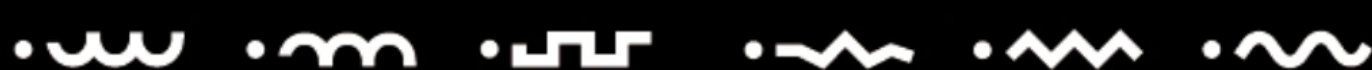


03

JÁ SEI MOVIMENTOS



o teu • de partida



Com. **Sygo⁺**
ipvc





FICHA TÉCNICA:

Título do ebook: **Já Sei Movimentos.**

Autores: Paulo Caldas, Gonçalo Vaz

Editores ebook: Isabel Araújo (coordenadora), Elisabete Cunha

Edição ebook: Unidade de Ensino Digital e a Distância do Instituto Politécnico de Viana do Castelo (UE2D-IPVC)

Capa: Tânia Araújo (UE2D-IPVC)

Paginação: Tânia Araújo (UE2D-IPVC)

Edição ebook: 2024

ISBN e-book: 978-989-9141-24-7

DOI: 10.57910/ipvc-ese-yrbd-3h32



PREFÁCIO

No âmbito da promoção do sucesso académico e combate ao abandono escolar, surge o projeto Com.Sigo, com o objetivo estimular o desenvolvimento de mecanismos de apoio à integração académica dos novos estudantes e à promoção do seu sucesso. Foram identificadas diversas debilidades que podem ser colmatadas através do projeto Com.Sigo. Neste contexto, foi desenvolvida uma coletânea de e-books, designado “Com.Sigo Já sei ...”, nos quais podes aceder a alguma informação através de vídeos da Khan Academy.

Diversos temas básicos de Física são indispensáveis para a obtenção de sucesso nas unidades curriculares desta área no ensino superior. Tendo em consideração todos aqueles que, por qualquer motivo, não tenham presente alguns desses temas, desenvolveram-se vários e-books, relativos a diferentes temáticas. Assim, este e-book visa nivelar os conhecimentos básicos, que constituem pré-requisitos das unidades curriculares de Física ministradas no ensino superior.

Com.Sigo **Já sei Movimentos** destina-se a todos aqueles que pretendem recordar ou mesmo estudar alguns conceitos de Física.

Será, certamente, um bom auxiliar de estudo!

Quem o utilizar, vai rever muito do que é essencial da temática dos **Movimentos** e será uma oportunidade para melhor assimilar esta temática.

Ao longo do livro existem alguns vídeos para uma melhor compreensão dos conteúdos.

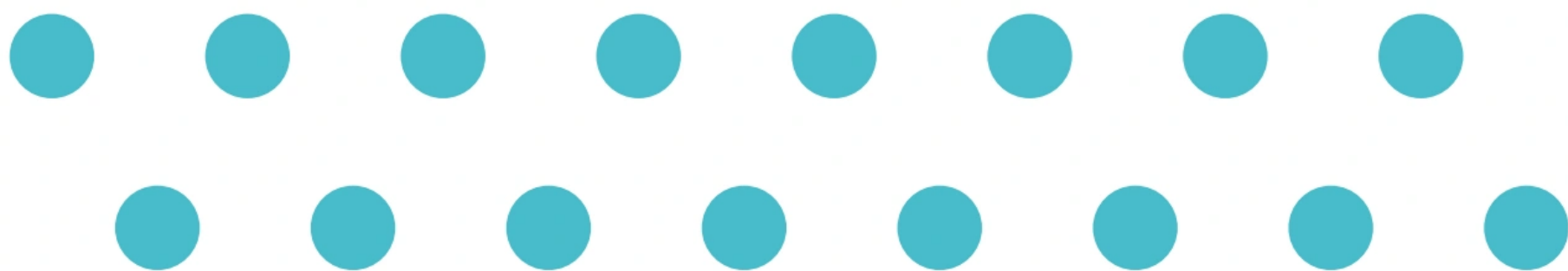
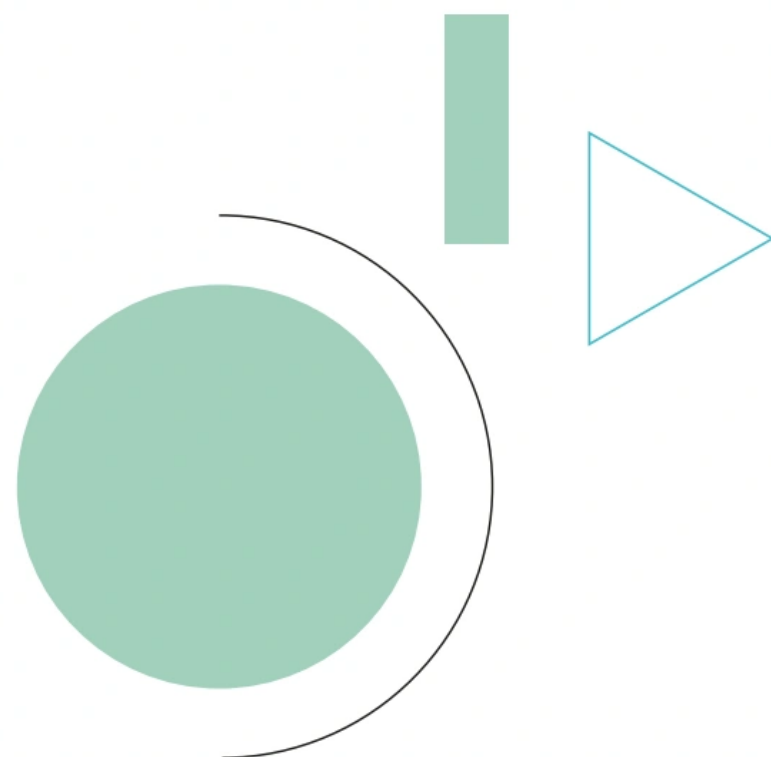
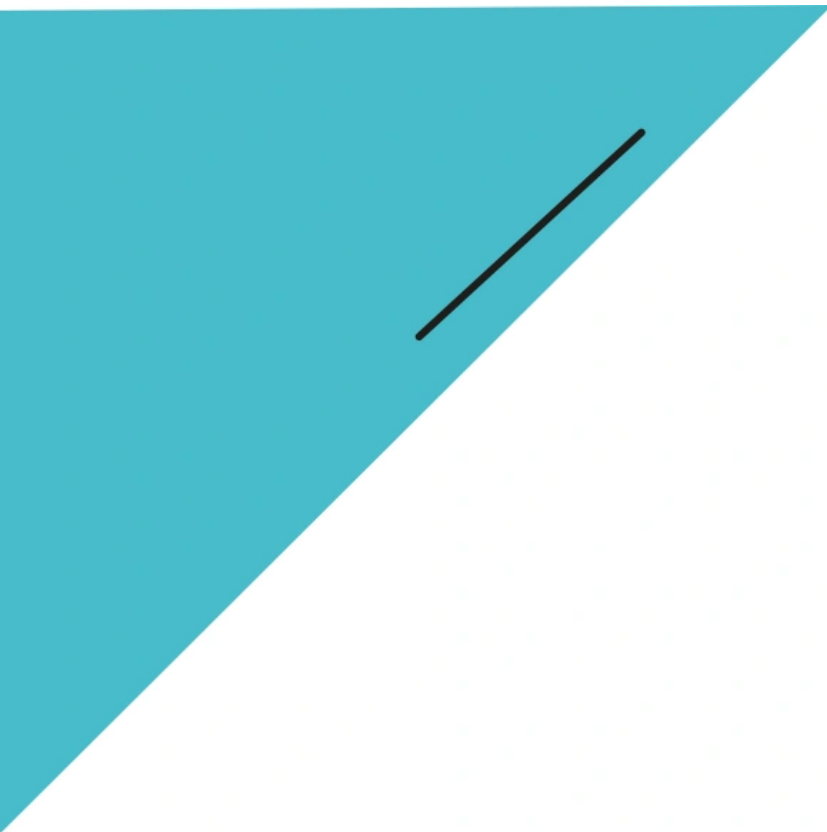
Aproveita!

Não avances se não perceberes.

Não te esqueças que é indispensável exercitar.

Segue rumo ao sucesso!

Isabel Araújo



MOVIMENTOS

• Introdução	6
• Movimento Retilíneo Uniforme	7
• Movimento Retilíneo Uniformemente Variado	8
• Queda Livre	10
• Lançamento de Projétil	12
• Movimento Circular	16
• Exercícios	20

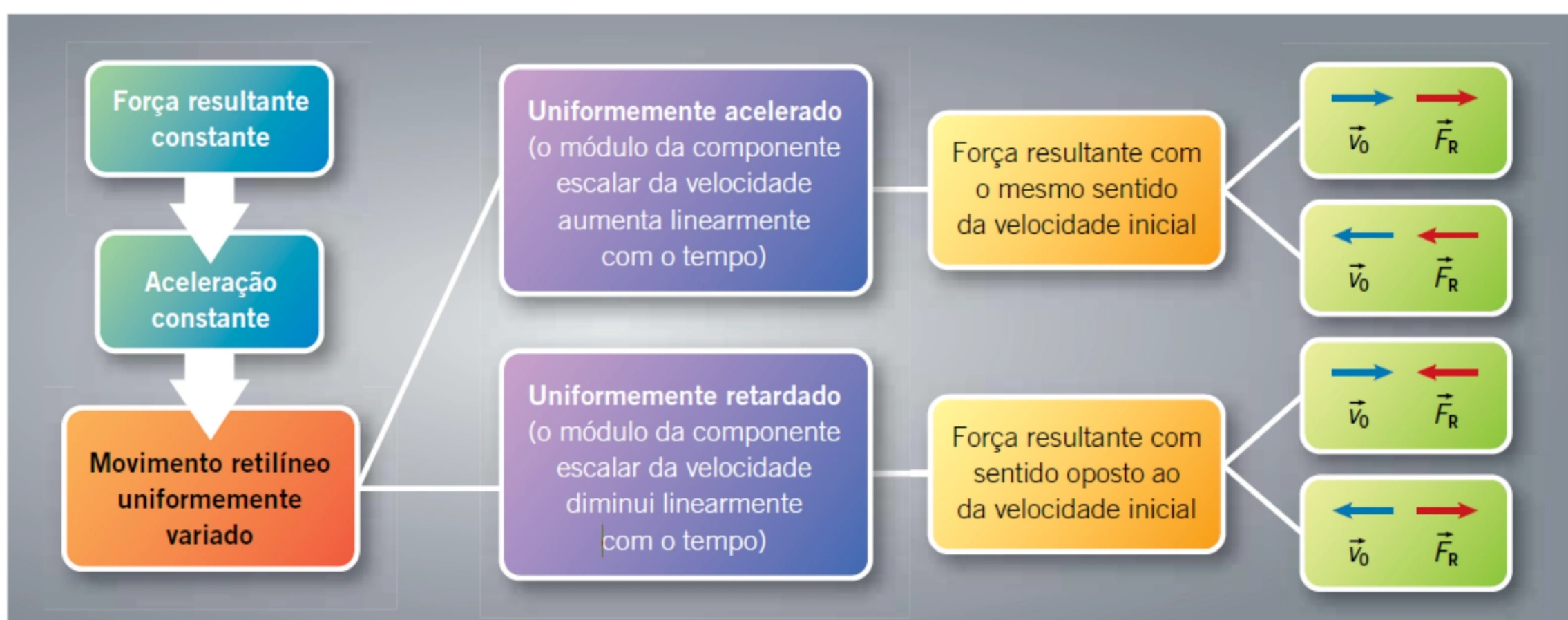


Introdução

A Primeira Lei de Newton torna claro que o conhecimento da resultante das forças aplicadas a um corpo não é suficiente para determinar o seu estado de movimento. É também essencial conhecer as condições iniciais do movimento, isto é, a velocidade no instante em que a ação da resultante das forças começa a atuar. O tipo de movimento de um corpo é determinado, simultaneamente, pela ação da força resultante e pela velocidade inicial.

Existem muitas situações no quotidiano em que a intensidade da resultante das forças é constante ao longo do tempo. Então, de acordo com a Segunda Lei de Newton, a intensidade da aceleração também será constante, ou seja, o módulo das variações na intensidade da velocidade é igual para intervalos de tempo iguais. O movimento classifica-se como uniformemente variado.

Quando a direção do vetor velocidade e da força resultante é a mesma a trajetória é retilínea e é possível caracterizar o movimento, comparando os sentidos dos vetores velocidade inicial e resultante das forças, conforme se sistematiza no diagrama seguinte:



Existe ainda o caso em que a velocidade é constante, ou seja, a aceleração é nula. Neste caso estamos a ter movimento retilíneo uniforme.

Movimento Retilíneo Uniforme

Num movimento retilíneo uniforme (M.R.U.), os corpos em movimento mantêm uma velocidade constante ao longo do tempo (não varia em módulo, sentido ou direção). Isso significa que não existe aceleração presente durante o movimento, o que implica que a força resultante que atua sobre o corpo é nula.

Neste caso, um corpo ou ponto material desloca-se distâncias iguais em intervalos de tempo iguais. Uma das características do corpo é que sua velocidade em qualquer instante é igual à velocidade média.

Para este tipo de movimento, temos que as equações que caracterizam a posição e a velocidade ao longo do tempo são, respectivamente:

$$x(t) = x_0 + v_0 t \quad (1)$$

$$v(t) = v_0 \quad (2)$$

O gráfico da posição-tempo, $x = f(t)$, será uma reta, o declive desta igual ao valor da intensidade da velocidade. A velocidade instantânea é igual em todos os pontos, e igual ao valor da intensidade da velocidade.

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

Um corpo ou ponto material que sofra uma variação de velocidade durante o seu trajeto com uma aceleração constante é designado por movimento uniformemente variado (MUV). No caso da aceleração e da força terem a mesma direção da velocidade o movimento é designado por movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). Caso a aceleração tenha o mesmo sentido da velocidade, o movimento pode ser chamado de Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado. Caso a aceleração tenha sentido contrário da velocidade, o movimento pode ser chamado de Movimento Retilíneo Uniformemente Retardado, o quadro da figura 1 resume o movimento uniformemente variado.

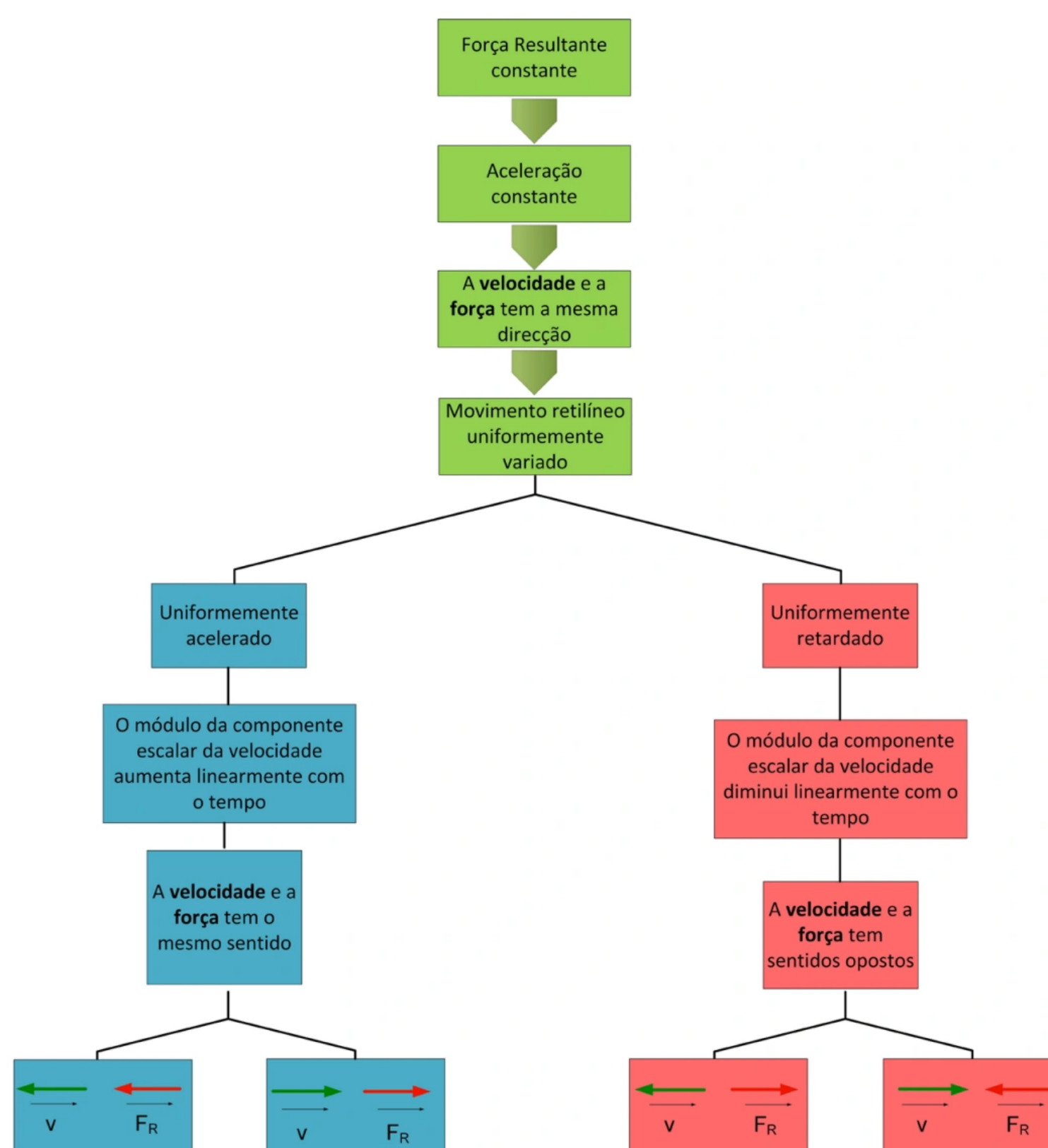


Figura 1 – Resumo do movimento uniformemente variado



A análise e expressões do MUV são obtidas para o caso em que a aceleração é constante, ou seja, $\vec{a} = \vec{a}$. Neste caso a velocidade terá mesma variação temporal durante todo movimento. É esta análise que iremos fazer e que permite descrever o MUV. O caso em que a aceleração varia com o tempo tem uma análise mais complexa e não será tratada.

As próximas equações irão descrever a posição e a velocidade em função do tempo, quando um corpo tem MUV.

$$v_f(t) = v_i + at \quad (3)$$

A equação (3) permite prever a velocidade em qualquer instante t . A velocidade no MUV varia linearmente, então velocidade média sobre qualquer intervalo de tempo pode ser expressa por:

$$x_f(t) = x_i + v_i t + \frac{1}{2} at^2 \quad (4)$$

As equações anteriores eram todas dependentes do tempo. O entanto é possível obter uma equação que relacione a posição, velocidade e aceleração sem o uso explícito do tempo, dada pela expressão:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x \quad (5)$$

No MUV podemos perceber três funções distintas e representá-lo graficamente:

- Aceleração em função do tempo – Como a aceleração nesse movimento é constante e diferente de zero, então apresenta-se uma função constante. Logo o gráfico apresenta-se como uma linha reta paralela ao eixo das abcissas.

- Velocidade em função do tempo – A função da velocidade em função do tempo é uma função de primeiro grau. Logo apresenta-se como uma linha reta que concorre com o eixo das abcissas.

- Deslocamento em função do tempo – O deslocamento em função do tempo é uma função de segundo grau (uma parábola).



Queda Livre

Os movimentos anteriores foram descritos segundo a horizontal. Contudo o movimento pode ser igualmente segundo a vertical. Dentro do movimento vertical temos o caso ideal, a Queda Livre.

O primeiro a estudar o movimento vertical foi Galileu. Este deixou cair no mesmo instante, do cimo da torre de Pisa, balas de canhão e de espingarda, demonstrando que ambos os objetos atingiam o solo ao mesmo tempo, desafiando o conhecimento de Aristóteles que dizia que os corpos mais pesados caíam, mas rápido.

Na queda livre, o objeto tem a atuar sobre ele apenas a força gravítica, que faz com que a força resultante seja igual á força gravítica. Isto resulta em algumas características distintas deste tipo de movimento. Em primeiro lugar, a aceleração que este corpo irá sofrer será sempre constante e igual á aceleração gravítica, aproximadamente 9.8 m/s^2 , que tem direção vertical e sentido de cima para baixo.

As equações que descrevem o movimento vertical são similares ás do movimento horizontal, fazendo unicamente as seguintes alterações:

$$\begin{aligned}x &\rightarrow y \\ a &\rightarrow g\end{aligned}\tag{6}$$

As equações do movimento horizontal foram escritas tendo a aceleração o sentido do eixo positivo dos xx , no caso do movimento vertical a aceleração da gravidade vai ter o sentido negativo do eixo dos yy , ficando então as equações da seguinte forma:



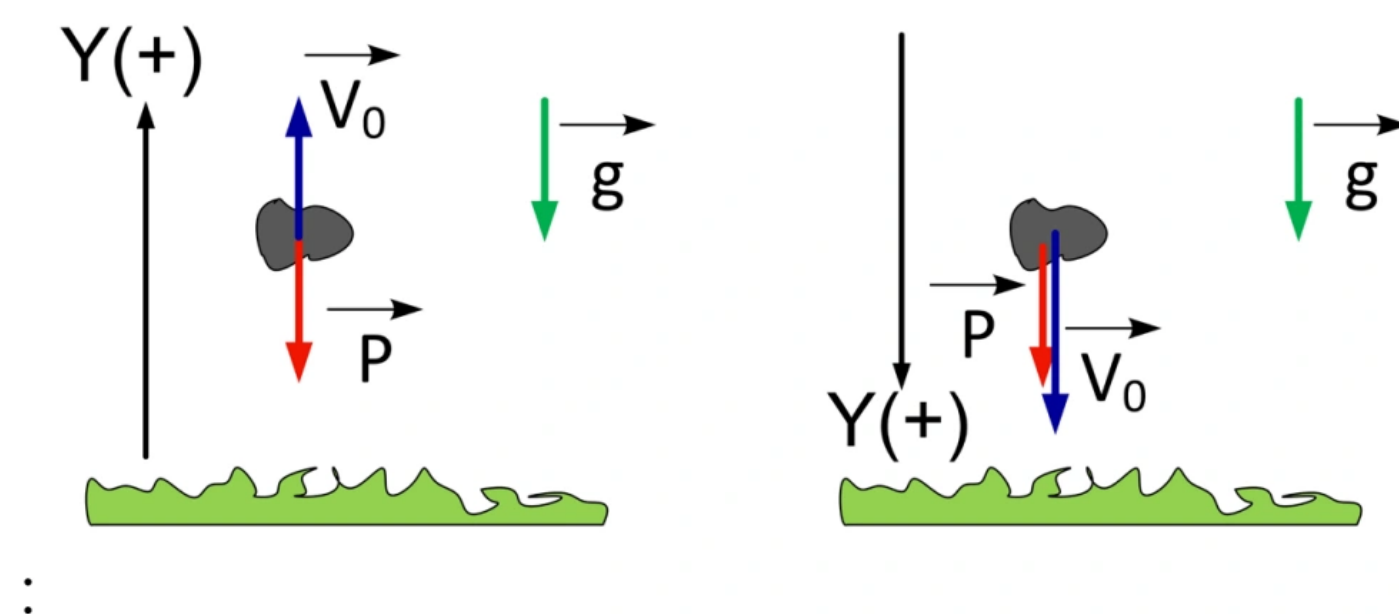


Figura 2 – Referencial para movimento queda livre.

$$y = y_i + v_i t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v = v_i - g t$$

$$v_f^2 = v_i^2 - 2 g \Delta y$$

(7)

Khan Academy – Projétil lançado horizontalmente
(movimento semelhante à queda livre)



Lançamento de Projétil

Para este movimento, deixamos de trabalhar apenas com uma dimensão, passando agora a trabalhar com duas dimensões, horizontal e vertical, a que normalmente associamos com os eixos OX e OY, respectivamente. Um exemplo do movimento a duas dimensões é o chamado movimento do projétil. O termo projétil é aplicado a uma bola de golfe, a uma bomba lançada por um avião ou uma bala disparada por uma pistola.

A trajetória dos projéteis (uma parábola) é afetada pela resistência do ar, o que torna a sua análise exata do problema mais complexa. Contudo, uma boa descrição deste movimento pode ser obtida desprezando a resistência do ar.

Na ausência de resistência do ar podemos fazer duas aproximações válidas:

- Não existe aceleração na direção horizontal $a_x = 0$;
- A componente vertical da aceleração é a aceleração da gravidade $a_y = -g$

Então o movimento do projétil é o resultado da sobreposição de um movimento horizontal com velocidade constante e de um movimento vertical com aceleração constante. Suponha-se que um objeto é lançado da origem do referencial com velocidade inicial v_i e fazendo um ângulo θ com a horizontal como mostra a figura seguinte.



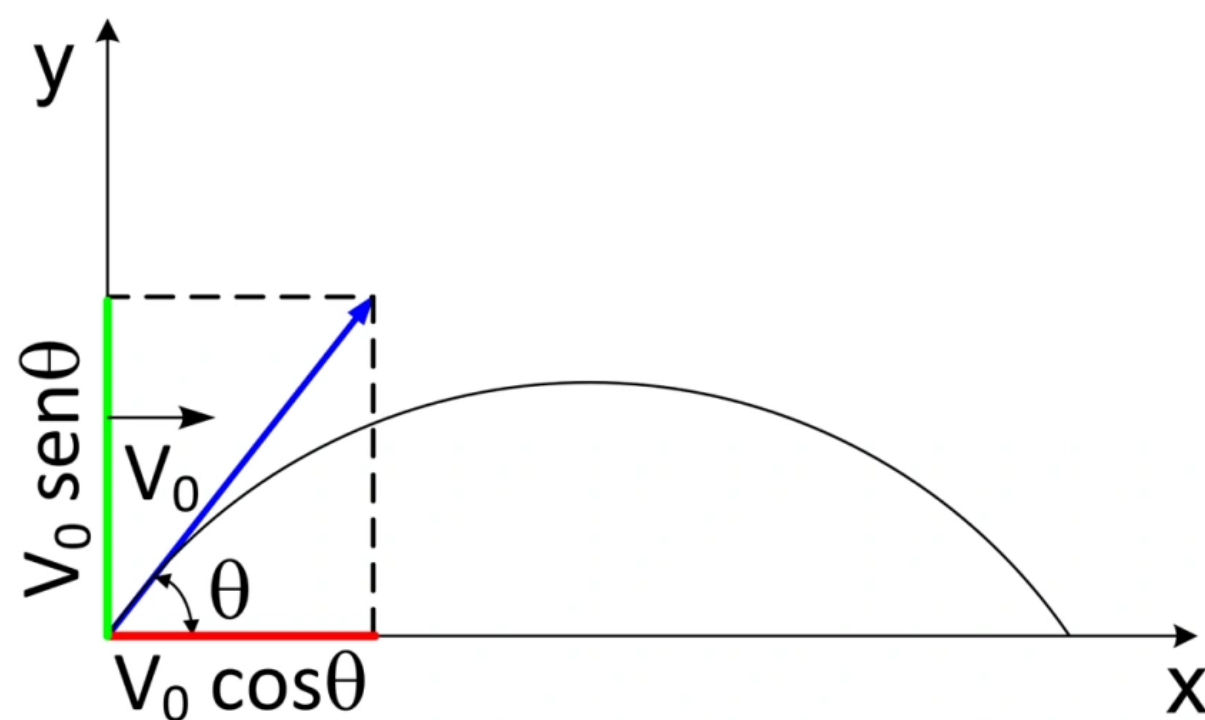


Figura 3 – Lançamento de projéteis.

A velocidade inicial terá as seguintes componentes:

$$\begin{cases} v_{ix} = v_i \cos \theta \\ v_{iy} = v_i \sin \theta \end{cases} \quad (8)$$

Uma vez que $a_x=0$ o movimento segundo a direção horizontal é um movimento uniforme e segundo a componente vertical é o movimento uniformemente variado, neste caso movimento queda livre. As equações do lançamento de projéteis para a posição são as seguintes:

$$\begin{cases} x = x_i + v_{ix} t \\ y = y_i + v_{iy} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{cases} \quad (9)$$

As equações para a velocidade são:

$$\begin{cases} v_x = v_{ix} = v_i \cos \theta \\ v_y = v_{iy} - g t = v_i \sin \theta - g t \end{cases} \quad (10)$$

Neste movimento existem dois pontos interessantes: A altura máxima (H) que ocorre quando a componente y se anula e o alcance (R) que corresponde à distância horizontal coberta pelo movimento.

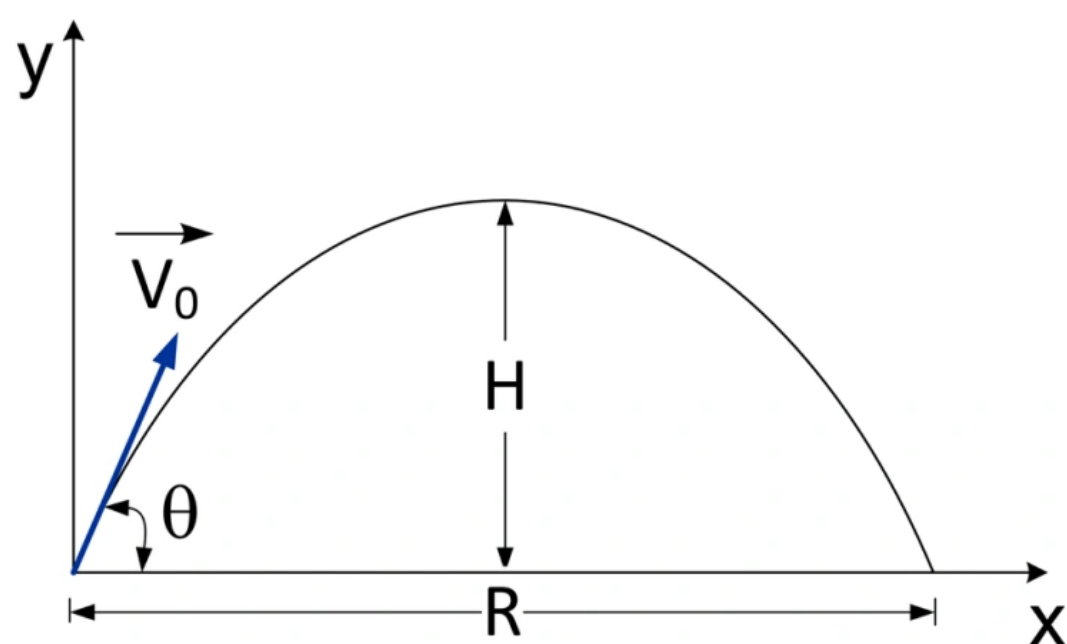


Figura 4 – Altura e alcance máximo.

A expressão que dá a altura máxima é:

$$H = \frac{v_i^2 \sen^2 \theta}{2g} \quad (11)$$

Enquanto a expressão para o alcance máximo é dada por:

$$R = \frac{v_i^2 \sen(2\theta)}{g} \quad (12)$$

Ter em atenção que a expressão (35) só é válida para o caso e que o movimento é simétrico (como o caso das figuras anteriores).



Khan Academy – Ângulo de um Projétil:

The image shows a video player interface with a black background. In the center is a large blue play button. To the left of the play button, there are two diagrams. The top diagram shows a projectile launched at an angle of 30° with an initial speed of 10 m/s . The horizontal component of velocity is labeled v_x and the vertical component is labeled v_y . Below this diagram, the text "distância percorrida" is written. The bottom diagram shows the same projectile at a later time, with the horizontal distance traveled labeled "distância percorrida". To the right of the play button, there are handwritten calculations. The first line is "sen 30° = $\frac{\|\vec{v}_y\|}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$ ". The second line is " $10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 30^\circ = \|\vec{v}_y\|$ ". The third line is " $\|\vec{v}_y\| = 5 \text{ m/s}$ ". Above the calculations, the text "sen 30°" is written. To the right of the calculations, there is a small icon of a document and the text "Copiar link".

Vertical:
 $v_i = 5 \text{ m/s}$ $v_f =$

sen 30° = $\frac{\|\vec{v}_y\|}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$
 $10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \sin 30^\circ = \|\vec{v}_y\|$
 $\|\vec{v}_y\| = 5 \text{ m/s}$

Copiar link

Movimento Circular

Um caso especial do movimento curvilíneo é o movimento cuja trajetória é uma circunferência. Este é o movimento circular.

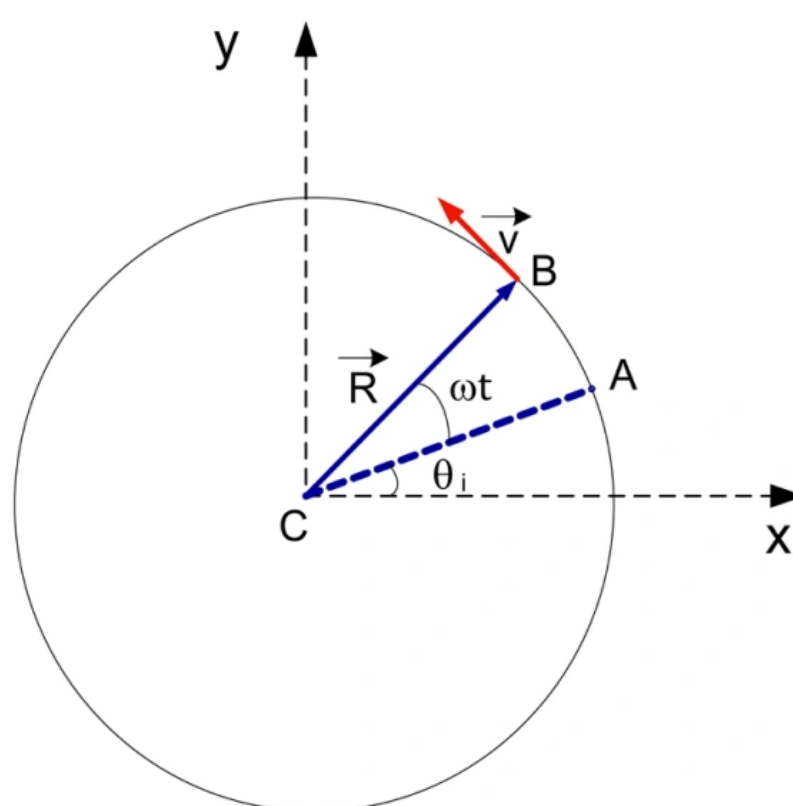


Figura 5 – Movimento circular.

O movimento circular é descrito por:

- Deslocamento angular: $\Delta\theta = \theta_f - \theta_i$ (rad)
- Velocidade angular: $\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}$ (rad/s)
- Aceleração angular: $\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ (rad/s²)

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME

Um movimento circular uniforme (M.C.U.) dá-se quando um corpo descreve uma circunferência ou arco de circunferência com velocidade de módulo constante.

Neste tipo de movimentos:

1. A velocidade tem direção tangente à trajetória em cada ponto e tem sentido do movimento. O seu valor em módulo é constante, mas a sua direção varia ao longo do movimento.

2. A força resultante e a aceleração têm intensidade constante, direção radial (perpendicular à direção da velocidade em cada ponto) e sentido centrípeto, isto é, dirigido para o centro da trajetória

Neste tipo de movimentos, existem muitas características que são diferentes dos movimentos retilíneos. Um movimento circular uniforme é um movimento periódico, uma vez que a posição, a velocidade e a aceleração se repetem em intervalos de tempos iguais.

O período (T) é o intervalo de tempo correspondente a uma volta (rotação) completa. A frequência (f) é o número de voltas completas por unidade de tempo. Quanto maior for o período menor a frequência, e vice-versa:

$$f = \frac{1}{T} \quad (13)$$

Em que a unidade de frequência é o Hz. Se a velocidade angular for constante, e seguindo o mesmo raciocínio do movimento retilíneo, partindo da expressão $\vec{\omega} = \frac{d\theta}{dt}$ obtém-se a expressão para o movimento circular uniforme:

$$\theta = \theta_i + \omega t \quad (14)$$

Para uma revolução completa obtemos que e a relação entre velocidade angular e linear é dada pela expressão:

$$\omega = \frac{v}{r} \quad (15)$$



Apesar do módulo da velocidade tangencial ser constante, existe uma aceleração porque a direção da velocidade varia continuamente. A aceleração resultante aponta no sentido do centro da circunferência, por isso é chamada de aceleração centrípeta definida por:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad (16)$$

MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO

Tal como no caso do movimento unidimensional e retilíneo no movimento circular também existe movimento uniformemente variado. Neste caso a velocidade linear deixa de ser constante e varia com o tempo. O movimento passa a ter uma aceleração angular α que é constante. As equações deste movimento são:

$$\theta = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad (17)$$

$$\omega = \omega_i + \alpha t \quad (18)$$

$$\omega^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta \quad (19)$$

Para o caso do movimento circular obtemos para o módulo da aceleração angular a expressão:

$$a_t = \frac{dv}{dt} = R\alpha \quad (20)$$



E para aceleração normal (ou centrípeta)

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \quad (20)$$

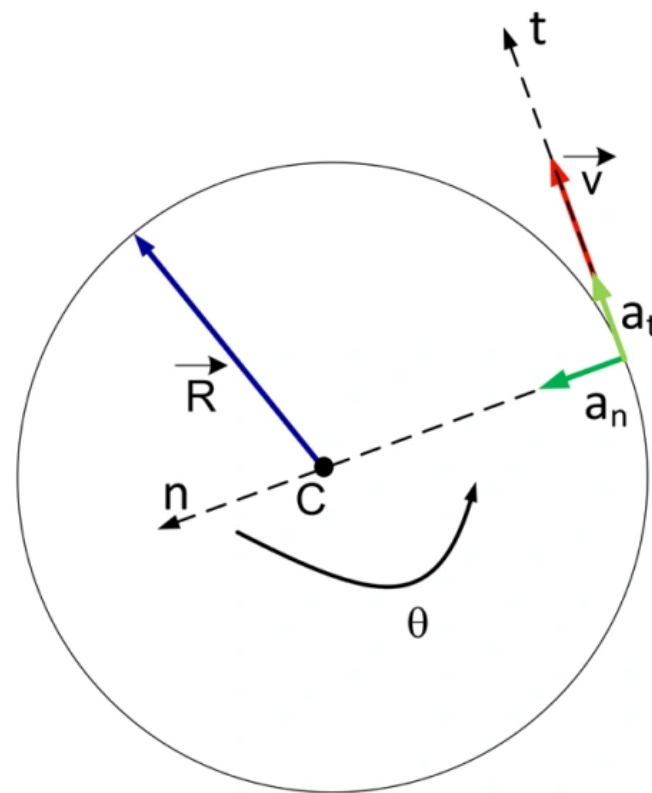


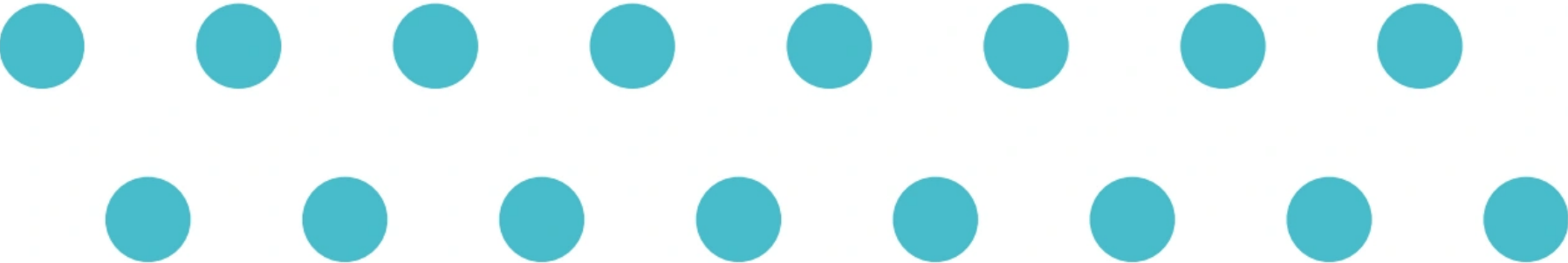
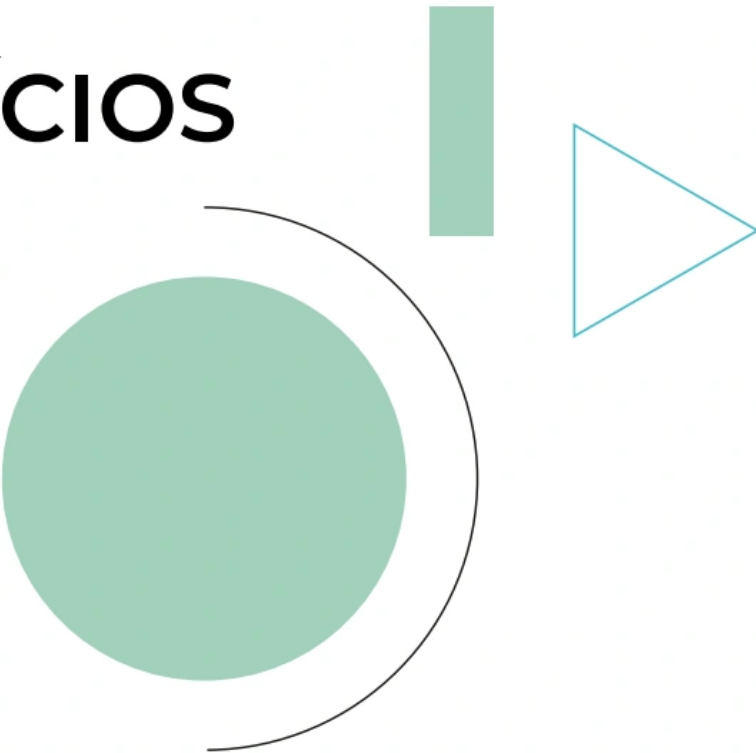
Figura 6 - Aceleração normal e tangencial.

Por análise do movimento curvilíneo e usando os conceitos de aceleração tangencial e normal podemos chegar a dois tipos de movimentos:

- Movimento retilíneo quando $a_t \neq 0$ e $a_n = 0$,
- Movimento circular uniforme quando $a_n \neq 0$ e $a_t = 0$,



EXERCÍCIOS



1. A equação das posições de uma partícula material é: $x = 3 - 2,5t$ (SI).
Indique:

1.1 A sua posição inicial. L
SEP

1.2 A sua posição no instante $t = 3$ s. L
SEP

1.3 O instante em que a partícula passa pela origem das coordenadas.

1.4 O instante em que a partícula ocupa a posição $x = -30$ m.

2. A equação das posições de uma partícula material é $x = 1,0 - 3,0t + t^2$ (SI).

2.1 Qual o movimento de que está animada a partícula?

2.2 Escreva a equação das velocidades para este movimento.

2.3 Qual a posição da partícula para $t = 2$ s.

2.4 Calcule o valor do deslocamento da partícula no intervalo de tempo $[0;2]$ s.

2.5 Calcule o espaço percorrido nos dois primeiros segundos de movimento

2.6 Determine o valor da velocidade da partícula no instante $t = 2$ s.

3. A lei do movimento de uma partícula é: $x = 10,0 + 5,0t + 2,0t^2$ (SI).

3.1. Identifique: L
SEP

3.1.1. a posição inicial;

3.1.2. o valor da velocidade inicial;

3.1.3. o valor da aceleração.

3.2. Escreva a lei horária da velocidade.

3.3. Determine a posição da partícula no instante 2,0s e o espaço percorrido nos dois primeiros segundos de movimento.

4. Uma bola cai, verticalmente, do terraço de um prédio com uma altura de 20 metros sem velocidade inicial. Admita que não há resistência do ar e o sentido positivo do movimento de baixo para cima.
Determine ao fim de 1 segundo de queda: L
SEP





4.1 a posição da bola. ^[L]_[SEP]

4.2 o valor algébrico da velocidade adquirida pela bola.

5. Um corpo é deixado cair, em queda livre, do cimo de um prédio e atinge o solo ao fim de 15 s. Determine:

5.1 o valor escalar da velocidade com que o corpo atinge o solo.

5.2 a altura do prédio.

5.3 a posição e a velocidade do corpo 7 s após o início da queda.

6. O António deixou cair uma borracha, da varanda de casa, que se encontra a 20,0 m de altura. No mesmo instante, o Miguel larga um berlinde, da janela do seu quarto, que permanece no ar o dobro do tempo da borracha do António. Calcule:

6.1 a altura a que se encontra a janela do quarto do Miguel.

6.2. o valor da velocidade com que o berlinde passa pela varanda do António.

7. Um atleta dá um salto em distância, fazendo um ângulo inicial de 20° com o solo com uma velocidade de 11 m/s.

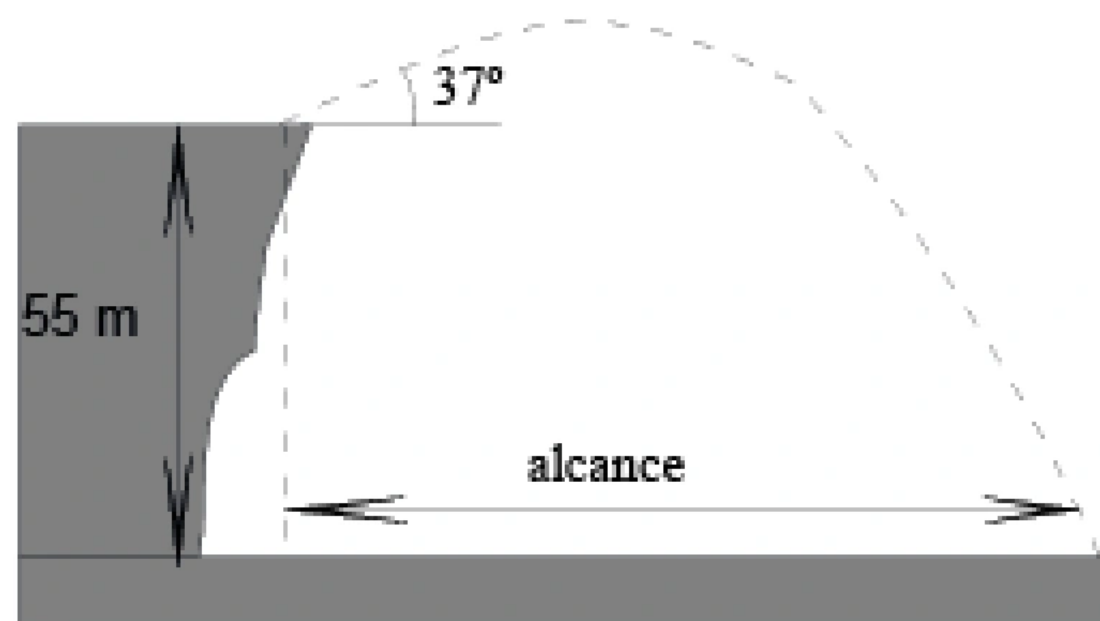
a) Qual o alcance do salto?

b) Qual a altura máxima atingida?

8. Uma bola é lançada no ar, com velocidade inicial de 50 m/s, fazendo um ângulo de 37° com a horizontal. Achar o tempo total de permanência da bola no ar e a distância horizontal total que ela percorre.

9. Uma bola é lançada no ar, com velocidade inicial de 50 m/s, fazendo um ângulo de 37° com a horizontal da borda de um penhasco, 55m acima do solo horizontal (figura). Onde a bola atinge o solo?





10. O rotor do alternador de uma central hidráulica faz 150 rotações por minuto.

10.1 Considere um ponto situado a 1,5 m do eixo de rotação.

10.1.1 Determine o período.

10.1.2 Calcule a frequência do movimento.

10.1.3 Calcule a velocidade angular.

10.1.4 Determine o valor da velocidade linear.

10.2 Para um ponto situado a 0,5 m do eixo de rotação, calcule o período, a frequência, a velocidade angular e a velocidade linear.

11. Uma partícula de massa 2,0 kg, com trajetória circular de raio 20 cm, tem uma velocidade angular constante de $\pi/9$ rad/s.

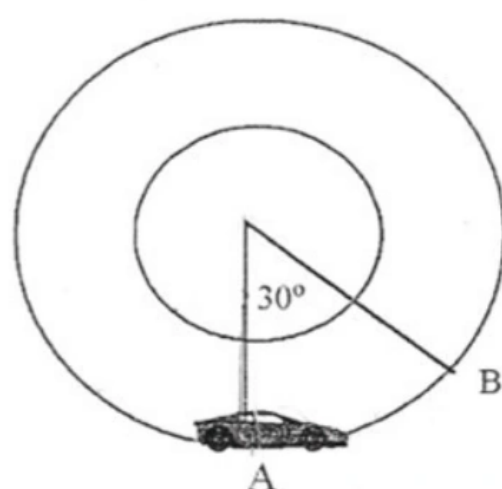
11.1 Qual o comprimento do arco descrito pela partícula em 4,0 s.

11.2 Calcule em graus a amplitude do ângulo correspondente ao arco descrito em 4,0 s.

11.3 Determine o valor da aceleração centrípeta da partícula.

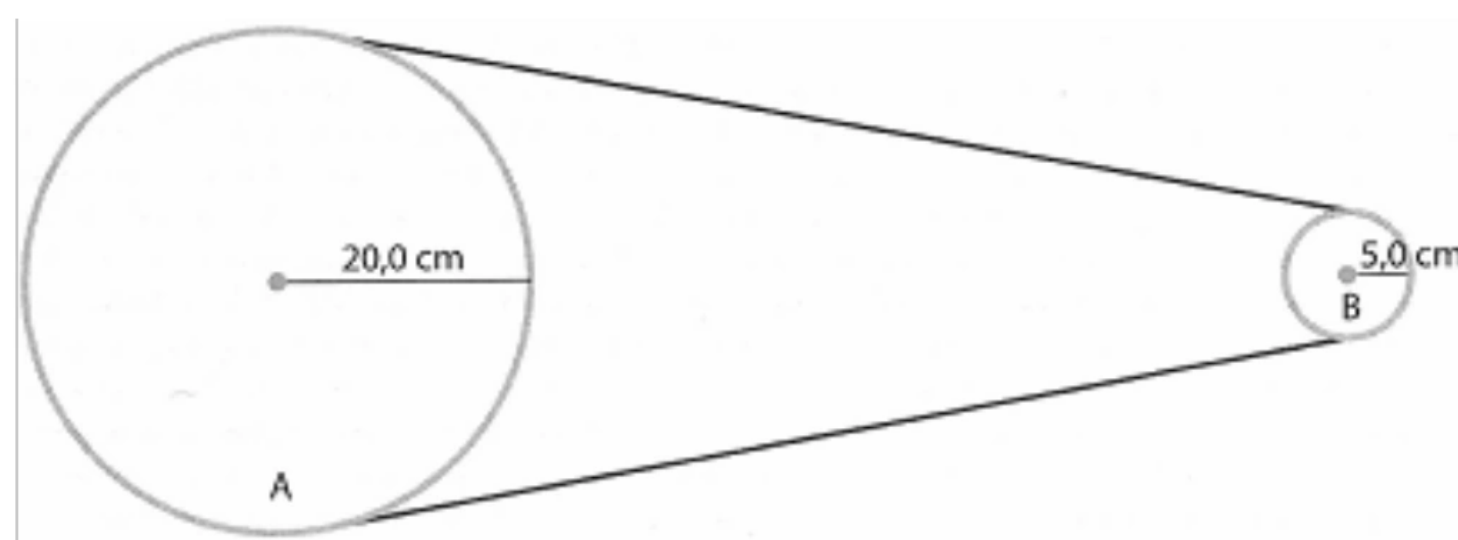
11.4 Calcule a intensidade da resultante das forças que atuam na partícula.

12. Um automóvel de 900 kg descreve uma curva circular de raio 50 m, com velocidade de valor constante a 40 km/h.



- 12.1 A aceleração do automóvel é nula durante a curva. Justifique.
- 12.2 Qual é o valor da velocidade do automóvel em unidades SI?
- 12.3 Determine a velocidade angular do automóvel.
- 12.4 Determine o tempo que o automóvel leva a percorrer o trajeto AB.
- 12.5 Calcule a aceleração do automóvel.
- 12.6 Qual o valor da resultante das forças que atuam no automóvel, no ponto A?

13. Duas rodas, A e B, encontram-se ligados por uma corrente. A roda A tem 20,0 cm de raio e a roda B tem 5,0 cm de raio e roda com velocidade angular de 2π rad/s.



Determine:

- 13.1 a velocidade linear de um ponto da periferia da roda B;
- 13.2 a frequência de rotação da roda A;
- 13.3 o valor da velocidade angular da roda A;
- 13.4 o ângulo descrito por um ponto da roda A, durante 10 s.



» Referências Bibliográficas

David Halliday, Robert Resnick , Jearl Walker “Fundamentals of physics —10th edition”, 2014, John Wiley & Sons.

Hugh D. Young, Roger A. Freedman - Física I: Mecânica -Pearson Prentice Hall (2016)

Douglas C. Giancoli” Physics: Principles with Applications, 7th edition” Pearson Prentice Hall (2015).

Raymond A. Serway, John W. Jewett, Jr” Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Tenth Edition” Cengage Learning (2019)



Com.s^{go}⁺
ipvc

