estômago e formar-se o quimo. O quimo passa para o intestino	- Guião de questionamento - envelope com peças; -puzzle	25'	- Explica o modo de organização do organismo humano - indica a função do sistema digestivo; -Descreve o processo de digestão

		delgado onde se transforma em quilo. Ainda no intestino delgado se efetua uma triagem – os nutrientes necessários para as células são absorvidos para o sangue, enquanto os restantes passam para o intestino grosso, que os transforma em fezes. Estas são guardadas no reto e libertadas pelo ânus.) • Por onde é conduzido o sangue no nosso corpo? (R: Em vasos capilares) Como se chamam e qual a sua função? (R: As artérias transportam o sangue do coração para os órgãos e tecidos: Os capilares são ramificações das artérias, que por serem finos permitem mais facilmente a troca de nutrientes entre o sangue e as células; Os capilares voltam a unir-se em veias que conduzem o sangue novamente ao coração.) • Qual é a função do sistema respiratório? (R: Levar o oxigénio aos pulmões e expulsar o dióxido de carbono que o sangue transporta.) • Como chamamos aos movimentos que permitem a entrada e saída de ar nos pulmões? (R: Inspiração e expiração respetivamente.) Sempre que a professora estagiária coloca uma das questões anteriores, os alunos que pretenderem responder devem colocar o braço no ar com o intuito de pedir permissão para falar. Assim que lhes for permitido, devem responder, e caso a resposta esteja correta ser-lhes-á fornecido um envelope que possui a peça de um puzzle. Caso a resposta dada esteja incorreta, a professora dará voz a outro aluno para que este tente responder corretamente. Quando responderem corretamente às questões, conseguindo todos os envelopes com as peças do puzzle, serão solicitados para, ordenadamente, se dirigirem ao placard de cortiça e montarem o puzzle. No final a professora exibe o placard com o intuito de partilhar com a turma a imagem formada			- Sabe a função dos vasos capilares - indica a função do sistema respiratório - Identifica os movimentos respiratórios

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>através da construção do puzzle (ver anexo X).
De seguida questiona a turma:
Considerando que temos trabalhado os diversos sistemas do organismo, com base na imagem do puzzle, que sistema iremos estudar esta semana? (R: Sistema Reprodutor).
Nos sistemas que já trabalhamos, o digestivo, o circulatório e o respiratório, existiam diferenças entre o aparelho masculino e feminino? Quais? (R: Não)
E no caso do sistema reprodutor, o aparelho reprodutor masculino é diferente do feminino? (R: Sim)
Em que diferem? (R: Na estrutura, ou seja, nos órgãos que os compõem, e consequentemente nas células sexuais produzidas.)
No momento que se segue a professora indica aos alunos que devem recorrer à página 40 do manual de estudo do meio, dirigindo a atenção da turma para as figuras referentes ao sistema reprodutor. Em conjunto constroem no quadro um esquema alusivo ao sistema reprodutor

</td>
<td>-guião de questionamento;

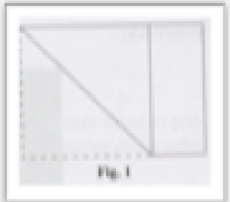
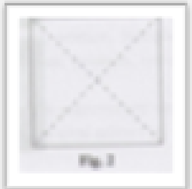
-quadro;
-marcadores;</td>
<td>15’

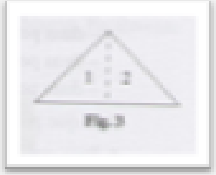
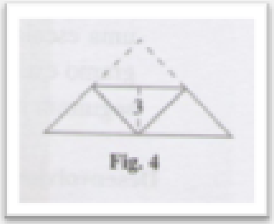
20’</td>
<td>Reconhece alguns órgãos e associa-os ao sistema reprodutor.
- conhece os diferentes sistemas.

- Identifica as diferenças entre o aparelho reprodutor masculino e o feminino.</td>
</tr>
</table>

		Após a construção conjunta do esquema anterior, os alunos transcrevem-no para o caderno diário. No final das aulas, a professora estagiária orienta uma reflexão com turma sobre o cumprimento do plano do dia (sumário), e atribuiu os pontos conforme acordado: 3 para o cumprimento pleno; 2 quando poucas tarefas ficaram por cumprir e 1 quando a aula não decorreu da melhor forma (neste caso quando a turma não colaborou).			- Reflete sobre o cumprimento do plano.
Leitura e Escrita	5. *Ler em voz alta palavras e textos* - Descodificar palavras com fluência crescente: bom domínio na leitura.	**Terça-feira (3 de Dezembro)** A aula inicia-se com a escrita do sumário no quadro. Os alunos transcrevem-no no caderno diário e posteriormente é lido por um dos alunos (respeitando uma ordem anteriormente estabelecida). Neste momento estabelece-se um diálogo sobre o mesmo com o intuito de planificarem as tarefas a realizar ao longo do dia. Se necessário, a professora prestará esclarecimentos sobre o plano de aula apresentado. **Matemática** No início da aula de matemática a professora informa os alunos que, como se demonstraram muito entusiasmados quando, numa outra aula, construíram um	- Quadro; - Caneta; - Caderno diário. - 21 folhas brancas;	10' 10'	Copia, atempadamente, e lê corretamente o sumário;

Exploração de técnicas diversas de expressão	**Recorte, colagem, dobragem** - Fazer dobragens	*origami* através de dobragens de papel, novamente lhes irá propor uma nova construção. Uma vez que o tema iniciado no dia anterior era referente ao *tangram*, os alunos têm agora a oportunidade de construir o seu próprio *tangram* através de dobragens. Desta forma, como acontecera para a construção do *origami*, projeta-se no quadro branco uma apresentação powerpoint com os passos da construção; em simultâneo com a turma a professora realiza os mesmos, exemplificando-os. Após a exemplificação, circula pela sala, verificando as dobragens dos alunos e prestando auxílio aos que demonstrem mais dificuldade. A tarefa pressupõe os seguintes passos: **<u>Passo 1</u>**	- lápis de cor; - tesoura; - apresentação powerpoint; -máquina fotográfica.	45'	- efetua corretamente as dobragens.
Geometria e Medida	(1.º ano) **Figuras geométricas** *2. Reconhecer e representar formas geométricas* Identificar, em objetos e desenhos, triângulos, retângulos, e quadrados, em posições variadas e utilizar corretamente	À semelhança do que já tinha surgido na construção do *origami* da carta, para iniciarmos a tarefa teremos que partir de um quadrado, pelo que a nossa folha A4 possui uma forma retangular. Por esta razão a professora estagiária, solicitando aos alunos que recorram à sua memória, questiona a turma sobre o que podem fazer para transformar a folha retangular num quadrado sem utilizarem uma régua. Relembram como procederam aquando da construção do *origami*. De seguida indica: "Dobrem a folha de papel A4 de modo a formar um quadrado. Vinquem a diagonal e cortem o excesso. Que figuras obtivemos?" (R: Dois triângulos iguais.) (Fig.1)			- identifica as figuras geométricas presentes - utiliza corretamente os termos «lado» e «vértice».

	os termos «lado» e «vértice».	 **<u>Passo 2</u>** "Dobrem o papel outra vez ao longo da outra diagonal do quadrado. Que figuras obtivemos agora?" (R: 4 triângulos iguais.) "Cortem uma das diagonais para obter dois triângulos grandes." (Fi.2)  **<u>Passo 3</u>** "Cortem um triângulo ao longo da linha que passa pelo centro até obterem dois triângulos pequenos. Chamem-lhes 1 e 2."(Fig.3)– Os alunos devem escrever os números a lápis.		20'	

	(4º ano) **Figuras geométricas** *2. Identificar e comparar ângulos* - Reconhecer ângulos retos, em desenhos e objetos.	 **<u>Passo 4</u>** “Segurem o triângulo grande que ficou, levem o vértice do ângulo reto até ao ponto médio da hipotenusa e vinca.” – Como os alunos ainda não conhecem o conceito de ângulo reto e hipotenusa, a professora estagiária explica que o ângulo reto é aquele que, se eles perlongarem as linhas que representam cada lado do triângulo, estas surgirão como perpendiculares; a hipotenusa representa o lado que se opõe a esse ângulo. Após a explicação exemplificará, solicitado aos alunos que segurem no ângulo reto, levantado a folha para que esta verifique se todos identificaram o ângulo corretamente. Seguidamente indica: “Corta-o e chama-lhe de 3.” (Fig. 4) 			- identifica o ângulo reto

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>

<u>Passo 5</u>

"Dobra o vértice A do trapézio até ao ponto médio da base (ponto B). Vinca. Corta ao longo do vinco e chama a este triângulo 4. Corta o quadrado que ficou e chama-lhe 5." (Fig.5)

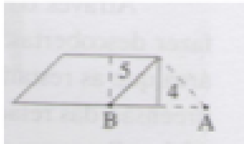


Fig. 5

<u>Passo 6</u>

"Dobra a peça que falta a fim de obter um triângulo retângulo e um paralelogramo. Leva o ponto B até ao ponto C e vinca. Corta e chama ao triângulo 6 e ao paralelogramo 7." (Fig. 6)

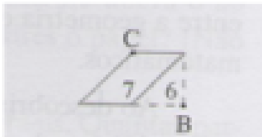
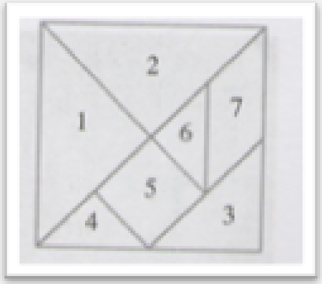


Fig. 6

</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

Leitura e Escrita	5. *Ler em voz alta palavras e textos.* - Ler um texto com articulação e entoação corretas e uma velocidade de leitura de, no mínimo, 110	**<u>Passo 7</u>** Obténs as 7 peças que constituem o *tangram.* (Fig.7)  Quando terminarem a construção do seu próprio *tangram*, os alunos deverão pintar com cores diferentes cada peça. Por fim a professora estagiária sugere que cada aluno construa livremente uma figura conhecida com o seu *tangram.* Conforme vão terminando, colocam o braço no ar para que a professora estagiária se desloque ao local com o intuito de tirar uma fotografia à figura construída. As fotografias serão utilizadas numa tarefa do dia seguinte. **Português** Esta aula será destinada ao treino da velocidade de leitura. Como "O senhor do seu nariz e outras histórias" de Álvaro Magalhães é um livro já conhecido da turma, e será trabalhado na segunda parte da aula, o exercício de treino de velocidade de leitura incidirá sobre um excerto do mesmo. Assim, a professora solicita aos alunos a leitura silenciosa do texto *O senhor do seu nariz* da			- Lê o texto com articulação e entoação corretas e uma velocidade de

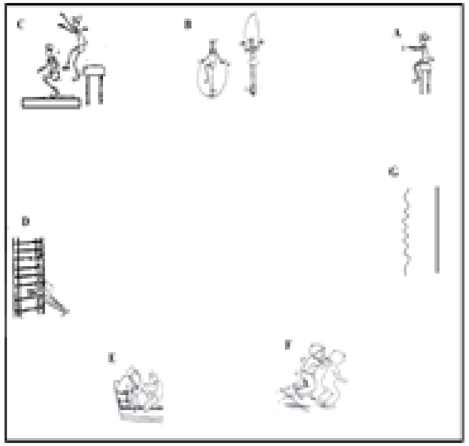
	palavras por minuto.	página 42 do manual de português. Ao final de 5 minutos refere que irão dar início ao treino da velocidade de leitura. Assim, por ordem alfabética, a professora indica o aluno que deve iniciar a leitura, cronometrando 60 segundos. Assim que terminar o tempo, contabiliza o número de palavras lidas, registando-as. Os restantes alunos devem acompanhar a leitura.			leitura de, no mínimo, 110 palavras por minuto.
Almoço (12h – 13:30h)					
Leitura e Escrita **Educação Literária** **Gramática**	5. *Ler em voz alta palavras e textos* - Descodificar palavras com fluência crescente: bom domínio na leitura. 22. *Compreender o essencial dos textos escutados e lidos.* - Reconhecer regularidades versificatórias (rima, sonoridades, cadência). 29. *Compreender formas de organização*	**Português** A obra "O senhor do Seu Nariz" já foi lida na turma. A cada grupo de dois alunos será entregue a cópia de um trecho do livro de Álvaro Magalhães "O Senhor do Seu Nariz" (anexo XI). De seguida, a professora fará a leitura de parte do texto e pedirá a alguns alunos que continuem a leitura, em voz alta. Seguidamente, os alunos devem procurar no texto as palavras que rimam, sublinhá-las e fazer o registo das mesmas numa ficha própria fornecida individualmente (anexo XII). Deverão ainda inventar uma nova palavra que rime com cada par encontrado. Aproveitando o termo "desnascido" usado pelo autor, será apresentada à turma uma nova tarefa – os antónimos. Quando questionados sobre o termo "desnascido", alguns alunos certamente responderão que é o contrário de nascer. Irão então participar no seguinte jogo: em dois sacos estão cartões com palavras, existindo em cada um dos sacos tantos cartões quantos os alunos da turma, sendo que as palavras existentes nos cartões de cada um dos sacos têm relação de antonímia com as do outro saco. Serão distribuídas a cada aluno uma palavra de cada saco. Depois, um aluno, a designar pela professora, levantar-se-á e, em frente à turma, lê a sua palavra. A criança que tem o cartão com o antónimo da palavra lida deve levantar-se e formar par com o colega. As palavras serão fixadas no quadro formando par. De entre as palavras	- Ficha com o trecho do livro de Álvaro Magalhães "O Senhor do Seu Nariz" (Anexo XI). - Ficha de registo das rimas (Anexo XII) - dois sacos; - cartões com palavras; - Ficha de registo dos antónimos (Anexo XIII) - quadro;		- lê um texto com articulação e entoação corretas; - Identifica e cria palavras que rimam - Identifica os antónimos das palavras em questão.

Descoberta e organização progressiva de superfícies	*do léxico* - identificar relações de significado entre palavras: sinónimos e antónimos. **Desenho de Expressão livre** Ilustrar de forma pessoal	contidas nos sacos, estarão algumas que fazem o antónimo com o prefixo "des" (ex. cansar/descansar; enfiar/desenfiar; agradável/ desagradável…). Quando todas as palavras estiverem fixadas no quadro, tentar-se-á que os alunos, observando as palavras, cheguem à conclusão que para se obter o antónimo de algumas palavras basta acrescentar o prefixo "des". No fim, será entregue uma ficha a cada aluno onde terão que descobrir, de entre várias palavras, as que formam o antónimo, da maneira atrás mencionada (Anexo XIII). **Expressão Plástica** A professora estagiária inicia a aula distribuindo uma folha A4 branca a cada aluno, ao mesmo tempo que partilha com o grupo que a tarefa que se segue denomina-se "Letras Escondidas". Explica que esta tarefa consiste em transformar as letras de um nome num desenho. Para isso, inicialmente devem escrever o primeiro nome de cada um no meio da folha, deixando espaço entre as letras. Vejamos o exemplo: A N A De seguida, o desafio é olharem para as letras, tentando esquecer que são letras e, a partir das suas linhas, transformar cada letra num desenho, algo concreto como um animal, objeto, etc. Os desenhos abstratos não funcionam.	- Folhas A4; - Lápis de cor;	50'	- Cria desenhos a partir dos grafemas do seu nome.

		Caso os alunos possuam um nome curto ou terminem antes do tempo previsto, a professora distribuiu outra folha para efetuarem a mesma tarefa com o nome de um colega à sua escolha. Esta tarefa voltará a ser retomada na semana seguinte, para a realização de um texto com base nas imagens reproduzidas. No final das aulas, a professora estagiária orienta uma reflexão com turma sobre o cumprimento do plano do dia (sumário), e atribuiu os pontos conforme acordado: 3 para o cumprimento pleno; 2 quando poucas tarefas ficaram por cumprir e 1 quando a aula não decorreu da melhor forma (neste caso quando a turma não colaborou).		5'	- Reflete sobre o cumprimento do plano
	5. *Ler em voz alta palavras e textos* - Descodificar palavras com fluência crescente: bom domínio na leitura das palavras dissilábicas de 4 a 6 letras e das trissilábicas de 7 ou mais letras, sem hesitação e quase tão	**Quarta-feira (4 de Dezembro)** A aula inicia-se com a escrita do sumário no quadro. Os alunos transcrevem-no no caderno diário e posteriormente é lido por um dos alunos (respeitando uma ordem anteriormente estabelecida). Neste momento estabelece-se um diálogo sobre o mesmo com o intuito de planificarem as tarefas a realizar ao longo do dia. Se necessário, a professora prestará esclarecimentos sobre o plano de aula apresentado.	- Quadro; - Caneta; - Caderno diário.	10'	Copia, atempadamente, e lê corretamente o sumário;

À descoberta de si mesmo **Educação Literária**	rapidamente para as trissilábicas como para as dissilábicas. **2. O seu corpo** - Conhecer as funções vitais (reprodutora/sexual). - Conhecer alguns órgãos dos aparelhos correspondentes (genitais) *22. Compreender o essencial dos textos escutados e lidos.* - Responder, oralmente, de forma completa, a questões sobre os textos.	**Estudo do meio** O tema do sistema reprodutor é retomado com a projeção de uma animação sobre o tema, a qual aborda os conceitos trabalhados na aula anterior, revendo-os, e propõe um desafio onde os alunos devem completar frases com palavras-chave. Como a animação termina com um breve referência ao conceito de fecundação, a professora estagiária imediatamente parte para a leitura do Livro "Para onde foi o Zézinho?" de Nicholas Allan. Este livro conta a história da vida de um embrião, descrevendo de forma divertida o percurso do mesmo desde que sai dos testículos até que encontra um óvulo, fecundando-o. Após a leitura do livro estabelece-se um diálogo em torno do mesmo segundo as seguintes questões orientadoras: • Quem era o Zézinho? • Onde vivia? • Qual era a grande aptidão do Zézinho? • Para que se preparava ele todos os dias? • Na história lemos: "- Se 300 milhões de espermatozoides participarem na corrida, quantos precisas de ultrapassar para ganhares o óvulo? - perguntou o professor. - Dez? – disse o Zézinho. Ele não era lá muito bom a fazer contas, mas era MUITO bom a nadar." Consegues ajudar o Zézinho a responder à questão do professor?	- projetor - computador - colunas; - animação do CD "Aula digital" do manual "A grande aventura". - Livro "Para onde foi o Zézinho?" de Nicholas Allan	20' 15' 20'	- completa corretamente as frases com palavras-chave. -responde de forma coerente e correta às questões sobre o texto;

	- Compreender o processo da fecundação	• No dia da competição o professor deu a cada um dos concorrentes um par de óculos. Se existiam 300 milhões de concorrentes, e cada par de óculos tem duas lentes, quantas lentes existiam na totalidade? • Para que precisava o Zézinho de um mapa? • Quando a personagem encontrou o óvulo o que aconteceu? • Afinal, para onde tinha ido o zézinho? Após o diálogo em torno das questões acima referidas, a professora estagiária explica à turma que a história do zézinho conta, de uma forma simbólica, o que acontece na realidade para haver fecundação e se gerar uma nova vida. De seguida explica novamente o processo de uma forma mais realista. Por fim, a professora estagiária analisa com a turma a página 41 do manual, a qual possui imagens relativas à evolução de um feto no ventre da mãe. De seguida exibe algumas ecografias que trouxe para a aula com o intuito de os alunos verem a evolução real do feto.	- manual de estudo do meio; -ecografias	20'	- percebe o processo de fecundação
Jogos	Predispor o organismo para as atividades a desenvolver	**Atividade Física** **Aquecimento**: "O rabo da raposa" Cada aluno tem uma corda presa atrás nas calças que será o "seu rabo". Posteriormente, terá que proteger a sua corda, e ao mesmo tempo tentar roubar as cordas dos outros colegas. Cada vez que conseguir agarrar a corda de um colega deverá fugir com ela na mão. Ganha quem conseguir reunir o maior número de cordas. **Parte fundamental**: "Circuito" A estagiária começa por dividir a turma em 7 grupos de 3 elementos,	- 23 cordas	5' 35'	Rouba a corda dos seus colegas e protege a sua; (Ver anexo XIV)

(Ver anexo XIV)	(Ver anexo XIV)	distribuindo-os pelas diferentes estações. De seguida, enquanto explica que cada grupo deverá percorrer as 7 estações conforme a sua ordem, exemplifica o que deverão realizar em cada delas. Abaixo encontra-se uma representação do circuito em questão, bem como os exercícios a realizar em cada uma das estações.  **Estação A:** Trepar para cima da mesa para se sentar. **Estação B**: Saltar à corda, no lugar: ✓ Com os pés juntos; ✓ Com um pé só; ✓ Com pés alternado.	- 3 colchões; - 2 mesas; - fita cola branca; -espaldar - 6 cordas; - 1 banco sueco.		

		Estação C: Subir para um plinto ou para uma mesa, e saltar com os pés juntos para o colchão, realizando no ar uma figura à escolha. **Estação D**: Primeiramente subir e descer pela tração dos braços, um banco sueco inclinado, deitado em posição ventral. Posteriormente, efetuar o mesmo processo, mas desta vez, deitado em posição dorsal. **Estação E**: Sobre um colchão executar o rolamento à frente. **Estação F**: Saltar com pés juntos de uma linha marcada no chão (5x60cm), o mais longe possível. Medir a distância até ao calcanhar do pé mais próximo. **Estação G**: Saltar à corda, deslocando-se: ✓ Percurso em reta; ✓ Percurso com curvas.			
Almoço (12h – 13:30h)					
		Matemática Como já foi referido no dia anterior, as figuras construídas pelos alunos com o seu próprio *tangram* foram fotografadas com o intuito de voltarem a ser utilizadas. Assim, para a realização da tarefa que se segue a professora estagiária projeta, uma-a-uma, as fotografias numeradas das imagens construídas pelos alunos. Seguidamente refere que os alunos devem votar nas	**- projetor; - fotografias das figuras construídas pelos alunos com o *tangram*;**	15' 10'	

À descoberta dos outros e das instituições **Organiza-ção e Tratamen-to dos dados** **Leitura e Escrita**	(2.º ano) **2. A vida em sociedade** Conhecer e aplicar formas de harmonização de conflitos: votação. *3. Resolver problemas* Resolver problemas envolvendo a organização de dados por categorias/classes e a respetiva representação de uma forma adequada. *15. Redigir corretamente.* - Usar vocabulário adequado.	duas figuras que mais gostaram. Para isso, distribui a cada aluno uma tira de papel em branco, na qual devem escrever separadamente o número das figuras que mais gostaram. Alerta os alunos que a votação é secreta, e por essa razão não podem partilhar com ninguém a sua preferência. Quando terminarem o registo devem dobrar a tira de papel em 4, e colocar na uma de voto que costumamos utilizar para efetuar votações secretas. No momento seguinte solicita dois alunos para a tarefa que se segue – contagem e registo dos votos. Desta forma, um dos alunos é responsável por abrir a urna e retirar tira-a-tira, partilhando as votações com a turma; enquanto o outro procede ao registo dos mesmos no quadro. Quando terminarem, a professora estagiária propõe aos alunos que, com base no registo que efetuaram, construam individualmente uma tabela de frequência absoluta e o respetivo gráfico de barras. Quando terminarem a atividade anterior, devem realizar a tarefa que se segue – elaboração de um problema com base numa imagem. Para isso, enquanto os alunos realizavam a tarefa anterior, a professora foi colando nos seus cadernos uma tira de papel com o seguinte enunciado (anexo V): Observa as imagens. Escolhe uma delas e inventa um problema que esta te sugira. Troca com um colega, resolve-o e escreve um comentário relativo ao enunciado do problema que ele construiu.	- 21 tiras de papel; - uma de voto; - estojo; - quadro; - marcador; - 21 tiras de papel com o enunciado; - cola	10' 20' 25'	- efetua a votação, cumprindo as regras mencionadas pela estagiária. -constrói, de forma autónoma, a tabela de frequência absoluta e o respetivo gráfico de barras. - Usa vocabulário adequado; Explicita as ideias de forma

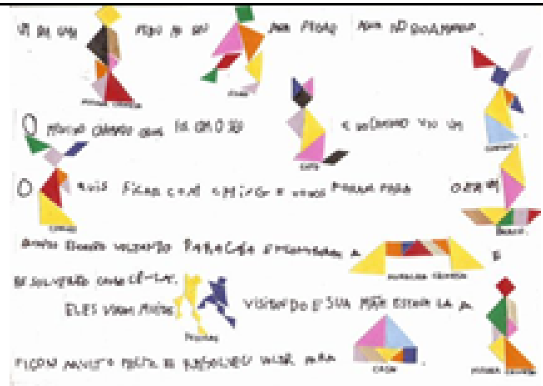
<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td> 


Português

Na área de matemática a turma efetuou votações para as figuras construídas com as peças do tangram, que mais gostaram. Deste modo, a professora estagiária solicita aos alunos que abram o caderno diário na página onde construíram o gráfico de barras. Remete a atenção da turma para as 6 figuras mais votadas, pedindo à turma que as indiquem.
No intervalo, a professora imprimiu as 6 imagens mais votadas para utilizar na tarefa seguinte. Desta forma explica:
"Hoje vou propor-vos uma tarefa diferente para a construção de texto – vamos</td>
<td>- gráfico de barra construído em matemática;
- 6 imagens mais votadas;
-quadro;
-marcadores;
- caderno diário</td>
<td>10'

10'</td>
<td>objetiva e coerente;</td>
</tr>
</table>

	14. *Planificar a escrita de textos* - Registar ideias relacionadas com o tema, organizando-as. 16. *Escrever textos narrativos* - Escrever pequenas narrativas, incluindo os seus	construir uma história com palavras e imagens! As imagens já estão selecionadas por vocês, serão as figuras que construíram com o *tangram*, por isso só nos falta construir um texto narrativo que integre as imagens que possuímos". Simultaneamente à explicação, a professora exibe as imagens que os alunos selecionaram, e afixa-as no cimo do quadro branco. Seguidamente procedem à planificação textual que já tem sido trabalhada ao longo destas semanas. A professora escreve no quadro os tópicos de planificação: • Introdução - Identificar as personagens; - Localizar no espaço e no tempo; • Desenvolvimento - Apresentar problemas/conflitos; - Resolver problemas/conflitos; • Conclusão - Atribuir um final. Assim que concluída a planificação textual, procedem à elaboração conjunta do texto narrativo com base na mesma. Este será escrito no quadro por um aluno selecionado pela professora, ao mesmo tempo que esta medeia as sugestões dos alunos. As imagens serão integradas no texto segundo o exemplo seguinte:		20' 20'	Organiza as suas ideias, respondendo aos tópicos apresentados. - Constrói um texto coerente e com uma sequência lógica, que respeita as regras do texto narrativo e que se adequa ao tema em

Exploração de técnicas diversas de expressão	**Recorte, colagem, dobragem** - Fazer composições colando materiais recortados	 Quando terminarem de construir a história, os alunos devem transcrever a mesma para o caderno diário, substituindo as imagens pelos respetivos nomes. Na semana seguinte, a atividade será retomada com o intuito de proceder a um registo para a comunidade escolar. Assim, a professora disponibilizará uma tira de papel XXXX, na qual os alunos irão escrever a história criada, e colar as figuras selecionadas. Finalmente o cartaz será afixado no átrio da escola. No final das aulas, a professora estagiária orienta uma reflexão com turma sobre o cumprimento do plano do dia (sumário), e atribuiu os pontos conforme acordado: 3 para o cumprimento pleno; 2 quando poucas tarefas ficaram por cumprir e 1 quando a aula não decorreu da melhor forma (neste caso quando a turma não colaborou).			questão; - escreve a história e cola as figuras selecionadas. - Reflete sobre o cumprimento do plano

Anexo 2- Pedido de autorização aos encarregados de educação.

Estimado(a) Encarregado(a) de Educação,

No âmbito do curso de Mestrado em Educação Pré-Escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico, da Escola Superior de Educação do Instituo Politécnico de Viana do Castelo e da minha integração no estágio que realizo com o grupo de alunos em que o seu educando se encontra, pretendo realizar uma investigação centrada na área curricular de Matemática.

Para a concretização da investigação será necessário proceder à recolha de dados através de diferentes meios, entre eles os registos fotográficos, áudio e vídeo das atividades referentes ao estudo. Estes registos serão confidenciais e utilizados exclusivamente na realização desta investigação. Todos os dados serão devidamente codificados garantindo, assim, o anonimato das fontes quando publicado.

Venho por este meio solicitar a sua autorização para que o seu educando participe neste estudo, permitindo a recolha dos dados acima mencionados. Caso seja necessário algum esclarecimento adicional estarei disponível para esse fim.

Agradeço desde já a sua disponibilidade.

Viana do Castelo, 4 de Novembro 2013

A mestranda

____

(Ana Isabel da Silva Moura)

Eu,____ Encarregado(a) de Educação do(a) ____, declaro que autorizo a participação do meu educando no estudo acima referido e a recolha de dados necessária.

Assinatura____

Data____

Obs.:
____
____

Anexo 3 – Tarefa nº1, “As pontas das estrelas”.

Desafio Semanal - “As pontas das estrelas”

1.Observa a sequência de estrelas.


Fig.1


Fig. 2


Fig.3

1.1 Desenha a quarta figura da sequência.

1.2 Completa a tabela seguinte.

Número da figura	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Número de pontas das estrelas	5	10						

1.3 Quantas estrelas tem a figura 100? Explica como podes saber o número total de pontas das estrelas da figura 100.

Anexo 4 – Tarefa nº2, "Ana".

Desafio Semanal - "Ana"

Na nossa turma há uma aluna que se chama Ana. Se o nome Ana for escrito repetidamente, assim:

AnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAnaAna

1. Qual é a 12ª letra?

2. Qual é a 18ª letra?

3. Qual é a 28ª letra?

4. Quantas vezes aparece o nome "Ana" completo se utilizarmos 34 letras?

5. Observa e completa a tabela.

Nome "Ana" completo	1	2	3	4	5	…	10	…	15
Número de letras	3	6	9			…		…	

5.1 Observa os valores da tabela. Explica como podes saber quantas letras são necessárias para que o nome "Ana" apareça sempre completo.

6. Se tivermos 16 letras "A ou a", quantas vezes se encontra repetido o nome "Ana"?

7. Diz como podes determinar a posição de qualquer letra "a"?

Anexo 5 – Tarefa nº3, “Berlindes”.

Desafio Semanal - “Berlindes”

Um saco de berlindes contém berlindes azuis, vermelhos e amarelos. O número de berlindes amarelos é o dobro do número de azuis. O número de azuis é o triplo do número de vermelhos. Cria 4 sacos de berlindes diferentes que estejam de acordo com estas informações. Observa o exemplo da figura 1:

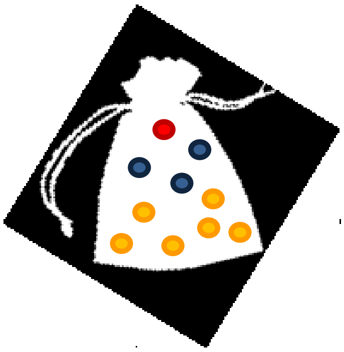


Fig.1

1. Observa os teus sacos de berlindes, e completa a seguinte tabela.

Cor dos berlindes	**Amarelo**	**Azul**	**Vermelho**	**Total de berlindes**
Número de berlindes	6	3	1	10

2. Encontras alguma relação entre os totais de berlindes dos quatro sacos? Qual?

3. E entre o número de berlindes amarelos e o número de berlindes vermelhos, encontras alguma relação?

4. Será que um saco destes poderia ter um total de 100 berlindes? Justifica as tuas respostas.

5. E de 150 berlindes? Justifica as tuas respostas.

6. E de 13? E de 55? Justifica as tuas respostas.

Anexo 6 – Tarefa nº4, “Clipes”.

Desafio Semanal - “Clipes”

Observa a seguinte sequência de figuras:

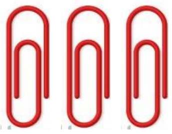


Fig. 1

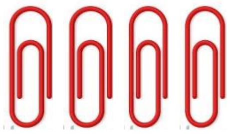


Fig. 2

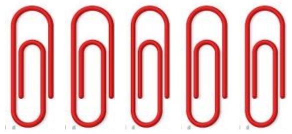


Fig. 3

1. Constrói as duas figuras seguintes da sequência.

2. Quantos clipes tem a décima figura?

3. E a décima quinta?

4. Explica, por palavras tuas, qual o número de clipes de que precisas para desenhar a 50ª figura da sequência.

Anexo 7 – Tarefa nº5, “Circunferências”.

Desafio Semanal - “Circunferências”

Considera as três primeiras figuras de uma sequência com circunferências.

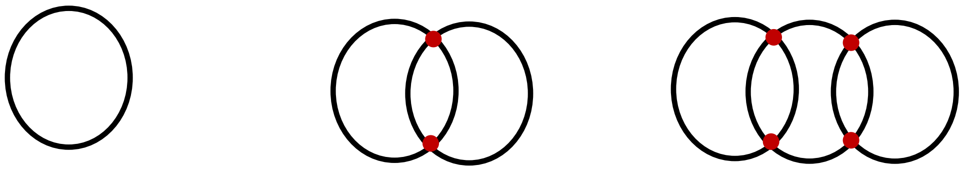


Fig. 1 Fig. 2 Fig. 3

1. Desenha a figura seguinte da sequência.
2. Qual é o número de pontos de interseção das circunferências da quarta figura?
3. Completa a tabela seguinte.

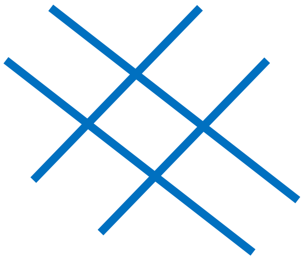
Número de circunferências	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**…**	**10**
Pontos de interseção	0	2	4			…	

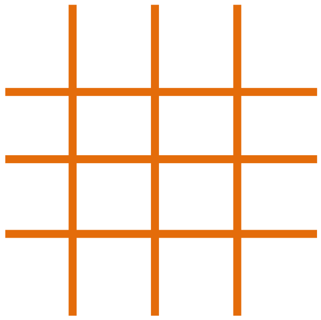
4. Explica como podes saber o número de pontos de interseção da vigésima terceira figura.

Anexo 8 – Tarefa nº6, "Cruzamentos".

Desafio Semanal - "Cruzamentos"

Vamos investigar o número de cruzamentos obtidos quando um grupo de palhinhas paralelas se cruza com outro grupo de palhinhas também paralelas entre si, como mostra a figura.





Na primeira figura, temos quatro palhinhas que formam quatro cruzamentos e, na segunda, temos seis palhinhas que formam nove cruzamentos.

1. Experimenta agora com oito palhinhas. Quantos cruzamentos obténs?

2. Compara com os cruzamentos que os teus colegas obtiveram.

3. Consegues um maior número de cruzamentos? Experimenta.

4. Qual o número máximo de cruzamentos que conseguiste? E o mínimo?

5. Consegues encontrar todas as possibilidades de cruzar oito palhinhas?

6. Investiga o menor e o maior número de cruzamentos para 10, 12 e 14 palhinhas.

7. Explica qual o menor e o maior número de cruzamentos para 50 palhinhas.