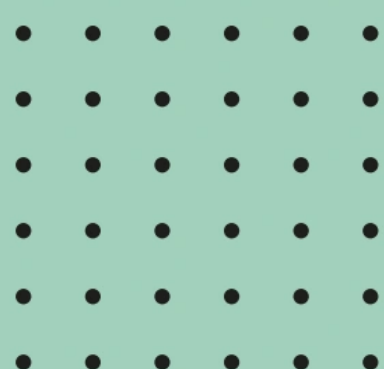


06

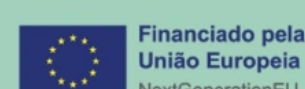
JÁ SEI MOMENTO DE UMA FORÇA



o teu • de partida



Com.s⁺go⁺
ipvc





FICHA TÉCNICA:

Título do ebook: **Já Sei momento de uma força.**

Autores: Paulo Caldas, Gonçalo Vaz

Editores ebook: Isabel Araújo (coordenadora), Elisabete Cunha

Edição ebook: Unidade de Ensino Digital e a Distância do Instituto Politécnico de Viana do Castelo (UE2D-IPVC)

Capa: Tânia Araújo (UE2D-IPVC)

Paginação: Tânia Araújo (UE2D-IPVC)

Edição ebook: 2024

ISBN e-book: 978-989-9141-27-8

DOI: 10.57910/ipvc-ese-kff8-q352



PREFÁCIO

No âmbito da promoção do sucesso académico e combate ao abandono escolar, surge o projeto Com.Sigo, com o objetivo estimular o desenvolvimento de mecanismos de apoio à integração académica dos novos estudantes e à promoção do seu sucesso. Foram identificadas diversas debilidades que podem ser colmatadas através do projeto Com.Sigo. Neste contexto, foi desenvolvida uma coletânea de e-books, designado “Com.Sigo Já sei ...”, nos quais podes aceder a alguma informação através de vídeos da Khan Academy.

Diversos temas básicos de Física são indispensáveis para a obtenção de sucesso nas unidades curriculares desta área no ensino superior. Tendo em consideração todos aqueles que, por qualquer motivo, não tenham presente alguns desses temas, desenvolveram-se vários e-books, relativos a diferentes temáticas. Assim, este e-book visa nivelar os conhecimentos básicos, que constituem pré-requisitos das unidades curriculares de Física ministradas no ensino superior.

Com.Sigo **Já Sei Momento de uma força** destina-se a todos aqueles que pretendem recordar ou mesmo estudar alguns conceitos de Física.

Será, certamente, um bom auxiliar de estudo!

Quem o utilizar, vai rever muito do que é essencial da temática **Momento de uma força** e será uma oportunidade para melhor assimilar esta temática.

Ao longo do livro existem alguns vídeos para uma melhor compreensão dos conteúdos.

Aproveita!

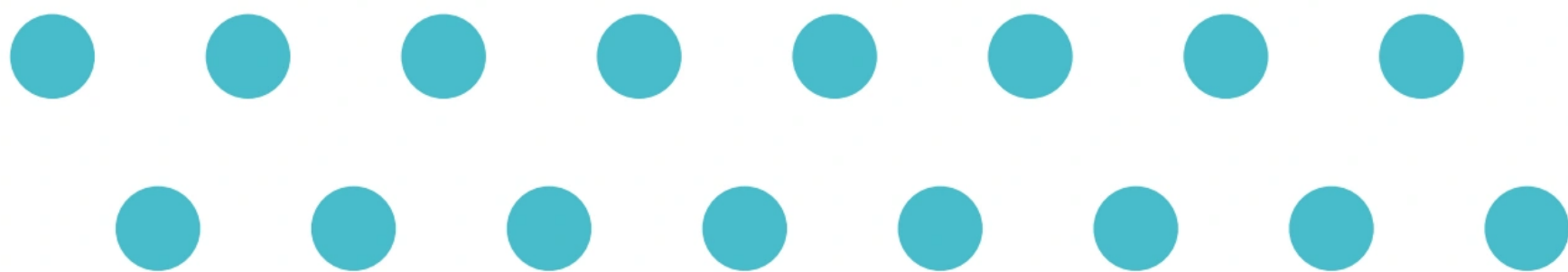
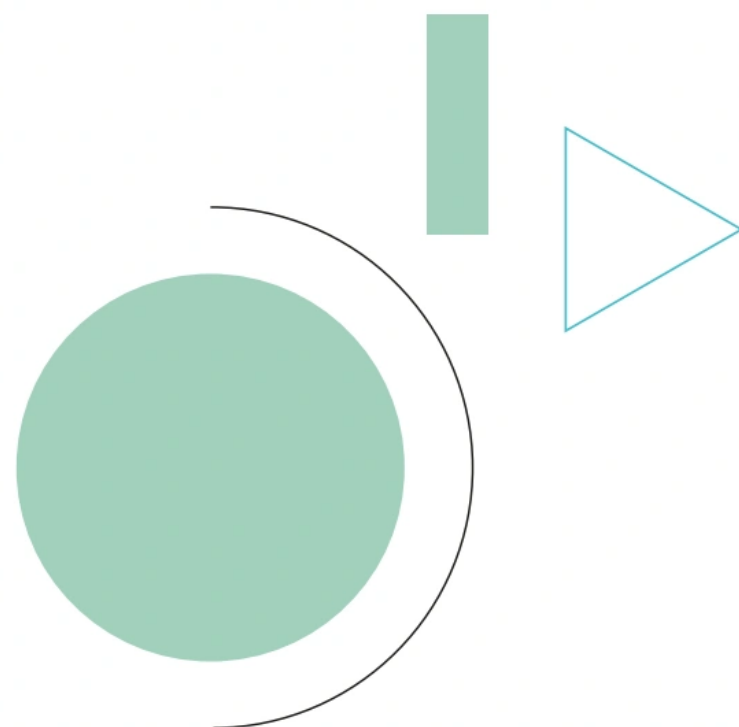
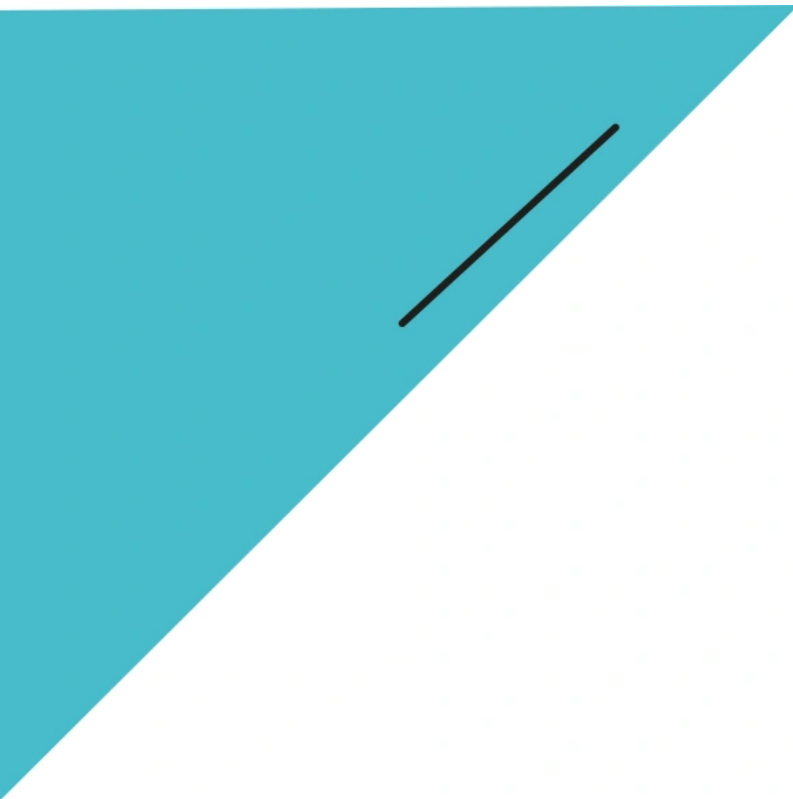
Não avances se não perceberes.

Não te esqueças que é indispensável exercitar.

Segue rumo ao sucesso!

Isabel Araújo





JÁ SEI MOMENTO DE UMA FORÇA

• Introdução	6
• Energia Cinética de Rotação	7
• Momento de Inércia	8
• Momento de uma Força	10
• Segunda Lei de Newton para a Rotação	15
• Exercícios	17



Introdução

Até agora tivemos tratar na maior parte dos problemas de casos de movimento translacional no qual existe um movimento retilíneo. No entanto, para além do movimento translacional existe um movimento rotacional, que consiste num movimento de rotação em torno de um eixo fixo, chamado eixo de rotação. As equações para este movimento que descrevem a cinemática da partícula no caso de rotação já foram estudadas e estão resumidas e comparadas com as lineares na tabela seguinte, para o caso de tanto a aceleração linear e aceleração angular serem constantes.

Fórmula Linear	Variável ausente		Fórmula Angular
$v_f = v_i + at$	x	θ	$\omega_f = \omega_i + \alpha t$
$x_f = x_i + v_i t + \frac{1}{2} at^2$	v	ω	$\theta_f = \theta_i + \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$
$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$	t	t	$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha\Delta\theta$
$x_f = x_i + vt$	a	α	$\theta_f = \theta_i + \omega t$

As principais relações entre as grandezas lineares e angulares são:

Posição		$s = \theta r$
Velocidade		$v = \omega r$
Aceleração	Tangencial	$a_t = \alpha r$
	Normal	$a_n = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$

Agora vamos determinar quais as grandezas que originam o movimento de rotação e encontrar as grandezas respondentes às lineares.



Energia Cinética de Rotação

Uma lâmina de uma serra de bancada em rotação rápida possui uma energia cinética. Para este caso não podemos usar a fórmula $E_c = \frac{1}{2}mv^2$, porque sendo aplicável apenas a partículas não saberíamos como usar as variáveis de v e m .

Uma solução é tratar a serra (valido para qualquer outro corpo) com um conjunto de partículas com velocidades diferentes. Assim, a soma individual das energias cinéticas dá a energia total do corpo. Assim a energia cinética de um corpo em rotação é:

$$E_c = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \dots = \sum \frac{1}{2}m_i v_i^2 \quad (1)$$

Como foi referido v_i não é a mesma em todas as partículas. O problema é resolvido substituindo $v = \omega r$, ficando:

$$E_c = \sum \frac{1}{2}m_i (\omega r_i)^2 = \frac{1}{2} \left(\sum m_i r_i^2 \right) \omega^2 \quad (2)$$

Onde ω é idêntico para todas as partículas.

O termo $\sum m_i r_i^2$ dá-nos a informação como a massa está distribuída em torno do eixo de rotação. Esta grandeza é conhecida como momento de inércia, I . Assim, a energia cinética de rotação é:

$$E_{cr} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (3)$$

Esta equação é a equivalente ao caso translacional para o caso rotacional, sendo, portanto, o mesmo tipo de energia. No caso de existir rolamento e translação, a energia cinética do corpo é:

$$E_c = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} m v_{CM}^2 \quad (4)$$



Momento de Inércia

O momento de inércia é uma grandeza importante no caso do estudo do movimento rotacional. O momento de inércia não depende unicamente da massa do corpo, mas também como ela se distribui em relação ao eixo de rotação. No caso do corpo ser composto por partículas discretas, o momento de Inércia é dado por:

$$I = \sum m_i r_i^2 \quad (5)$$

Em que as unidades são kgm^2 e r a distância da partícula de massa m ao eixo de rotação. No caso de ser um corpo contínuo a equação (5) é transformada em:

$$I = \int r^2 dm \quad (6)$$

Que no caso tridimensional fica:

$$I = \int \rho r^2 dV \quad (7)$$

Existem vários processos para determinar o momento de inércia de um corpo rígido. Por exemplo, se um corpo é composto de várias partes, com momento de inércia I_i , o momento de inércia do sistema é:

$$I = \sum_i I_i \quad (8)$$

Outro método usado é o teorema dos eixos paralelos. Se conhecermos o momento de inércia de um corpo em relação a um eixo qualquer que passe pelo seu centro de massa, pode-se determinar o momento de inércia desse corpo a qualquer outro eixo paralelo ao primeiro, ou seja:



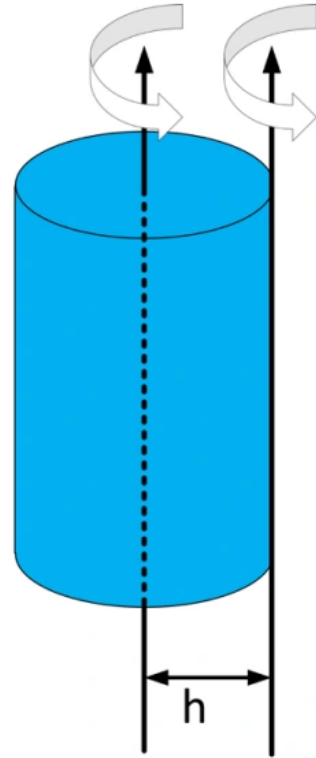


Figura 1 – Teorema dos eixos paralelos.

$$I = I_{CM} + Mh^2 \quad (9)$$

Em que I_{CM} é o momento de inércia do centro de massa, M a massa do corpo e h a distância entre os dois eixos.

Momento de uma Força

Quando uma força atua sobre um corpo (partícula), este não se move apenas na direção da força, geralmente, também pode girar em redor de algum ponto. Um exemplo prático desta situação é o que se verifica com as portas. Existe uma razão prática para o puxador de uma porta estar o mais afastado possível das dobradiças. Se quisermos abrir uma porta muito pesada, com certeza que temos de aplicar uma força, no entanto não é condição suficiente. O local da aplicação da força e o sentido da força também são importantes. Se a força for aplicada mais próxima das dobradiças do que no puxador ou se a direção da força fizer um ângulo diferente de 90° com o plano da porta ter-se-á de aplicar uma força maior para mover a porta do que se aplicarmos uma força perpendicularmente ao plano da porta e próxima do puxador.

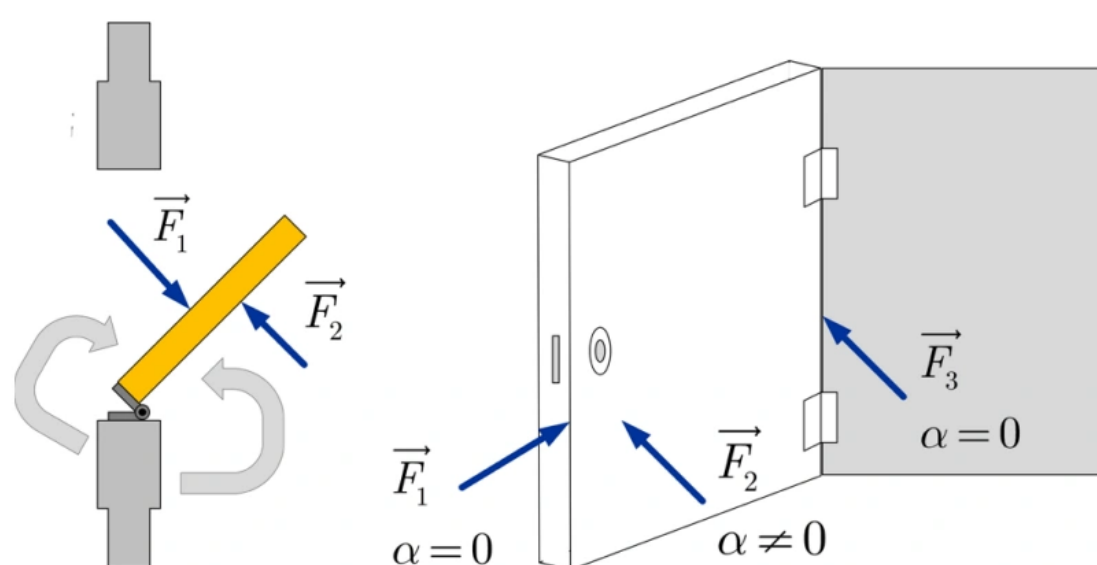


Figura 2 – Movimento de uma porta

As figuras seguintes mostram exemplos de corpos que rodam em torno de um eixo quando aplicada uma força. Vamos agora fazer a análise deste movimento. Na figura seguinte está representado um corpo que pode rodar em torno de um eixo que passa pelo ponto O.



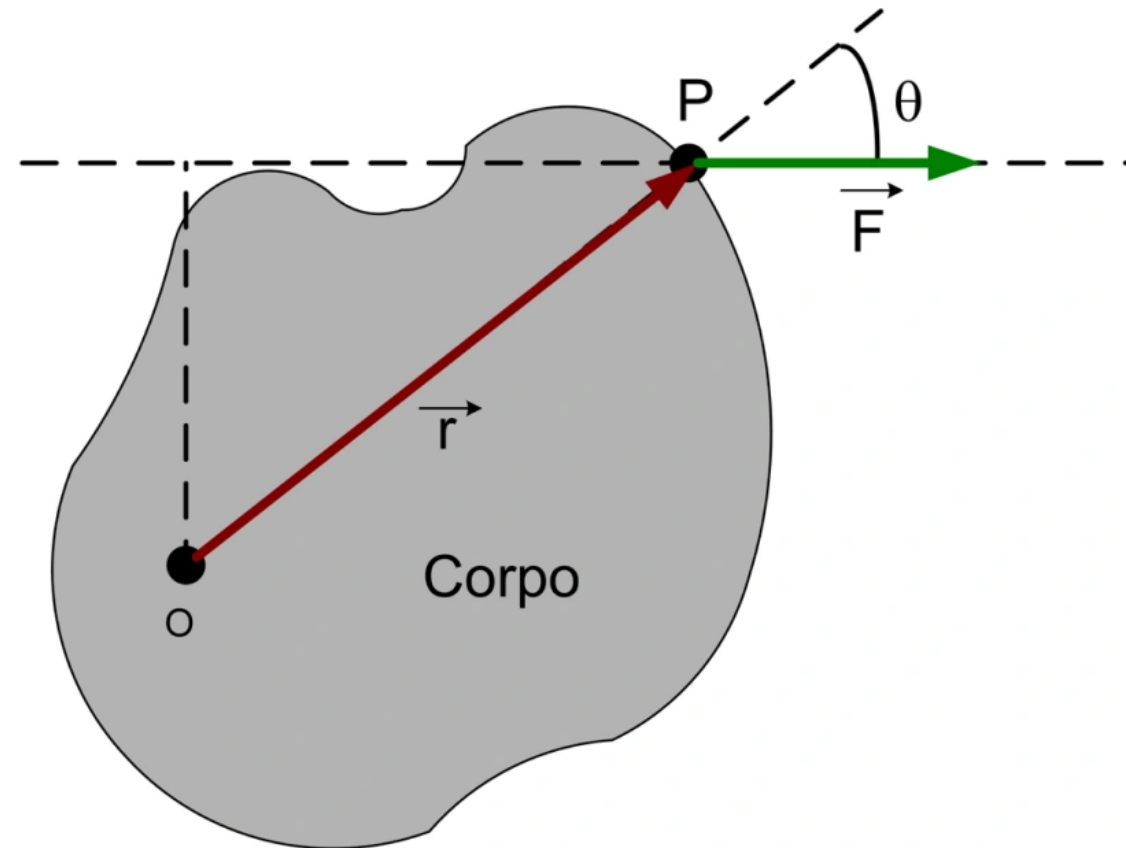


Figura 3 – Momento de uma força

Seja $\vec{F}$ uma força aplicada no ponto P cuja posição em relação ao eixo de rotação é definida pelo vetor posição $\vec{r}$. Os vetores $\vec{F}$ e $\vec{r}$ fazem um ângulo θ entre si. Para determinarmos a eficiência da força $\vec{F}$ em fazer girar o corpo em torno do eixo de rotação, vamos decompô-la como mostra a figura seguinte.

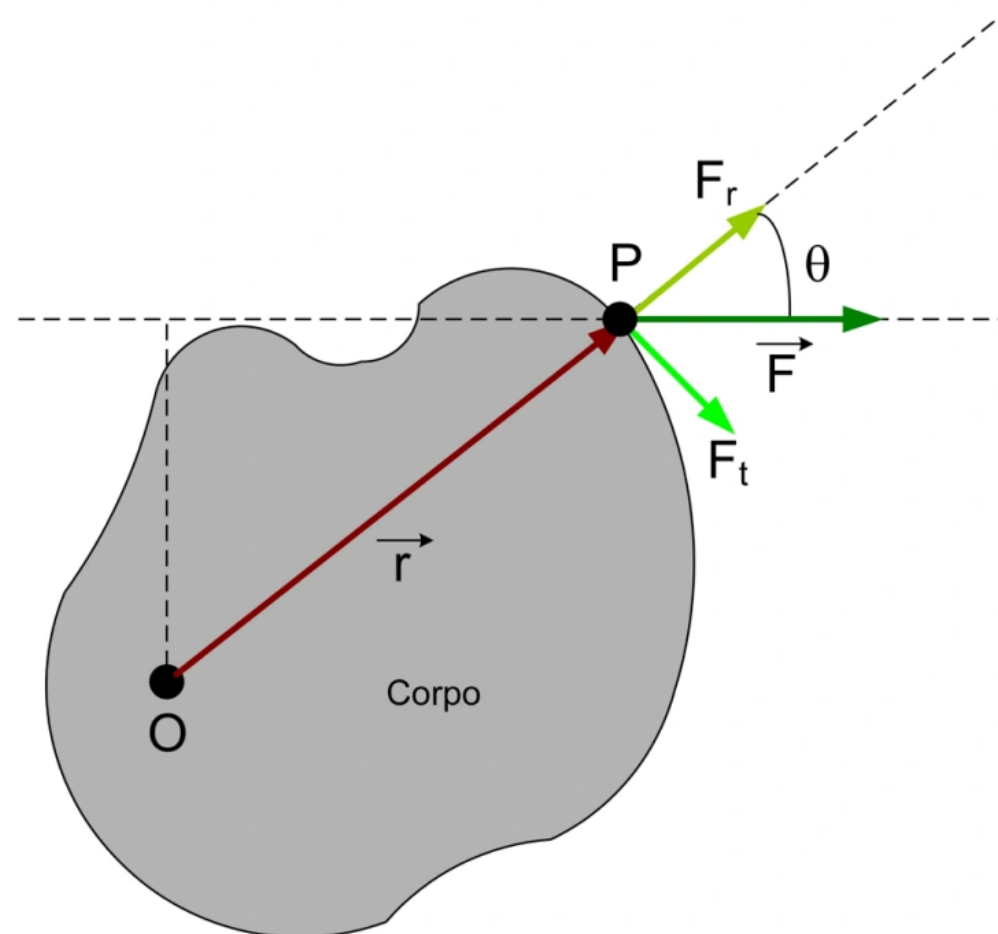


Figura 4 – Momento de uma força- decomposição de forças

Na figura estão representadas as duas componentes da força, F_r que aponta na direção do vetor $\vec{r}$ e F_t que é perpendicular ao vetor $\vec{r}$. A força F_r não vai provocar rotação pois atua paralelamente ao vetor $\vec{r}$. Então só a componente F_t vai provocar rotação, sendo o seu módulo dado por $F_t = F \sin \theta$. A capacidade de F_t provocar rotação não depende apenas do seu módulo, mas também da distância que ela está relativamente ao eixo de rotação. Essa distância é dada pelo módulo do vetor $\vec{r}$ e é designado por braço. A grandeza que descreve a tendência de uma força provocar rotação e que relaciona a força com o braço é designada por momento de uma força ou torque, cujo módulo é dado por:

$$\tau = rF \sin \theta \quad (10)$$

As unidades de momento de uma força são Nm. Na realidade, o momento de uma força é o produto vetorial de dois vetores, a força $\vec{F}$ e o braço $\vec{r}$ que formam um plano. Como foi definido e descrito o momento de uma força depende da direção e sentido da força aplicada. Então o momento de uma força é uma grandeza que tem direção e sentido, logo é um vetor dado pela seguinte expressão:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad (11)$$

Cujo módulo é dado pela equação (10). Pelo cálculo vetorial obtemos as coordenadas cartesianas do momento da força, dadas por:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} \quad (12)$$

$$\vec{\tau} = (r_y F_z - r_z F_y) \hat{i} + (r_z F_x - r_x F_z) \hat{j} + (r_x F_y - r_y F_x) \hat{k}$$



Obtendo desta forma o sentido e direção do momento de uma força que será perpendicular ao plano formado pelo $\vec{r}$ e $\vec{F}$. O momento de uma força é considerado positivo se a força aplicada provocar uma rotação no sentido anti-horário e negativo no sentido horário. O sentido do momento de uma força é dado pela regra da mão direita ou pela regra do parafuso. Na figura seguinte está um exemplo do sentido do momento de uma força.

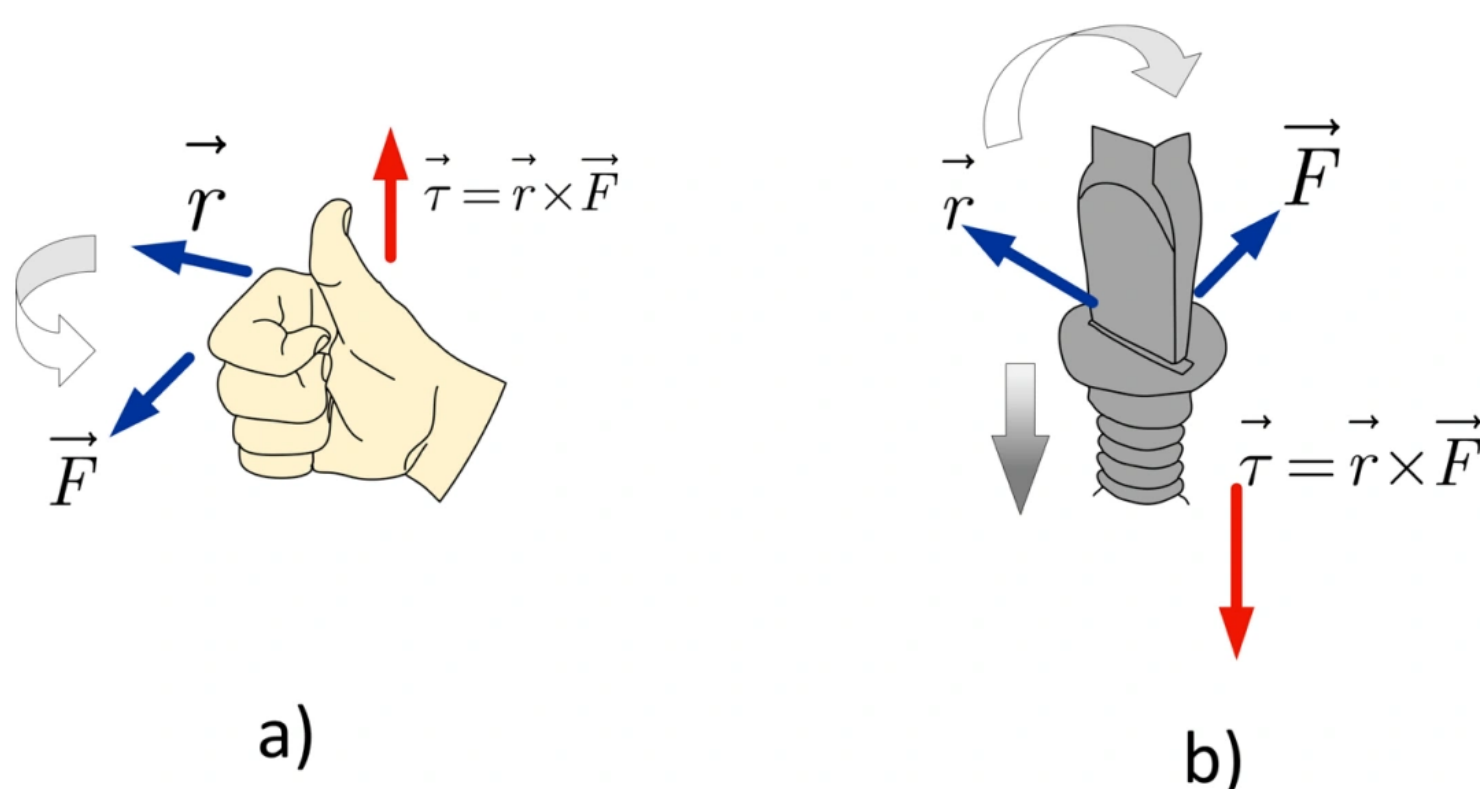


Figura 5 – - Sentido do momento de uma força: regra parafuso e regra mão direita

Regra da mão direita (figura 5 a)):

Oriente a mão direita, aberta, para que o polegar fique perpendicular ao plano formado pelo vector $\vec{r}$ e $\vec{F}$. Alinhar os dedos na direção do $\vec{r}$, com a mão alinhada seguir a linha do vector $\vec{r}$, com os dedos estendidos. A palma da mão deve estar virada corretamente por forma que ao curvar os dedos a partir da linha do vector $\vec{r}$ em direção do vector $\vec{F}$, percorra o menor ângulo (sentido mais curto possível). Em seguida curva os dedos em direção da linha do vector $\vec{F}$. O polegar, que está a 90 graus dos dedos, apontará automaticamente para a direção do vector resultante, o vector momento de uma força.

Regra do Parafuso (figura 5 b)):

A ideia é associar o movimento de rotação ao deslocamento linear do parafuso. Se usarmos uma chave de fenda para girar a ranhura na cabeça de um parafuso, que está alinhada com o vetor r , e rodamos o parafuso da direção de r para a direção de F pelo menor trajeto, o movimento do parafuso para “dentro” ou “fora” indicará a direção do vetor momento de uma força.



Segunda Lei de Newton para a Rotação

Considere-se a figura seguinte que representa o caso simples de rotação de um corpo em torno de um eixo.

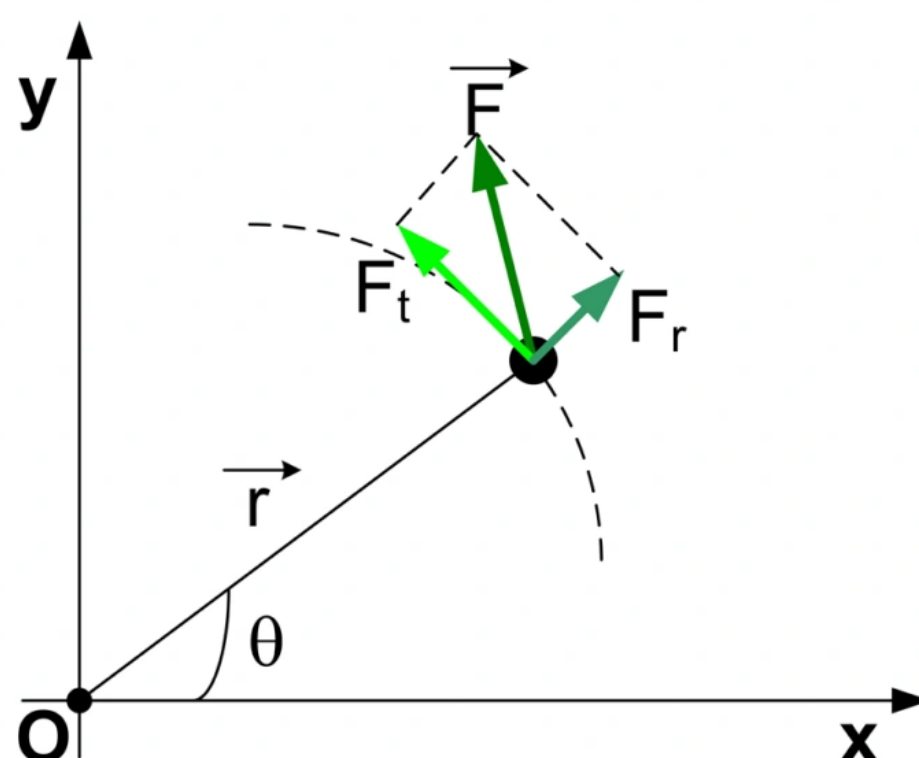


Figura 6 – 2.ª lei de Newton para a rotação.

A rotação de um corpo rígido é representada nesta figura por um sistema constituído por um corpo de massa m e preso por uma haste a um eixo de rotação que passa por O de comprimento r e massa desprezável. Uma força $\vec{F}$ aplicada fazendo um determinado ângulo com o braço faz o corpo mover-se em círculo. A componente tangencial dessa força vai ser responsável pela rotação deste corpo. A componente tangencial da força vai ser dada pela 2ª lei de newton, dada por:

$$F_t = ma_t \quad (13)$$

E sabemos que a componente da aceleração tangencial pode ser escrita em função da aceleração angular pela seguinte relação:

$$a_t = \alpha r \quad (14)$$

Substituindo as equações (13) e (14) na equação do momento angular, obtém-se:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = I\mathbf{a} \quad (15)$$

Quando várias forças atuam num corpo e podem provocar rotação em torno de um eixo, a equação (15) fica:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = I\mathbf{a} \quad (16)$$

Em que a equação (16) traduz a 2ª lei de newton para a rotação. Quando um sistema constituído por um ou mais corpos tem movimentos de rotação e de translação, a resolução do problema consiste na aplicação da 2ª lei de newton da rotação e da translação.

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{L}}{dt} = I\mathbf{a} \\ \mathbf{F} = m\mathbf{a} \end{cases} \quad (17)$$

Khan Academy – Torque:

Torque

Google Sala de Aula

Aprenda como calcular o torque exercido por uma força.

O que é torque?

Torque é uma medida de força que pode causar um objeto a girar ao redor de um eixo. Assim como a força é o que faz um objeto acelerar em cinemática linear, torque é o que faz com que um objeto adquira aceleração angular.

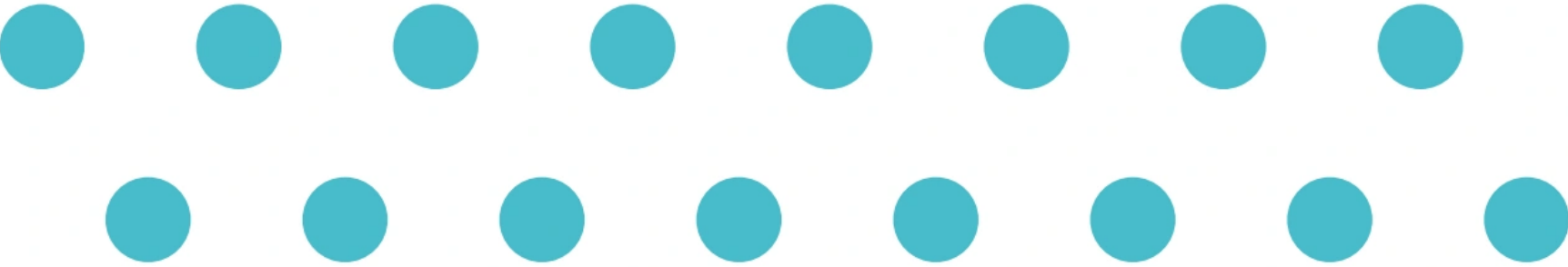
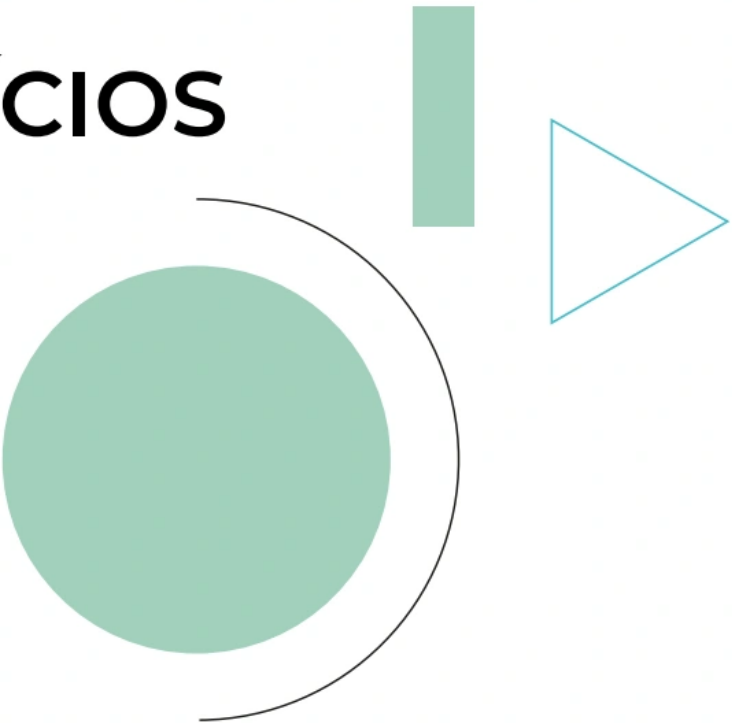
Torque é uma grandeza vetorial. O sentido do vetor torque depende do sentido da força no eixo.

Qualquer um que já abriu uma porta tem um entendimento intuitivo sobre

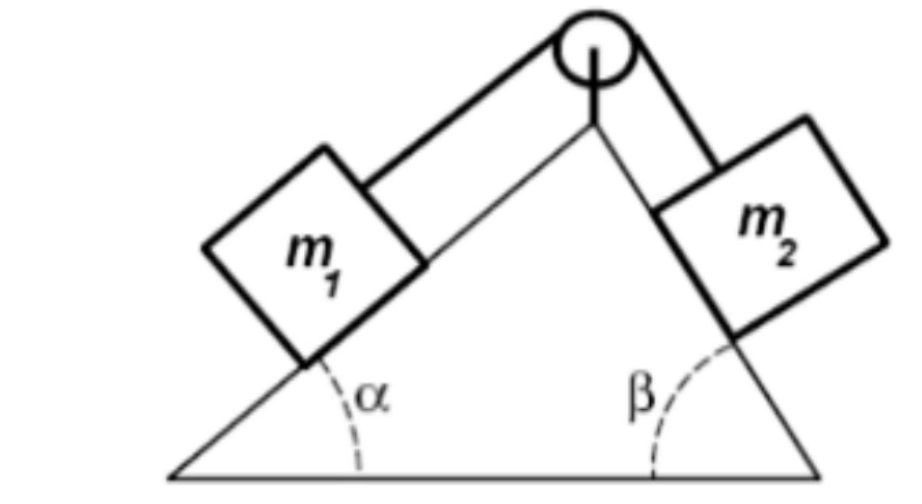




EXERCÍCIOS

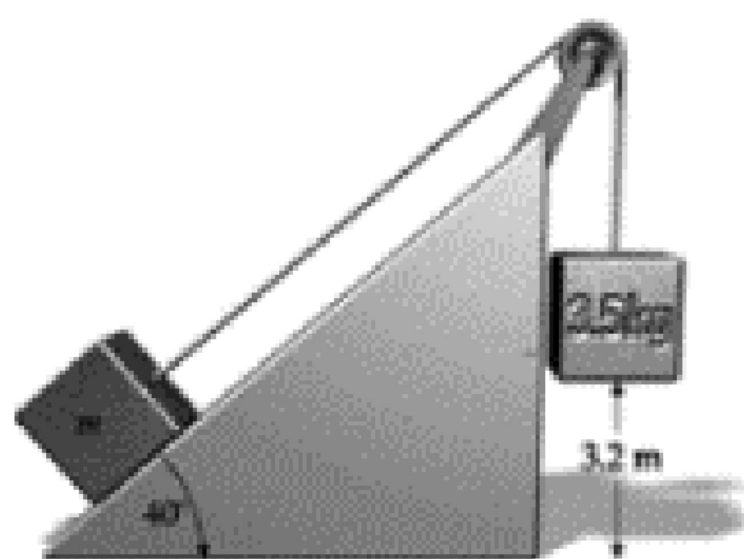


1. Considere o sistema representado na figura seguinte em que $m_1=1$ kg, $m_2=4$ kg, $\alpha=30^\circ$, $\beta=60^\circ$. Existe atrito entre o fio e a roldana ($R=15$ cm) e entre os corpos e as superfícies (0,3).



- Sabendo que num dado instante o corpo 1 está com uma velocidade de 6m/s e após 200 mm com uma velocidade de 6.05 m/s, determine o momento de inércia da roldana
- Determine os módulos das tensões

2. Considere o seguinte sistema em que existe atrito entre a corda e a roldana (com um raio de 15cm). Considerando que o coeficiente de atrito cinético entre o corpo m (1kg) e o plano inclinado é de 0,3 e sabendo que o corpo demora a 1.2 s a percorrer 2,2 m (considerando que parte do repouso), determine o momento de inércia da roldana e o módulo das forças que atuam na roldana.



3. No sistema da figura seguinte os dois corpos têm a mesma massa ($m=2$ kg). O coeficiente de atrito cinético entre a mesa e o corpo 2 é de 0.3 Despreze o atrito no eixo e o momento de inércia da roldana, em relação ao eixo de rotação, $\frac{1}{2}mr^2$.

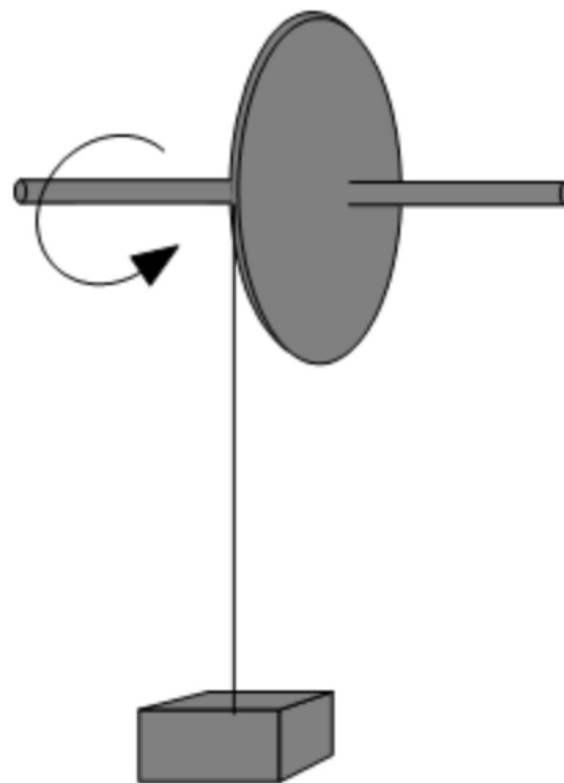


a) Sabendo que o corpo 1 num dado instante está com uma velocidade de 6 m/s e após 200 mm com uma velocidade de 6.5 m/s , determine a massa da roldana.

b) Calcule as intensidades das forças de tensões nas partes 1 e 2.

c) Determine a reação do eixo da roldana e a sua direção.

4. Uma roda, de raio R , massa M e momento de inércia I está montada num eixo horizontal, sem atrito. Uma corda leve, enrolada à roda, suporta um corpo de massa m . Calcular a aceleração linear, a aceleração angular e a tensão da corda se $M=2\text{ kg}$, $R=30\text{ cm}$, $I=0,09\text{ kgm}^2$ e $m=0,5\text{ kg}$.



» Referências Bibliográficas

David Halliday, Robert Resnick , Jearl Walker “Fundamentals of physics —10th edition”, 2014, John Wiley & Sons.

Hugh D. Young, Roger A. Freedman - Física I: Mecânica -Pearson Prentice Hall (2016)

Douglas C. Giancoli” Physics: Principles with Applications, 7th edition” Pearson Prentice Hall (2015).

Raymond A. Serway, John W. Jewett, Jr” Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, Tenth Edition” Cengage Learning (2019)





Com.s^{go}⁺
ipvc

